

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Донской государственный технический университет»

*На правах рукописи*



Баканов Максим Олегович

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ОСНОВЫ ПРОЦЕССОВ  
ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ И  
ОСОБЕННОСТИ ТЕХНОЛОГИИ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ  
ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННОГО ПЕНОСТЕКЛА

05.02.13 – Машины, агрегаты и процессы (строительство)

Диссертация на соискание ученой степени  
доктора технических наук

Научный консультант:  
Лауреат премии Правительства РФ  
в области науки и техники,  
заслуженный деятель науки РФ,  
академик РААСН,  
доктор технических наук, профессор  
Федосов Сергей Викторович



Ростов-на-Дону, 2021

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	7
ГЛАВА 1. АНАЛИЗ СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРОИЗВОДСТВА ПЕНОСТЕКЛА. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ И ОСОБЕННОСТИ СТАБИЛИЗАЦИИ ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ .....	17
1.1 Характеристика технологических подходов к производству пеностекла ..	20
1.1.1 Анализ основных способов и технологических принципов производства пеностекла .....	20
1.1.2 Одностадийный способ производства пеностекла.....	26
1.1.3 Двухстадийный способ производства пеностекла .....	27
1.1.4 Способ непрерывного вспенивания пеностекла .....	29
1.1.5 Способ получения гранулированного пеностекла .....	32
1.1.6 Бесформовой способ производства пеностекла .....	33
1.2 Способы подготовки сырьевой смеси для получения пеностекла .....	34
1.3 Анализ качественных и количественных параметров газообразователей для получения пеностекла .....	41
1.4 Динамика вспенивания сырьевой смеси для получения пеностекла и механизмы стабилизации пористой структуры .....	47
1.5 Выводы по главе .....	59
1.6 Постановка цели и задач исследования.....	60
ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕНОСА ПРИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ПЕНОСТЕКЛА .....	64
2.1 Общие положения математического моделирования процессов теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла.....	66
2.2 Моделирование процесса теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (одномерное температурное поле) .....	69

2.2.1 Физическая постановка задачи для расчета процессов теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (одномерное температурное поле) .....	69
2.2.2 Математическая постановка задачи для расчета процессов теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (одномерное температурное поле) .....	74
2.2.3 Методика проведения расчетов задачи теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (одномерное температурное поле).....	76
2.3 Численные расчеты.....	84
2.4 Выводы по главе .....	93
<b>ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПЕРЕНОСА ПРИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ПЕНОСТЕКЛА (ДВУМЕРНОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ) .....</b>	<b>95</b>
3.1 Физическая постановка задачи для расчета процессов теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (двумерное температурное поле).....	95
3.2 Математическая постановка задачи для расчета процессов теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (двумерное температурное поле).....	97
3.3 Методика вычисления задачи теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (двумерное температурное поле) .....	100
3.4 Метод «микропроцессов» для моделирования процессов теплопроводности и диффузии при термической обработке пеностекла .....	111
3.5 Моделирование процессов теплопроводности и диффузии в телах канонической формы с применением метода «микропроцессов» для области малых значений числа Фурье .....	118
3.6 Выводы по главе .....	159
<b>ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ ПЕНОСТЕКЛА.....</b>	<b>161</b>

4.1	Феноменологические особенности теплопереноса в зависимости от пористости материала .....	161
4.2	Геометрические модели пространственного расположения пор в теплоизоляционных материалах.....	162
4.3	Математическое описание процессов формирования пористой структуры пеностекла при высокотемпературной термической обработке.....	167
4.3.1	Математические подходы к описанию процесса формирования пористой структуры пеностекла на стадии вспенивания .....	167
4.3.2	Математические подходы к описанию процесса формирования пористой структуры пеностекла на стадии отжига и остывания пенообразующей смеси.....	175
4.4	Разработка расчетной схемы модели описания процесса формирования пористой структуры в объеме сырьевой смеси для получения пеностекла ...	180
4.4.1	Физическая постановка задачи для моделирования процесса формирования пористой структуры в объеме сырьевой смеси для получения пеностекла .....	182
4.4.2	Основные допущения при моделировании процесса роста единичной поры в расплаве пеностекольной шихты .....	184
4.4.3	Математическая постановка задачи для моделирования процесса формирования пористой структуры в объеме сырьевой смеси для получения пеностекла .....	185
4.4.4	Численные расчеты.....	195
4.5	Выводы по главе.....	201
<b>ГЛАВА 5. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ПОЛУЧЕНИЯ ПЕНОСТЕКЛА НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ. СЕТЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.....</b>		
5.1	Основные понятия и элементы сетевого моделирования .....	204
5.2	Специфика разработки сетевого графика технологического процесса ....	208

5.3 Основные параметры сетевого графика при моделировании технологического процесса.....	210
5.4 Исследование сетевого графика при моделировании технологического процесса .....	215
5.5 Сетевое моделирование технологического процесса получения пеностекла.....	218
5.6 Выводы по главе .....	232
<b>ГЛАВА 6. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПЕРЕНОСА НА СТАДИИ ОСТЫВАНИЯ ПЕНОСТЕКЛА. ИССЛЕДОВАНИЕ АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛОПЕРЕНОСА .....</b>	<b>234</b>
6.1 Оценка динамики температурных показателей при остывании пеностекляного блока.....	234
6.2 Моделирование процесса теплопереноса при самопроизвольном остывании пеностекляного блока .....	239
6.2.1 Математическая постановка задачи для расчета процессов теплопереноса при самопроизвольном остывании пеностекляного блока.....	239
6.2.2 Результаты численного моделирования процесса теплопереноса на поверхности пеностекла при самопроизвольном остывании .....	240
6.2.3 Результаты численного моделирования процесса теплопереноса в центре пеностекляного блока при самопроизвольном остывании .....	241
6.3 Исследование адекватности математической модели теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла.....	246
6.3.1 Подготовительный этап оценки адекватности.....	246
математической модели теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла.....	246

6.3.2 Основной этап оценки адекватности математической модели теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла.....	251
6.3.3 Заключительный этап оценки адекватности математической модели теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла .....	258
6.4 Выводы по главе .....	259
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	260
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	266
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	292

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования.** Процессы высокотемпературной термической обработки (ВТО) играют важную роль в широком межотраслевом спектре технологических процессов, поэтому совершенствование и модернизация существующих принципов и подходов, а также разработка новых высокоэффективных режимов ВТО напрямую соответствует приоритетному направлению технологического развития не только строительной, но и смежных отраслей промышленности [168; 169].

Исследования проблематики ВТО привели к разработке значительного числа моделей, описывающих динамику макрофизических параметров вследствие изменения показателей температуры, в том числе для производства стеклокристаллических материалов, например пеностекла. Учет в таких моделях различных факторов, определяющих кинетику суммарного процесса или его отдельных стадий, привел к формированию еще более широкого диапазона моделей для расчета процессов ВТО в химико-технологических процессах. Однако существующее разнообразие подходов мало продвинуло инженерные методы расчета ВТО, которые в значительной степени продолжают опираться на количественные параметры сырьевых материалов для вспенивания пеностекла и кинетику порообразования на стадии вспенивания и формирования пористой структуры. Такой подход не всегда способен обеспечить необходимую точность прогноза, особенно при изменении технологических параметров оборудования или при выходе режимных параметров за границу исследованного диапазона. Кроме того, исключается постановка и решение задач оптимального управления процессами, что может составлять значительный резерв повышения эффективности их проведения. Разнообразные модели, предлагающие более глубокий математический анализ процессов ВТО и, как правило, рассматривающие механизмы теплопереноса, могли бы дать ответы на многие вопросы, возникающие при эксплуатации и проектировании технологических линий для производства пористых стеклокристаллических материалов на примере

пеностекла. Однако подобные модели практически недоступны для инженерной практики из-за сложности и вычислительной громоздкости, а главное, перегруженности многочисленными параметрами, идентификация которых затруднительна или невозможна. Таким образом, разработка эффективных математических инструментов для описания протекания процессов ВТО остается актуальной. При этом обращение к моделям, основанным на теории теплопроводности с применением метода «микропроцессов» академика С.В. Федосова, выглядит, на наш взгляд, наиболее оправданным, так как они занимают промежуточную позицию между моделями, оперирующими с бесконечно малыми промежутками времени термического воздействия на материал, и моделями, рассматривающими процесс ВТО как одно целое, что, в конечном счете, позволит рассмотреть обе эти предельные ситуации.

**Степень разработанности темы.** Проблемам расчета процессов ВТО посвящено значительное количество исследовательских работ, среди которых широкую известность имеют обобщающие монографии под редакцией отечественных (И.И. Китайгородского, Т.М. Кешишяна, Б.К. Демидовича, Ф. Шилла, Г.Л. Осипова, Ю.П. Горлова, А.А. Кетова, Н.И. Минько, В.С. Лесовика, В.С. Бессмертного, Е.А. Яценко, О.В. Казьминой, Л.К. Казанцевой, Б.М. Румянцева, Р.Г. Мелконяна, Д.Р. Дамдиновой, А.И. Шутова, В.И. Заборова, Н.И. Иванова и др.) и иностранных (А.А. Аппена, А.С. Steiner, J.M. Hermans, S. Köse, C. Dreyfus, G. Dreyfus, K.H. Karlsson, R. Backman) ученых. Поскольку такие труды являются результатом анализа большого числа более частных исследований, то итоговые выводы также остаются неоднозначными. Более того, для расчета одного параметра в подобных изданиях можно найти зависимости, дающие на порядок разнящиеся результаты. Теоретической базой для моделирования процессов термообработки, создания инженерных методов их расчета и оптимизации является теория теплопереноса, учитывающая взаимосвязь и взаимозависимость между тепловыми характеристиками обрабатываемого материала и источником высокой температуры. Значительные достижения в этой



области принадлежат А.В. Лыкову, В.Ф. Фролову, С.П. Рудобаште, С.В. Федосову, Н.Ц. Гатаповой, В.Е. Румянцевой и др.

Направление исследования отвечает **паспорту специальности 05.02.13 – «Машины, агрегаты и процессы»**. Работа выполнена в соответствии со следующими пунктами **паспорта специальности ВАК**:

в части **формулы специальности** – «Решение проблем данной области знаний требует научно-технического обоснования новых эффективных методов и технологий проектирования, создания и модернизации процессов, машин и агрегатов и их эксплуатации в различных отраслях промышленности»;

в части **области исследования специальности** – «Разработка научных и методологических основ проектирования и создания новых машин, агрегатов и процессов...»; «Разработка научных и методологических основ повышения производительности... процессов...».

**Объектом исследования** является процесс высокотемпературной термической обработки сырьевой смеси для получения пористых стеклокристаллических материалов на основе пеностекла.

**Предметом исследования** является математическое моделирование и экспериментальное исследование взаимного влияния теплофизических и химических процессов, сопровождающихся изменением макрофизических параметров сырьевой смеси для получения пористых стеклокристаллических материалов на основе пеностекла.

**Целью работы** является разработка научных основ моделирования процессов высокотемпературной термической обработки сырьевой смеси для получения пористых стеклокристаллических материалов на основе пеностекла. Это включает в себя разработку общего методологического подхода к исследованию и моделированию режимов высокотемпературной термической обработки сырьевой смеси для получения пористых стеклокристаллических материалов на основе пеностекла, создание рациональных технологических подходов к процессу получения блочного пеностекла в рамках концепции его производства, определение и исследование закономерностей

высокотемпературных режимов термической обработки такими моделями и прогнозирование конечных эксплуатационных свойств готового материала.

*Реализация цели предполагает решение следующих задач исследования:*

1. Разработать методологию математического описания процессов высокотемпературной термической обработки сырьевой смеси для получения пористых стеклокристаллических материалов на основе пеностекла.

2. Предложить универсальные методики идентификации параметров математических моделей процесса высокотемпературной термической обработки сырьевой смеси для получения пористых стеклокристаллических материалов на основе пеностекла.

3. Разработать нелинейные математические модели процессов теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла.

4. Охарактеризовать влияние макрофизических параметров теплофизических и химических процессов, протекающих в сырьевой смеси для получения пеностекла, на физико-технические параметры готового материала.

5. Провести эмпирическую верификацию предложенных моделей теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла на основе экспериментальных исследований.

6. Выполнить опытно-промышленную апробацию разработанных моделей теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла и внедрение полученных результатов при решении технико-экономических задач и совершенствования режимного и аппаратного оформления технологических процессов с позиций энерго- и ресурсосбережения.

**Научная новизна** работы состоит в следующем:

1. Установлено, что на формирование структуры и свойств пеностекол в значительной степени оказывают влияние повышенная реакционная способность поверхности, которая проявляется как при спекании сырьевой смеси, так и при образовании собственно пористой структуры материала. Показано, что структура поверхности стекла отличается от структуры в массе стекла. Для повышения качества перемешивания компонентов газообразующей смеси можно

использовать растворы веществ, повышающих смачиваемость газообразователя, что дает возможность равномерно распределить газообразователь в тонкодисперсной сырьевой смеси, а значит, позволяет создать необходимые условия для равномерного выделения газовой фазы по всему объему пеностекла.

2. Разработаны методологические основы нового подхода к моделированию и расчету процессов высокотемпературной термической обработки сырьевой смеси для получения пористых стеклокристаллических материалов на основе пеностекла, отличающегося *тем, что*:

2.1 совокупность процессов, входящих в цикл высокотемпературной термической обработки, представлена в модели в виде временных стадий, формализованных временными масштабами процессов формирования необходимой высокопористой структуры, что позволяет рассмотреть весь цикл термического воздействия как систему с учетом аддитивности временных параметров в зависимости от особенностей физических процессов теплопереноса и динамики формирования пористой структуры;

2.2 в качестве основы для моделирования динамики расплава сырьевой смеси использовали уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости (Навье–Стокса) и уравнение неразрывности в сферических координатах, принимая во внимание, что скорость движения жидкости вокруг пузырька имеет только радиальную составляющую и вследствие сферической симметрии пор;

2.3 учтено, что во время реализации высокотемпературной термической обработки значительное влияние оказывают показатели коэффициента динамической вязкости расплава сырьевой смеси, установлено, что с уменьшением вязкости на процесс роста поры существенное влияние оказывает внешнее давление в камере печи вспенивания.

3. Предложена математическая модель, описывающая процессы теплопереноса в результате воздействия высокой температуры на сырьевую смесь для получения пеностекла, в частности:

3.1 разработана модель нестационарного теплопереноса в слое сырьевой смеси для расчета нестационарных температурных полей с учетом циклического

изменения температурных условий в местах контакта металлической формы для вспенивания пеностекла с композитом сырьевой смеси на стадиях нагревания и охлаждения.

4. Проведено экспериментальное исследование процесса охлаждения блока пеностекла, в основе которого выявлено соответствие основных положений математического моделирования процессов теплопереноса в структуре пеностекла и результатов натурного эксперимента. Проведен анализ показателей температуры блока из пеностекла в рассматриваемых точках контроля, который свидетельствует о достаточной сходимости экспериментальных данных и результатов математического моделирования, что обосновывает адекватность разработанной математической модели реальному физическому процессу.

5. На основе предложенного подхода разработаны нелинейные математические модели и средства их программной реализации, позволяющие осуществлять прогнозирование основных макрофизических параметров пеностекла и весь цикл высокотемпературной термической обработки:

5.1 динамические процессы термического вспенивания стекольной шихты для управления пористостью пеностекла;

5.2 моделирование и расчет температурных полей в твердых пористых теплоизоляционных материалах при различных условиях термической обработки;

5.3 временные параметры вспенивания и отжига сырьевой смеси для получения пеностекла.

6. На основе полученных и известных экспериментальных данных проведена верификация предложенных моделей процессов высокотемпературной термической обработки пеностекла.

7. Разработана математическая модель теплопереноса на стадии самопроизвольного остывания пеностекольного блока, которая позволяет провести исследование закономерностей распределения показателей температуры блока пеностекла, проведено исследование адекватности математической модели и доказана высокая сходимость результатов моделирования и экспериментальных измерений показателей температуры в заданных точках контроля.

**Научная гипотеза** заключается в разработке методологии научного подхода, особенностью которого является то, что весь процесс синтеза теплоизоляционного пеностекляного изделия представляется непрерывной цепью стадий: предварительной подготовки шихты; высокотемпературной обработки с регулируемой цикличностью динамики температурных полей и пористой структуры; последующими стадиями отжига и логистических операций. Отличительной особенностью является включение корректирующих операторов на каждой стадии процесса по данным перманентного контроля эксплуатационных свойств готового продукта.

**Теоретическая значимость** результатов работы состоит в разработке методологических основ нового подхода к моделированию и расчету процессов высокотемпературной термической обработки сырьевой смеси для получения пористых стеклокристаллических материалов на основе пеностекла, основанного на моделях теплопереноса, и позволяющего учесть взаимное влияние текущих значений макрофизических параметров сырьевой смеси и физико-технических параметров готового материала. Для ряда физических процессов, в том числе сопровождающихся активным газовыделением, разработаны алгоритмические и программные средства реализации нового подхода в практике моделирования и расчета. На основе проведенных и известных экспериментальных данных установлена связь между текущими характеристиками процесса и параметрами идентификации модели.

**Практическая значимость** состоит в разработке инженерных методов расчета, создании для них алгоритмов и разработке эффективных программных средств реализации необходимых вычислений, позволяющих инженеру-пользователю применить зарегистрированные в Госреестре программные продукты для расчета и проектирования нового оборудования, а также для разработки проектов модернизации действующего оборудования. Часть разработанных программных продуктов нашла практическое применение на промышленных предприятиях.

### **Достоверность и обоснованность полученных результатов**

подтверждается использованием апробированных методов математического моделирования; совпадением результатов расчета макрофизических параметров сырьевой смеси и экспериментальных данных; сопоставлением полученных результатов с опубликованными результатами исследований других авторов; проведением экспериментальных исследований в условиях промышленной эксплуатации с использованием стандартизованных методов и средств измерения параметров.

**Методология исследования.** Основу методологии составляют принципы системного подхода, реализуемые через теоретическое обоснование и формулирование проблемной ситуации, рассмотрение и анализ способов решения проблемы, определение целей исследования и критериев их достижения, выбор средств достижения целей и степени декомпозиции системы, построение математической модели, планирование и выполнение экспериментов, связанных с параметрической идентификацией и верификацией математических построений.

**Методы исследования.** Математическое моделирование процессов высокотемпературной термической обработки выполнено на основе математического аппарата теории теплопереноса, теории «микропроцессов» академика С.В. Федосова, при исследовании динамики процесса порообразования применяли математическое моделирование с использованием численных методов и их реализации в виде программ на ЭВМ. Параметрическая идентификация моделей проведена с использованием комплекса стандартных физико-механических и физико-химических методов анализа.

**Апробация работы.** Основные результаты опубликованы и обсуждались на 13 международных конференциях: XVIII Международном научно-практическом форуме «Физика волокнистых материалов: структура, свойства, наукоемкие технологии и материалы (SMARTEX-2015)» (Иваново, 2015); Международной научной конференции «Наука – XXI век» (Москва, 2015); научно-практической конференции к 85-летию заслуженного деятеля науки РФ, академика РААСН, доктора технических наук Баженова Ю.М. (Белгород, 2015); Международной оп-

line конференции к 70-летию заслуженного деятеля науки РФ, член-корреспондента РААСН, доктора технических наук Лесовика В.С. «Интеллектуальные композиты для зеленого строительства» (Белгород, 2016); VII Международной научной конференции «Задачи и методы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» (Москва, 2018); X Международной научно-технической конференции «Новые материалы и технологии в машиностроении» (Брянск, 2018); II Международной научно-технической конференции «Инновационные технологии в архитектуре и дизайне» (Харьков, 2018); II Международной научно-практической конференции «Современные пожаробезопасные материалы и технологии» (Иваново, 2018); Международной научно-технической конференции «Современные направления и перспективы развития технологий обработки и оборудования в машиностроении 2019» (ICMTMTE 2019) (Севастополь, 2019); Международной научно-технической конференции «Строительство и архитектура: теория и практика инновационного развития» (SATPID-2019) (Кисловодск, 2019); VII Международной научно-практической конференции «Концепции и практические основания устойчивого развития города» (Тамбов, 2020); VII Международной научно-практической конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика А.В. Лыков «Современны энергосберегающие тепловые технологии (сушка и тепловые процессы) СЭТТ-2020» (Москва, 2020); VI Международной сетевой научно-практической конференции «Интеграционные процессы в научно-техническом и образовательном пространстве» вузов-участников Российско-Кыргызского консорциума технических университетов (РККТУ) (Бишкек, 2020); III Международном Косыгинском форуме «Современные задачи инженерных наук» МНТС «Повышение энергоресурсоэффективности и экологической безопасности процессов и аппаратов химической и смежных отраслей промышленности», посвященном 110-летию А.Н. Плановского» (Москва, 2021).

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, шести глав, основных выводов и результатов по работе, списка использованных

источников из 231 наименования. Текст диссертации изложен на 330 страницах машинописного текста, содержит 95 рисунков, 21 таблицу и 18 приложений.



## ГЛАВА 1. АНАЛИЗ СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРОИЗВОДСТВА ПЕНОСТЕКЛА. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ И ОСОБЕННОСТИ СТАБИЛИЗАЦИИ ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ

Известно, что пеностекло является дисперсной пенообразной системой, в которой дисперсия (газовая) фаза составляет более 90% от всего объема материала, а сферические поры разделены пленками дисперсионной среды – стекла. Образование пористой структуры пеностекла формируется в гетерогенной среде, характеризующейся наличием трех фаз – жидкой, газообразной и твердой, и определяется общими закономерностями газообразования в пиропластических силикатных системах.

Обширные исследования механизма процессов газо- и порообразования в пиропластических силикатных системах и получения пеностекла проведены под руководством И.И. Китайгородского [84; 85; 86; 155], Б.К. Демидовича [1; 57, 58; 59], Т.Н. Кешишяна [83; 84], Л.М. Бутта [30; 31; 32; 83], Ф. Шилла [199] и др.

Первые сведения о возможности получения пеностекла и его свойствах были опубликованы в СССР И.И. Китайгородским в 1932 году в МХТИ им. Д.И. Менделеева [157]. Предлагалось равномерно пронизать стекломассу газовыми пузырями и получить пористое стекло малого объемного веса с высокими теплоизоляционными свойствами. Промышленное получение пеностекла было реализовано на Константиновском заводе «Автостекло» (Украина, Донецкая обл., с. Константиновка). Однако эта задача оказалась нелегкой и не получила практического решения.

В 1934 году Б. Лонг во Франции получил патент на изготовление пеностекла нагреванием до 800–900 °С смеси измельченного стекольного порошка с газообразователями и другими восстановителями.

Лишь в 1939 году И.И. Китайгородским и Л.М. Буттом [31] в Москве был разработан способ получения пеностекла, который был внедрен в производство. Получение пеностекла в промышленных масштабах началось в СССР в 1947 году. Для производства пеностекла были введены цехи при крупных столичных

стекольных заводах: Константиновском (Украина, Донецкая обл., с. Константиновка) в 1947 г. – в настоящее время завод с 1996 года признан банкротом и ликвидирован; Ивотском (Россия, Брянская обл., Дятьковский р-н, пос. Ивот) в 1951 г. – в настоящее время ОАО «Ивотстекло»; Гомельском (БССР, г. Гомель) в 1953 г. – в настоящее время ОАО «Гомельстекло»; Саратовском (Россия, Саратовская обл., г. Саратов) в 1962 г. – в настоящее время АО «Саратовстройстекло».

До 1956 года пеностекло получали по двухстадийному способу, который включал в себя вспенивание блоков в металлических формах в туннельной печи, а их отжиг (выдержка пеностекла при одной температуре и последующее медленное остывание) – в специальной печи для отжига. Данный способ был малопроизводителен и требовал дополнительных трудоемких операций по извлечению блоков из форм. Переход на одностадийный способ, по которому оба технологических процесса – вспенивание и отжиг – совмещены в один, позволил значительно увеличить производительность установок и снизить себестоимость готовой продукции [82].

Такая организация производства пеностекла наиболее проста и экономична: она позволяет совмещать производства пеностекла и других видов стекла на базе объединения сырьевого и топливного хозяйств, а также использовать отходы основного стекольного производства для получения пеностекла. Впоследствии цехи по производству пеностекла начали возникать и на других предприятиях промышленности строительных материалов в больших городах, где сырьевыми ресурсами для производства пеностекла служит бой тарного, главным образом бутылочного стекла. Например, линия по производству пеностекла работала при Лихоборском заводе в Москве.

В настоящее время развитой промышленной технологией производства пеностекла обладают Россия, США, Китай, Япония и Белоруссия [147]. Крупнейший производитель пеностекла в мире компания «Pittsburgh Corning» (США) (рисунок 1.1) имеет в Европе три завода: в Бельгии, в Германии и в Чехии общей мощностью  $860000 \text{ м}^3/\text{год}$ . Из четырех заводов, действовавших в СССР, в

годы перестройки сохранился лишь один – «Гомельстекло» (Белоруссия) (рисунок 1.2) Его мощность около 40000 м<sup>3</sup>/год. В России же масштабное промышленное производство пеностекла реализовано в г. Владимире на предприятии АО «СТЭС-Владимир» (рисунок 1.3), выпускающего теплоизоляционные изделия из пеностекла марки «НЕОПОРМ».



Рисунок 1.1 – Завод по производству пеностекла «Pittsburgh Corning» (США)



Рисунок 1.2 – Завод по производству пеностекла «Гомельстекло» (Белоруссия)



Рисунок 1.3 – Завод по производству пеностекла «СТЭС-Владимир» (Россия)

При производстве пеностекла сырьевая смесь для его производства в измельченном состоянии проходит много стадий технологической обработки, одной из важнейших технологических операций является стадия

высокотемпературной термической обработки, в результате которой в пеностекле формируются необходимые теплоизоляционные свойства. Поэтому для установления взаимосвязи различных теплотехнических, механических и эксплуатационных свойств пеностекла с различными условиями термической обработки пеностекла, а также временными параметрами процесса вспенивания необходимо изучить и проанализировать физико-химические основы процессов структурообразования пеностекла, качественный и количественный состав сырьевых материалов, исследовать общую характеристику современных подходов к производству пеностекла и установить зависимости теплофизических характеристик пеностекла от его состояния. Все эти позиции будут раскрыты в 1 главе настоящей работы.

## **1.1 Характеристика технологических подходов к производству пеностекла**

### **1.1.1 Анализ основных способов и технологических принципов производства пеностекла**

Пористую структуру стекла можно получить различными способами, разработанными русскими и зарубежными учеными (рисунок 1.4).

*Порошковым*, при котором стекольный порошок с добавлением в него газообразователя при нагревании размягчается и вспучивается, в результате чего образуется пористая структура и изделию придается форма.

*Холодным*, основанным на спекании предварительно отформованных из вспененных масс изделий. Вспенивание массы происходит на холоде при введении порообразователя (1–2% раствора мыльного корня) и стабилизатора (4% -го жидкого стекла).

*Вспучиванием* в стекловаренной печи или специальном аппарате стекломассы, находящейся в пластично-вязком состоянии, при одновременном газовыделении тонко измельченных добавок [215].

*Продуванием* стекольного расплава воздухом или газами. Вспучиванием размягченного стекла под вакуумом в результате возникающего при этом расширения растворенных газов, находящихся в стекломассе [159].



Рисунок 1.4 – Способы получения пористой структуры пеностекла

В промышленности в настоящее время пеностекло производят лишь порошковым методом, так как он имеет ряд преимуществ перед другими способами получения пеностекла. Использование методов его получения из расплавов позволяет получать материал плотностью 300–700 кг/м<sup>3</sup> при температурах 1400–1450 °С, тогда как при порошковом способе при температуре вспенивания 800–900 °С минимальная плотность составляет 100–150 кг/м<sup>3</sup>. Холодный способ является трудоемким, так как отформованное, но неотожженное пеностекло является нестабильным до затвердения пены. Отожженное пеностекло обладает худшими эксплуатационными характеристиками, а именно низкой прочностью и высоким водопоглощением, снижающими теплоизоляционные характеристики в процессе эксплуатации такого пеностекла в конструкциях зданий и сооружений. Таким образом,

порошковый метод является наиболее целесообразным с точки зрения энергозатрат на производство пеностекла [6].

Принципиальная схема получения пеностекла порошковым методом представлена на рисунок 1.5.

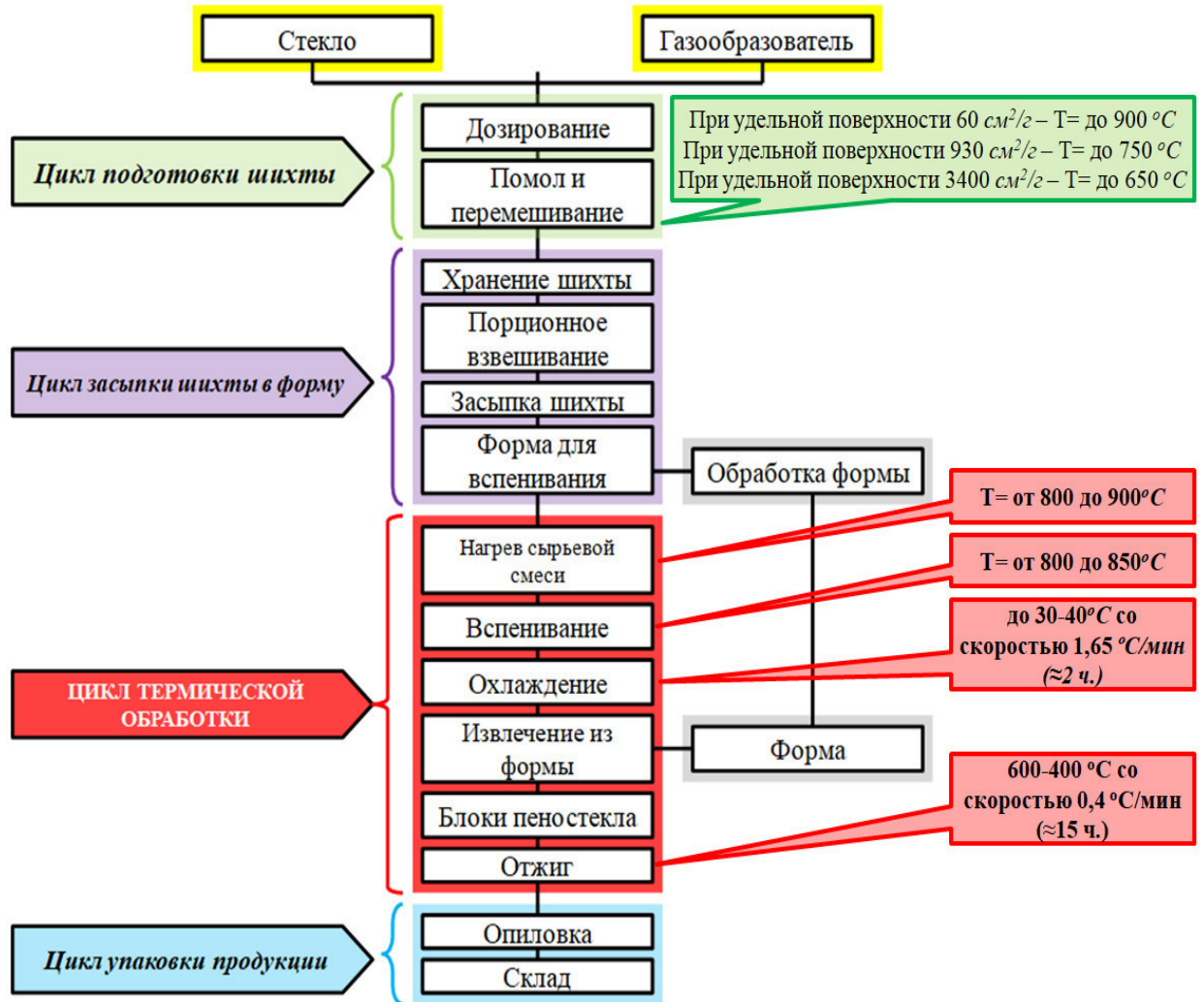


Рисунок 1.5 – Схема производства пеностекла по порошковой технологии

Порошковый метод основывается на том, что смесь тонкоизмельченного стекла и газообразователя нагревают в огнеупорных, обычно металлических формах до спекания и вспенивания. Полученные таким образом блоки пеностекла затем медленно отжигают или в формах в той же туннельной печи, в которой производилось газообразование, или же после извлечения из форм во второй

туннельной печи при температуре около 600 °С. Отожженные блоки обрабатывают резанием и шлифованием до точных размеров.

Технологию производства пеностекла, следовательно, можно разделить на следующие производственные этапы:

- варка стекла для гранулята или подготовка стеклобоя;
- подготовка основного стекла (грануляция, помол и сушка);
- приготовление сырьевой смеси;
- вспенивание;
- отжиг;
- обработка и упаковка.

В связи с повышенными требованиями к однородности исходного стекла по химическому составу, использование покупного стеклобоя является нецелесообразным. Для получения пеностекла хорошего качества следует применять стеклогранулят, навариваемый из шихты и стеклобоя. Это позволяет усреднить химический состав стеклогранулята при производстве пеностекла. Пеностекло в настоящее время в промышленном масштабе в основном вырабатывается в туннельных печах, многие детали которых являются металлическими. И хотя для этих деталей используют легированную сталь или легированный чугун, длительность работы печей обусловлена определенной температурой (830–950 °С). Более низкая температура печи и меньшая продолжительность производственного цикла означают меньшее потребление тепловой энергии, которая в значительной степени сказывается на конечной себестоимости пеностекла. При этой температуре сырьевая смесь должна вспениваться. Температура вспенивания зависит от выбора газообразователя, тонкости помола сырьевой смеси, но все же только химический состав основного стекла является решающим фактором, влияющим на ее величину.

Большинство обычных технических стекол (тарное или оконное стекло) при выборе соответствующего газообразователя может быть вспенено при вышеприведенных температурах. Известны попытки снизить, насколько это возможно, температуру вспенивания. При этом стремились получить такую

сырьевую смесь, вспенивая которую можно было бы получать пеностекло на оборудовании, изготовленном из обычной, нелегированной стали (чугуна). Однако снижение температуры вспенивания на основе изменения состава обычных натрий-кальций-силикатных стекол приводило к ухудшению химической устойчивости или к необходимости применения для варки стекла дорогостоящих компонентов, что, в свою очередь, оказывалось экономически неприемлемым [6].

При образовании пеностекла (вследствие значительной вязкости стекла и короткого времени процесса) почти не происходит диффузионного перемещения массы. Величина и количество пор пеностекла, толщина стенок отдельных пор определяются температурой и временем вспенивания, а также величиной частиц сырьевой смеси. Чем более тонкозернистой является сырьевая смесь, тем больше ее реакционная поверхность и тем более полно проходит процесс вспенивания. Поэтому снижение объемного веса пеностекла, прежде всего, обусловлено измельчением сырьевой смеси [39].

При производстве пеностекла в промышленном масштабе в большинстве случаев применяется сырьевая смесь со средней величиной частиц около 10 мкм. Величина удельной поверхности такой смеси примерно равна 5000–7000 см<sup>2</sup>/г [6; 15].

Сырьевая смесь должна быть однородной. Перемешивание тонкоизмельченного стекла (98–99,9%) с газообразователем (0,1–2%), который также находится в тонкодисперсном состоянии и имеет меньший удельный вес, чем стекло, затруднительно. Поэтому подготовке сырьевой смеси необходимо уделять большое внимание [39; 48; 95].

Сырьевую смесь можно приготовить двумя основными способами: периодическим и непрерывным. Смесь можно приготовить либо общим помолом и перемешиванием стекла и газообразователя, либо отдельным помолом стекла и при необходимости газообразователя с их последующим перемешиванием, либо вводить газообразователь на любой стадии помола [3; 114]. Предпочтительнее отдельный помол, так как при длительном общем помоле газообразователь до



некоторой степени теряет свою реакционную способность. Кроме того, смеси, полученные на основе отдельного помола, вспениваются легче, чем смеси при совместном помоле, и структура получаемого пеностекла также более однородна [39].

Существует несколько способов производства пеностекла порошковым методом:

- одностадийный способ [57; 58; 59; 84; 85; 199];
- двухстадийный способ [57; 58; 59; 84; 85; 199];
- способ непрерывного вспенивания ленты пеностекла [50; 58; 84; 87; 115];
- бесформовой способ производства пеностекла [15; 39; 80; 81; 82; 84; 95];
- способ получения гранулированного пеностекла [115; 116].

Пеностекло с низким водопоглощением в настоящее время производится в промышленном масштабе исключительно с применением углеродистых газообразователей как в металлических формах, так и в туннельных печах. Одностадийный способ производства заключается во вспенивании сырьевой смеси и последующем отжиге полученного пеностекла в одной туннельной печи.

Впервые этот способ был освоен на Гомельском стекольном заводе в 1953 г. [6]. Вспенивание и отжиг пеностекла проводили в туннельной печи в жаростойких металлических формах, установленных на вагонетках в три ряда по высоте и в два – по ширине канала. Температурный режим печей включал нагрев сырьевой смеси со скоростью 3,3 °С/мин, вспенивание – 1 ч, «резкое» охлаждение – 2 ч (со скоростью 1,65 °С/мин) и отжиг в течение 14 ч 44 мин. со скоростью в интервале температуры 600–400 °С и 400–450 °С, равной 0,4 °С/мин и 0,7 °С/мин соответственно.

Из-за длительности процесса термообработки пеностекла в многоярусной туннельной печи возможна кристаллизация стекла, что ухудшает его основные свойства – прочность и водопоглощение.

### 1.1.2 Одностадийный способ производства пеностекла

Одностадийный способ (рисунок 1.6) является более простым с точки зрения производства и оборудования [199]. В этом случае формы из-за более медленного их нагревания и охлаждения имеют более продолжительный срок службы. Однако необходимое количество форм для одной садки вследствие весьма длительного времени отжига пеностекла намного больше, чем при двухстадийном способе.

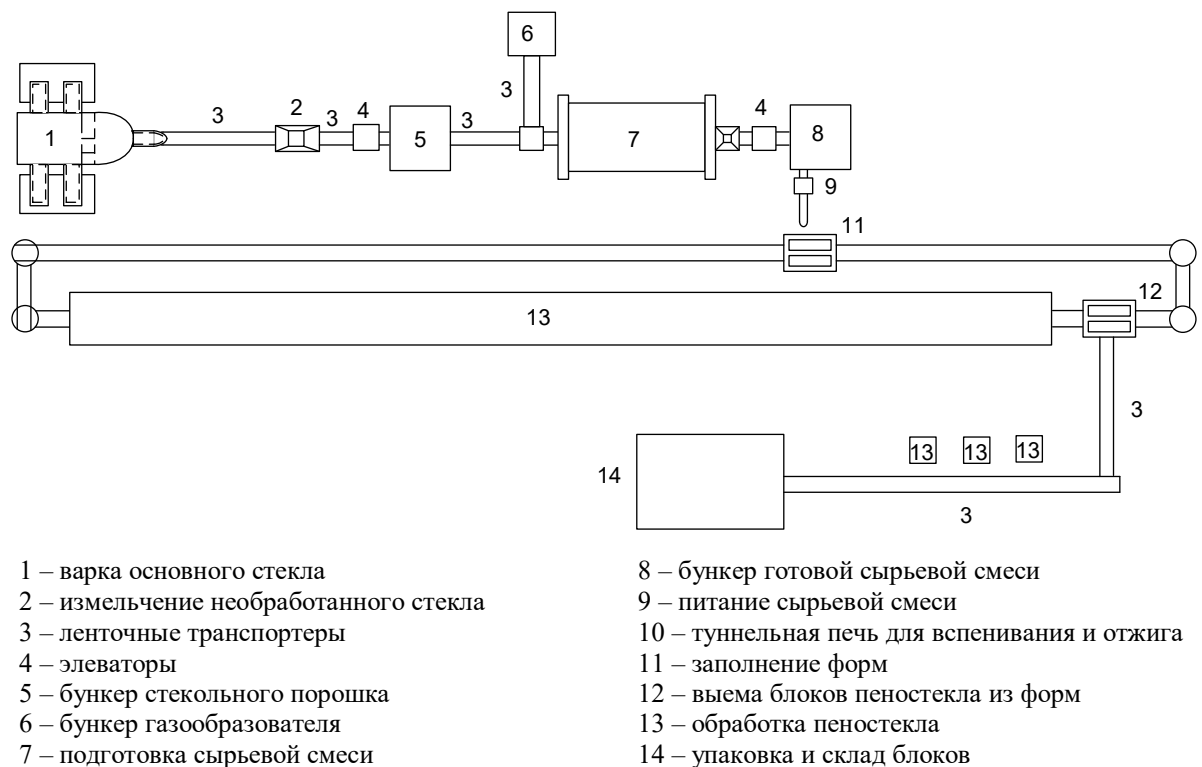


Рисунок 1.6 – Схема одностадийного способа производства пеностекла

Так как условия вспенивания и отжига пеностекла значительно отличаются при использовании одной печи, то приходится разрабатывать для нее очень жесткий тепловой режим, чтобы по возможности удовлетворить параметры обоих процессов, хотя оптимальных условий не удастся достигнуть ни для одного из них. В противоположность этому двухстадийный способ производства позволяет

осуществлять процессы вспенивания и отжига отдельно и применять для них действительно оптимальные условия производства.

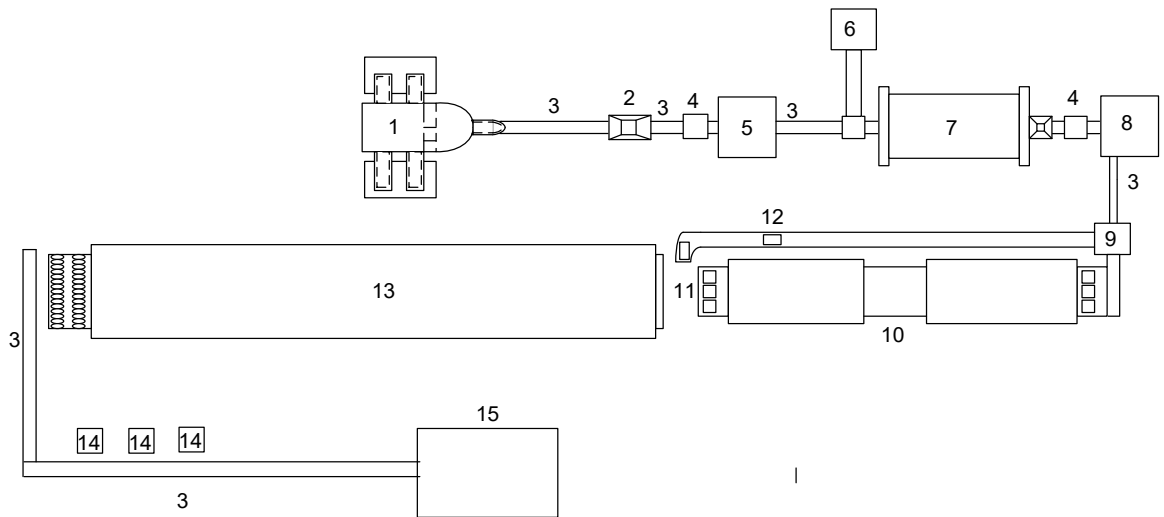
Одностадийный способ производства не может быть рекомендован для широкого внедрения, так как не обеспечивает получения пеностекла высокого качества при его низкой себестоимости. Это относится лишь к установкам с многоярусной садкой форм. Сама идея одностадийного способа получения пеностекла прогрессивна, несмотря на отдельные недостатки.

### **1.1.3 Двухстадийный способ производства пеностекла**

При двухстадийном способе (рисунок 1.7) в первой туннельной печи происходит процесс вспенивания, и на выходе из печи блоки извлекают из форм, подвергают отжигу во второй туннельной печи [59; 199].

Двухстадийный способ производства пеностекла предполагает главным образом конструктивное решение тех производственных узлов, которые сторонники одностадийного способа совершенно оправданно считают весьма трудными и невыгодными. Прежде всего, это относится к участку между печами для вспенивания и отжига, на котором блоки извлекаются из форм при относительно высоких рабочих температурах, а также к работе с горячими формами при их подготовке и новом наполнении. При условии, что удастся решить эти производственные узлы, двухстадийный способ производства по сравнению с одностадийным имеет следующие преимущества:

- минимальное время вспенивания;
- совершенная регулировка процесса вспенивания в самостоятельной хорошо управляемой печи, включая спекание сырьевой смеси и стабилизацию вспененных блоков;
- полное использование пространства отжигательной печи за счет расстановки блоков на узкую сторону с минимальными зазорами между отдельными блоками;



- |  |  |
|--|--|
| 1 – варка основного стекла             | 9 – подача сырьевой смеси и заполнение форм                |
| 2 – измельчение необработанного стекла | 10 – печь для вспенивания                                  |
| 3 – ленточные транспортеры             | 11 – выемка блоков из форм и перекладка их печь для отжига |
| 4 – элеваторы                          | 12 – обратный транспортер пустых форм                      |
| 5 – бункер стекольного порошка         | 13 – печь для отжига                                       |
| 6 – бункер газообразователя            | 14 – обработка пеностекла                                  |
| 7 – подготовка сырьевой смеси          | 15 – упаковка и склад готовых блоков пеностекла            |
| 8 – бункер готовой сырьевой смеси      |  |

Рисунок 1.7 – Схема двухстадийного способа производства пеностекла

– совершенное управление процессом отжига в специально сконструированной отжигательной печи с регулируемым и равномерным отводом тепла от поверхности блоков;

– минимальное количество форм, которые после окончания процесса вспенивания сейчас же возвращаются в производство, не проходя длительного цикла отжига с пеностеклом.

Без ущерба для качества конечного продукта можно влиять на скорость процесса вспенивания пеностекла, изменяя характер температурной кривой по длине печи вспенивания. Если снижение температуры вспенивания  $t_{всп}$  компенсировать расширением зоны вспенивания, то прочность и водопоглощение практически не изменяются.

Если же температура вспенивания не снижается, то это позволяет уменьшить объемную массу пеностекла. Эту закономерность можно использовать для повышения производительности туннельной печи за счет сокращения цикла толкания форм. Так, на Гомельском стекольном заводе снижение цикла толкания

форм с 5 до 3 мин. позволило увеличить производительность технологической линии от 5,5 до 8,2 тыс. м<sup>2</sup> в год.

На современном этапе развития техники двухстадийным способом может быть произведено более качественное пеностекло, чем одностадийным способом. Оно характеризуется более однородной структурой и более низким объемным весом. Однако в [154] приводятся данные о возможности получения качественного пеностекла и одностадийным способом.

### 1.1.4 Способ непрерывного вспенивания пеностекла

Для получения непрерывной ленты пеностекла в государственном институте стекла под руководством И.И. Китайгородского и Б.И. Борисова была разработана и испытана опытная конвейерная установка (рисунок 1.8), позволяющая получать непрерывную ленту пеностекла толщиной 40–60 мм на движущейся жаростойкой стальной ленте [84].

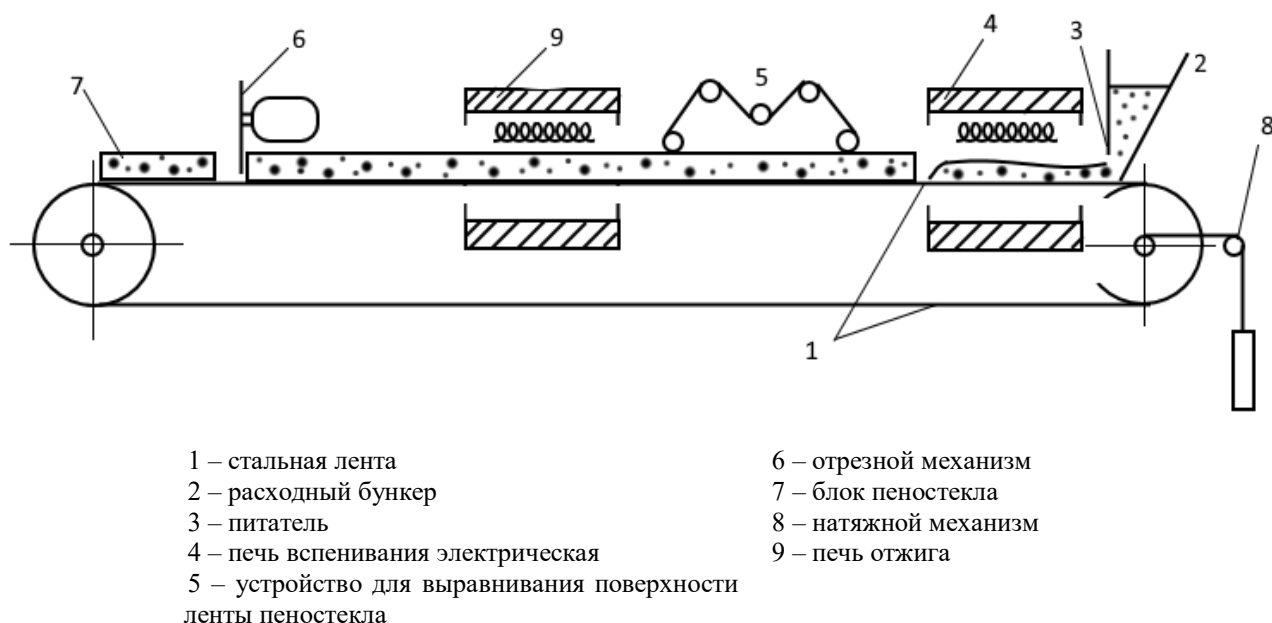


Рисунок 1.8 – Схема конвейерной установки для непрерывного вспенивания ленты пеностекла

Современные подходы к процессу непрерывного вспенивания ленты пеностекла целесообразно рассмотреть на схемах, рекомендуемых зарубежными специалистами. Среди них представляют интерес установки для получения пеностекла наиболее перспективным и современным методом «плавающей ленты» на расплаве олова во флоат-установках [58].

Листы пеностекла толщиной несколько сантиметров можно получать спеканием и последующим вспениванием сырьевой смеси на поверхности расплавленного металла, который находится в ванне с восстановительной азотоводородной атмосферой. Регулирование толщины ленты пеностекла осуществляется двумя продольными бортами, выполненными из несмачиваемого стеклом материала. В начале ванны сырьевая смесь вспенивается, затем при дальнейшем продвижении лента пеностекла постепенно охлаждается, затвердевает и, наконец, вытягивается с поверхности расплава в отжигательную печь, в которой пеностекло затвердевает окончательно [50].

Другой вариант получения пеностекла методом «плавающей ленты» заключается в том, что на поверхности расплавленного металла сначала вытягивают ленту обыкновенного стекла, на которую после некоторого продвижения ее вперед через отверстие в своде насыпают слой сырьевой смеси [58].

Лента, состоящая из слоя стекла и сплавившегося с ним слоя пеностекла, при дальнейшем продвижении вперед по поверхности расплавленного металла охлаждается и затвердевает. В полученном таким способом листовом материале слой пеностекла высотой 20–60 мм прочно соединен с подложкой из плотного стекла толщиной до 8 мм.

Способ непрерывного получения пеностекла, несомненно, перспективен. Несмотря на отмеченные выше недостатки, он должен совершенствоваться в направлении конструктивного оформления тепловых установок [115].

В зависимости от вида применяемого сырья пеностекло можно вырабатывать по двум основным технологическим схемам [87]:

а) расширенной схеме производства, по которой сначала получают стекольный гранулят, а затем из него уже – пеностекло:

б) сокращенной схеме производства, по которой пеностекло вырабатывают непосредственно из стекольного боя.

Основной технологической задачей в производстве пеностекла является спекание сырьевой шихты, в результате чего этот материал приобретает характерное для него пористое строение. Сырьевые шихты могут спекаться в широких температурных пределах: от 600 до 1000 °С (обычно 750–850 °С). При спекании стекольной шихты протекают следующие физико-химические процессы [87]:

1) размягчение отдельных частиц, в результате чего они спекаются друг с другом;

2) разложение или сгорание газообразователя и выделение рабочего газа;

3) вспучивание выделившимся газом вязкой стекломассы и образование пор в материале;

4) закрепление образовавшейся пористой структуры и придание материалу твердости и прочности.

Для спекания сырьевых шихт применяют формы из жаростойкой стали или жаростойкого чугуна. Иногда используют керамические формы-капсели. Размеры формы зависят от величины блоков из пеностекла (500x500x100 мм и др.).

Режим процесса спекания, т.е. температура и продолжительность его, зависят от состава исходного стекла, вида и количества газообразователя, заданного объемного веса пеностекла, размеров изготавливаемых блоков.

Основные параметры процесса спекания – температура и продолжительность – влияют на объемный вес получаемого пеностекла. Объемный вес пеностекла снижается при повышении температуры и увеличении продолжительности процесса спекания. Таким образом, изменяя в известных пределах эти параметры, можно регулировать объемный вес, а следовательно, и другие свойства пеностекла.

### 1.1.5 Способ получения гранулированного пеностекла

В Российской Федерации получение гранулированного пеностекла, используемого в качестве заполнителей, находится на стадии опытного промышленного производства. Основным препятствием его промышленного освоения является сложность гранулирования сырьевых смесей. Получение сырцовых гранул требуемых размеров и технологической прочности из высокодисперсных стеклянных порошков требует применения специальных связок и жесткого соблюдения довольно узких пределов изменения технологических параметров [115; 116]. Этих технологических трудностей позволяет избежать способ получения гранулированной сырьевой смеси, разработанный в Минском НИИСМ.

Особенности способа заключаются в том, что сырьевая смесь получается в виде монолита, дробление и рассев которого обеспечивает устойчивое получение прочных сырцовых гранул заданных фракций. Их вспенивание во вращающейся печи позволяет получить гранулированное пеностекло требуемой насыпной плотности и грансостава. По этому способу монолитизированная сырьевая смесь получается путем гидротермальной обработки стеклошликера, в процессе которой происходит гидролитическая деструкция стекла с образованием вяжущего и последующее твердение. При этом в присутствии нитратов образуются соединения, разложение которых с образованием газовой фазы завершается при температурах свыше 650 °С, что обеспечивает получение пеноструктуры.

Техпроцесс получения гранулированного пеностекла по этому способу включает мокрый помол стекла, агломерацию стеклошликера с добавками нитратов путем гидротермальной обработки, дробление, рассев монолитизированного агломерата с выделением требуемых фракций и их вспенивание во вращающейся печи.

Техническая реализация этого процесса не требует разработки специального технологического оборудования и освоения новых операций.



Получение гранулированного пеностекла, таким образом, можно свести к организации в едином производственном комплексе операций, указанных выше и освоенных в промышленных и строительных материалах.

### **1.1.6 Бесформовой способ производства пеностекла**

В рамках классической порошковой технологии рассматривается наиболее перспективный способ получения пеностекла – бесформовой [15; 39; 80; 81; 82; 84; 95], имеющий по отношению к классическому формовому (одностадийному или двухстадийному) способу ряд преимуществ. Эти преимущества непосредственно касаются энергозатрат на стадии ТО.

Опыты, связанные с прессованием в брикет сырьевой смеси и его последующей термической обработкой, описаны в монографии Китайгородского И.И. и Кешишяна Т.Н. [84]. Однако промышленного применения бесформовой способ не находит.

Прессование в брикет сырьевой смеси перед началом ТО дает несколько положительных эффектов. Во-первых, повышается общая теплопроводность смеси, что при тепловой обработке приводит к более равномерному и интенсивному прогреву и в результате улучшению целого ряда свойств конечного продукта. Во-вторых, сырец набирает достаточную прочность для перехода к технологии обжига без форм, что дает возможность повысить производительность печей на 30–40% [153]. Кроме того, брикетирование шихты предотвращает ее унос конвективными потоками в процессе нагрева [80].

В последние годы исследования, связанные с производством пеностекла из брикетов, были возобновлены ввиду экономической эффективности такого производства [5; 95]. В настоящей работе рассматривается процесс производства пеностекла по бесформовому способу, предложенный Барановым Е.В. [15] и характеризующийся использованием в качестве газообразователя химически связанной воды.

Важность, сложность, энергозатратность и в то же время недостаточная изученность стадии ТО дают основание для более подробного ее исследования, как передела, имеющего наибольший потенциал для совершенствования технологии производства пеностекла [60].

Рассмотрев и проанализировав основные теплофизические и механические свойства пеностекла, количественные и качественные составы компонентов сырьевой смеси для получения пеностекла, а также особенности структурообразования пеностекла при его получении, необходимо более детально остановиться и исследовать механизмы теплообмена в процессе получения пеностекла на различных стадиях его получения в рамках процесса высокотемпературной термической обработки. Как было отмечено выше, механизмы структурообразования и вспенивания сырьевой смеси для получения пеностекла напрямую зависят от выбранных температурно-временных режимов, поэтому вопросы регулирования режимов высокотемпературной термической обработки пеностекла являются актуальными в контексте формирования физико-технических свойств конечного материала.

## **1.2 Способы подготовки сырьевой смеси для получения пеностекла**

При производстве полого или листового стекла путем формования из расплавленной стекломассы в процессе обработки появляются продукты растекловывания (кристаллизации). Этот вид порока, как правило, нельзя устранить никаким другим способом, кроме изменения химического состава шихты при варке стекла. Конечное изделие из пеностекла получается не путем постепенного охлаждения расплавленной стекломассы, а, наоборот, в процессе нагревания затвердевшего стекольного порошка. Поэтому и условия кристаллизации в этом случае оказываются совершенно иными, чем при производстве полого или листового стекла [6; 14].

Принципиальная разница между варкой обычного технического стекла и стекла для производства пеностекла состоит в том, что стекло, предназначенное

для пеностекла, не должно осветляться. Ваннные печи для варки стеклогранулята могут быть намного короче, чем для обычных стекол, и характеризуются более высокими удельными съемами с  $1 \text{ м}^2$ . Поэтому общее время варки по сравнению с обычными стеклами значительно сокращается (примерно в 2–3 раза).

При образовании пеностекла (вследствие значительной вязкости стекла и короткого времени процесса) почти не происходит диффузионного перемещения массы. Величина и количество пор пеностекла, толщина стенок отдельных пор определяются температурой и временем вспенивания, а также величиной частиц сырьевой смеси. Чем более тонкозернистой является сырьевая смесь, тем больше ее реакционная поверхность и тем более полно проходит процесс вспенивания [192; 191; 189; 190]. Поэтому снижение объемного веса пеностекла, прежде всего, обусловлено измельчением сырьевой смеси [39].

При производстве пеностекла в промышленном масштабе в большинстве случаев применяется сырьевая смесь со средней величиной частиц около 10 *мкм*. Величина удельной поверхности такой смеси примерно равна 5000–7000  $\text{см}^2/\text{г}$  [6; 14].

Сырьевая смесь должна быть однородной. Перемешивание тонкоизмельченного стекла (98–99,9%) с газообразователем (0,1–2%), который также находится в тонкодисперсном состоянии и имеет меньший удельный вес, чем стекло, затруднительно. Поэтому подготовке сырьевой смеси необходимо уделять большое внимание [39; 48].

Сырьевую смесь можно приготовить двумя основными способами: периодическим и непрерывным. Смесь можно приготовить либо общим помолом и перемешиванием стекла и газообразователя, либо отдельным помолом стекла и при необходимости газообразователя с их последующим перемешиванием, либо вводить газообразователь на любой стадии помола. Предпочтительнее отдельный помол, так как при длительном общем помоле газообразователь до некоторой степени теряет свою реакционную способность. Кроме того, смеси, полученные на основе отдельного помола, вспениваются легче, чем смеси при

совместном помоле, и структура получаемого пеностекла также более однородна [39].

***Периодический способ.*** При использовании периодического способа подготовки сырьевой смеси совместно осуществляется перемешивание и помол. Это снижает затраты и с точки зрения производства является более простым, хотя данные операции можно проводить и отдельно. Периодический способ подготовки сырьевой смеси с одновременным помолом и перемешиванием стекольного порошка и газообразователя применяется на небольших предприятиях, где оборудование не автоматизированно и не механизированно. Экономическая эффективность производства при использовании такого способа подготовки шихты невысокая [6; 43; 44].

Порядок операций при периодическом способе подготовки сырьевой смеси (с одновременным помолом и перемешиванием стекла и газообразователя) следующий. Из бункера предварительно раздробленное стекло поступает на весы, отвешивается и засыпается в мельницу. Одновременно в мельницу добавляется газообразователь, который отвешивается на более точных весах. Для контроля тонины помола по истечении определенного времени мельница останавливается и отбирается проба. Если материал достаточно размолот, то помол заканчивается; в противном случае помол продолжается до достижения материалом необходимой тонины. По окончании помола через загрузочное отверстие мельницы, оснащенное ситом или сеткой, измельченный материал подается в виде готовой сырьевой смеси непосредственно в формы. Между мельницей и бункером готовой смеси для отсева грубых частиц и инородных включений сырьевой смеси обычно помещают вибрационное сито с отверстиями 0,1–2 мм. Для периодического способа подготовки сырьевой смеси обычно применяют шаровые мельницы. В случаях, когда необходимо получить сырьевую смесь очень тонкого помола, используют вибрационные мельницы [23; 24; 44].

Некоторые газообразователи, прежде всего активная сажа, действуют в качестве ускорителя помола. Поэтому производительность шаровых и вибрационных мельниц при одновременном помоле и перемешивании стекла с

этими газообразователями больше, чем при помоле одного стекла. Следует учитывать, что помол в шаровых мельницах сначала проходит быстро, а затем постепенно замедляется. При смешивании газообразователя со стеклом в начале процесса помола в достаточном количестве образуются новые поверхности чистого стекла, на которых растирается газообразователь. С течением времени их образуется все меньше, а растирание газообразователя на новых поверхностях почти не происходит. В результате повышенного трения поверхностей отдельных частиц сырьевой смеси, ранее покрытых слоем газообразователя, он постепенно теряет свою активность и вспенивающую способность [39].

Поэтому эффективность помола определяется не только умением произвести помол сырьевой смеси до требуемой тонины, но и прекратить помол на стадии, когда в сырьевой смеси имеется еще достаточное количество вновь образовавшихся поверхностей. При одновременном помоле и перемешивании сырьевой смеси минимально необходимый относительный прирост новой поверхности зависит от вида применяемого газообразователя. Например, при использовании в качестве газообразователя активных видов сажи помол должен быть прекращен, когда прирост новой поверхности в течение 1 ч составляет менее 4%. В шаровой мельнице скорость помола можно регулировать количеством измельчаемого материала, который подбирается таким образом, чтобы выгрузка мельницы могла производиться через определенные интервалы времени (1–2 раза в сутки или 1 раз в смену).

Исходное стекло для подготовки сырьевой смеси, характеризующейся величиной зерен около 10 мкм, требует предварительного измельчения материала до зерен размерами 2–10 мм. Для дробления стекла можно использовать дробилки или мельницы различных типов в зависимости от крупности кусков исходного материала. Как правило, применяют двухступенчатое дробление на мельницах двух различных типов.

На первом этапе используют различного рода дробилки: щековые, отражательные, конусные и вальцовые. На втором этапе используют мельницы.

Щековые дробилки изготавливаются различных размеров с производительностью от 3 до 120 кг/ч измельченного материала при ширине входной щели от 5 до 60 мм. Для боя листового стекла щековые дробилки непригодны, так как плоские куски стекла легко проходят через щель, оставаясь нераздробленными.

Отражательная дробилка может дробить и обломки листового стекла. Выходную щель можно регулировать в интервале от 5 до 80 мм. Максимально допускаемая величина зерна подаваемого материала находится в пределах 250–300 мм. Производительность дробилки составляет несколько десятков тонн материала в час, мощность мотора – 50–60 кВт [25; 27].

Конусная дробилка в своем корпусе на вертикальном эксцентриковом валу имеет подвижный дробящий конус, который снизу прижимается к неподвижной конусообразной дробящей рубашке. Размеры щели можно регулировать и при работе дробилки в пределах 3–15 мм. Максимальная величина зерна поступающего материала не должна превышать 50–60 мм.

Вальцовая дробилка менее пригодна для дробления стекла. Ее главной составной частью являются два вращающихся навстречу друг другу стальных цилиндра, между которыми (через загрузочную воронку) пропускается материал для дробления. Величину дробленого зерна можно регулировать, изменяя расстояние между вальцами.

Производительность периодически работающих мельниц при одновременном помоле и перемешивании сырьевой смеси до тонины, отвечающей удельной поверхности  $6000 \text{ см}^2/\text{г}$ , относительно невелика. В целях экономии часовая производительность мельницы должна быть максимальной. Для шаровой мельницы повышение производительности может быть достигнуто следующим образом:

а) увеличением веса, общей поверхности и поверхности соприкосновения мелющих тел (цилиндры измельчают материал быстрее, чем шары);

б) оптимальным заполнением мельницы материалом и мелющими телами (материал загружают в количестве 0,3–0,5 кг на 1 л объема пустой мельницы, а мелющими телами заполняют мельницу до половины ее объема).

Более высокую производительность имеют вибрационные мельницы [28; 144]. При периодическом помоле производительность вибромельницы в 10–30 раз больше производительности шаровой мельницы, так как число ударов мелющих тел в ней примерно в 5000 раз больше, чем число ударов в шаровой мельнице за то же время [39].

Вибромельницы позволяют размалывать материал до зернового состава с удельной поверхностью порядка более 10 000 см<sup>2</sup>/г, что способствует снижению объемного веса изделия. Приготовление сырьевой смеси с такой высокой удельной поверхностью в шаровых мельницах в промышленном масштабе практически невозможно.

Вибропомол обеспечивает короткое время помола при очень быстром увеличении удельной поверхности, и добавляемый газообразователь полностью сохраняет свою вспенивающую способность. Поэтому качество сырьевой смеси, полученной в вибромельницах при одновременном помоле и перемешивании, такое же или даже более высокое, чем в шаровых мельницах. При периодическом помоле к недостаткам вибрационных мельниц по сравнению с шаровыми можно отнести необходимость более частой загрузки и разгрузки, большой шум при работе и более сложный уход за мельницей.

Если стекло из ванны гранулируется в воду, то полученный гранулят необходимо высушить. Сушка может быть совмещена с помолом только во вращающихся мельницах с открытым циклом. Для всех остальных способов измельчения необходимо применять предварительно высушенный гранулят. Сушить гранулят можно как перед дроблением, так и после него. Сушка после дробления выгоднее, поскольку сушилки лучше работают с порошком, однородным по гранулометрическому составу.

Для сушки стеклянного порошка обычно применяют сушильные барабаны. Необходимые для сушки газы получают при сжигании газа, масла или угля в

специальной камере сжигания и оттуда подводят к сушилке, из которой они удаляются через дымовую трубу. Материал для сушки поступает со стороны камеры сжигания через загрузочное отверстие. Барабан работает по принципу прямотока. Высушенный материал поступает в выгрузочную камеру или непосредственно на транспортер. Сушилки других типов работают по принципу противотока; высушенный материал выходит из них со стороны камеры сжигания топлива.

Для повышения эффекта сушки сушильный барабан имеет внутренние устройства в виде специальных ячеек или лопастей. Выбор конструкции устройства определяется свойствами подлежащего сушке материала. Производительность прямоточных сушилок для стекольной фритты с влажностью 2,0% колеблется в пределах 0,5–50 т/ч.

**Непрерывный способ** подготовки сырьевой смеси с одновременным помолом и перемешиванием стекла и газообразователя. В смеситель поступает отвешенное на весах дробленое стекло из бункера и отвес газообразователя. Перемешанную смесь транспортируют с помощью питателя и подают в мельницу непрерывного действия [222]. Готовая сырьевая смесь выходит из мельницы и поступает в расходный бункер [39; 215].

Обычно для помола применяется многокамерная трубная мельница, разделенная с помощью щели и перегородок на несколько камер (две или три), заполненных мелющими телами различной величины. В первой камере осуществляется грубый помол, во второй – тонкий помол, а в третьей камере происходит домол сырьевой смеси цилиндрами или шарами минимального диаметра до удельной поверхности 6000–7000 см<sup>2</sup>/г [39; 44; 205].

Непрерывный способ подготовки сырьевой смеси с отдельным помолом и перемешиванием стекла и газообразователя. Ускорения процесса помола в мельницах можно достигнуть путем постоянного удаления наиболее тонких частиц измельчаемого материала, которые препятствуют дальнейшему размолу более грубых частиц. У мельниц всех типов наблюдается достижение так



называемой граничной тонины помола, когда помол практически прекращается и эффективность их работы становится очень низкой.

При сухом помоле размолотая фракция может удаляться с помощью продуваемого воздуха. Поток воздуха с размолотым материалом проходит через воздушный классификатор и попадает в сепараторы, где происходит отделение твердой фазы от воздуха. Если имеется необходимость в сушке материала, то применяют горячий воздух, который после прохождения через сепаратор выпускают в атмосферу (открытый цикл). Если же размолотый материал сухой, то очищенный воздух из сепаратора снова подают в мельницу (закрытый цикл) [95].

При одновременном помоле стекла и газообразователя в циркуляционной мельнице с воздушной классификацией может происходить расслаивание материала и газообразователя. Поэтому этот способ подготовки сырьевой смеси следует применять при отдельном помоле стекла и газообразователя с их последующим перемешиванием.

Для достижения хорошего перемешивания сырьевой смеси необходимо, чтобы удельная поверхность газообразователя не менее чем в 5 раз превышала удельную поверхность измельченного стекла. Хорошему перемешиванию также способствует небольшая влажность порошка стекла (0,1–0,3%). В этом случае на поверхности отдельных частиц стекла вода образует тонкую пленку, которая способствует более равномерному распределению газообразователя в смеси, и обеспечивается тесное соприкосновение между газообразователем и поверхностью стекла [6; 47].

### **1.3 Анализ качественных и количественных параметров газообразователей для получения пеностекла**

Характер и структура газообразователя является чрезвычайно важным фактором, поэтому при его выборе необходимо руководствоваться следующими соображениями:

1. Газовая фаза при термическом разложении газообразователя не должна выделяться при температуре ниже температуры размягчения стекла и образования жидких поверхностных слоев. Преждевременное выделение газовой фазы до слипания крупинки стекла исключает возможность вспенивания стекломассы.

2. Парциальное давление газовой фазы должно нарастать постепенно и по возможности в широком температурном интервале, который должен совпадать с температурным интервалом, обеспечивающим рабочую вязкость стекла или быть близким к нему. В противном случае газовая фаза может привести к разрыву сформированной поры, либо оказаться недостаточной, чтобы вспенить вязкую стекломассу [155; 158; 231].

Увеличение в размерах пор пеностекла в процессе вспенивания обусловлено выделением из газообразователей газов, когда сырьевая смесь уже окончательно спеклась. Газы образуются не только в результате термического разложения газообразователя, но и в результате химической реакции между газообразователями и некоторыми компонентами стекла.

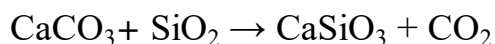
В зависимости от вида химической реакции, протекающей при выделении газов, газообразователи можно разделить на две основные группы:

- газообразователи нейтрализационные;
- газообразователи окислительно-восстановительные.

Исключением является несколько веществ, выделяющих при высоких температурах гидратную воду или воздух, адсорбированный в порах.

**Нейтрализационные газообразователи.** Это группа газообразователей, действие которых является результатом реакции нейтрализации. Некоторые компоненты стекла, такие как  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{B}_2\text{O}_3$  или  $\text{P}_2\text{O}_5$ , являются в реакции нейтрализации кислой составляющей, а основанием – газообразователь (для звукоизоляционного пеностекла – это карбонат щелочноземельных металлов). В качестве газообразователей можно использовать карбонат кальция, карбонат магния, доломит, сидерит и до определенной меры даже соду или поташ. Их применяют в количестве 1–2% от веса стекла. При этом газообразование

протекает очень быстро и бурно обычно при температурах даже на 30–50 °С ниже (для одного и того же стекла), чем при использовании углеродистых газообразователей. Для известняка выделение газа в момент, когда стекло уже оказывается достаточно жидким для того, чтобы образовать пену, можно выразить с помощью простой схемы:



На практике механизм реакции между стеклом и карбонатом кальция, конечно, является более сложным. Начало разложения (химическая реакция) происходит уже в твердом состоянии между частицами известняка и стекла. Щелочные металлы, находящиеся в стекле, нарушают непрерывную сетку из тетраэдров  $[\text{SiO}_4]$  и, таким образом, делают стекло более реакционноспособным. Одновременно с реакцией нейтрализации протекает и термическое разложение известняка, которое зависит от температуры и парциального давления углекислого газа в порах пеностекла [50]. Для производства теплоизоляционного пеностекла необходимо использовать другие газообразователи, которые не нарушают структуру стекла.

Применяя нейтрализационные газообразователи, сложно получить пеностекло с объемным весом меньше 200–250 кг/м<sup>3</sup>. При использовании бесцветного стекла и карбонатного газообразователя пеностекло получается белого цвета, из цветных стекол можно получить пеностекло различной окраски. О таком стекле правильнее говорить как о *губчатом*, поскольку отдельные поры в нем неравномерны как по форме, так и по величине, и наблюдаются связанные друг с другом каналы. Такие газообразователи лучше всего применять для получения звукоизоляционного пеностекла, так как сообщающиеся поры являются лучшим поглотителем звуковых волн [56].

**Окислительно-восстановительные газообразователи.** Основу действия этих газообразователей составляет реакция, в ходе которой один из компонентов стекла восстанавливается газообразователем с выделением газов. Восстанавливаемым компонентом стекла обычно служит  $\text{SO}_3$ ,

восстанавливающим газообразователем – углерод или содержащее его органическое вещество. Упрощенная схема реакции выглядит следующим образом:



Согласно реакции, восстановление шестивалентной серы, содержащейся в стекле, происходит до серы сульфидной. Восстановление идет лишь до четырехвалентной серы с образованием  $\text{SO}_2$ . Действительный механизм протекания всех реакций до сих пор еще неизвестен. Готовое пеностекло, полученное по этому способу, всегда имеет запах сероводорода ( $\text{H}_2\text{S}$ ) и никогда не имеет запаха сернистого газа ( $\text{SO}_2$ ). Однако при длительном нагревании готового пеностекла в полостях, образованных соединением отдельных пор, образуется сернистый газ. Его появление обусловлено или протеканием взаимной реакции сульфидной серы ( $\text{S}^{2-}$ ), образовавшейся ранее, с не прореагировавшим оксидом серы ( $\text{SO}_3$ ), или восстановлением последнего углеродом [6; 15].

Кроме того, возможна реакция углерода с сорбционной водой по схеме, предложенной Б.К. Демидовичем [58]:



Эта схема в сочетании со схемой, приведенной выше, может в полной мере описать реакцию, проходящую при вспенивании окислительно-восстановительных газообразователей.

Наиболее распространенным представителем этой группы является углерод. Он может использоваться в различных формах, начиная с ультратонких видов сажи с удельной поверхностью  $350000 - 1\,200\,000 \text{ см}^2/\text{г}$  и кончая его природными разновидностями, такими как антрацит, твердые угли или кокс, а также техногенными разновидностями материалов, содержащих элементарный углерод, графит, карбид кремния и др. [20; 58; 111; 118; 133].

В производстве теплоизоляционного пеностекла наиболее часто применяется антрацит в количестве 1,0–2,0%. Количество используемого антрацита зависит от содержания в нем основного компонента. Поэтому подбор количества антрацита и температуры вспенивания сырьевой смеси проводят экспериментально [6; 215]. В [220] с целью повышения эффективности технологического процесса и обеспечения равномерной пористости пеностекла предлагается смешивание двух расплавов стекол. Расплав, включающий окислитель, смешивается с расплавом стекла, включающим восстановитель. Содержание окислителя в расплаве составляет 0,5–6,0 вес.%, восстановителя – 0,1–1,6 вес.%.

В качестве восстановителя авторы рекомендуют использовать сульфидную серу ( $S^{2-}$ ), а в качестве окислителя – оксиды переходных металлов. Допустимо в качестве окислителей применять и другие соединения, такие как сульфаты и нитраты.

При варке стекол окислитель и восстановитель равномерно растворяются в стекломассе. В процессе смешивания двух расплавов сульфидная сера окисляется растворенным в стекломассе окислителем и образуется большое количество равномерно распределенных в стекломассе мелких пузырьков сернистого газа, в результате чего стекломасса вспенивается. Вспененную стекломассу формуют в изделие заданной формы [153].

Силикатообразование и стеклообразование происходят в процессе варки стекла, а в момент вспучивания имеет место прохождение основных реакций, связанных с разложением или окислением (сгоранием) газообразователя.

Каждый вид стекла имеет свою, определяемую химическим составом, вязкость при высоких температурах, а, следовательно, и свою температуру размягчения и спекания. Очевидно, что для каждого вида стекла необходим свой газообразователь. Виды и характерные технологические свойства последних сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1 – Данные о газообразователях для получения пеностекла

Газообразователь	Кол-во газообр. масс, %	Тонина помола, м <sup>2</sup> /кг	Темпер. спекания, °С	Цвет пористого стекла
Кокс КЛ-2	4,0...6,0	450...550	915...930	Кирпич до черного
Антрацит	1,5...1,7	460...500	820...845	Табачно-желтый, темно-серый
Антрацит и мрамор	1,5...2,0	400...500	800...825	Серый
Известняк и мрамор	2,0	420...500	760...780	Белый
Сажа ламповая	0,5...1,5	420...500	850...875	Серый до черного
Сажа газовая ДГ-100	0,3	700	795...820	Серый, серо-зеленый, черный
Древесный уголь	0,6...1,0	700	780...800	Черный
Торфяной полукокс	0,6...1,0	700	800...825	Серый, черный
Графит	1,0...2,0		800...820	Серый, черный
Пирролюзит MnO <sub>2</sub>	3,0...5,0		680...720	Фиолетовый
Карбид кремния SiC	1,0...3,0		850...760	Серый
Карбид кальция CaC	1,5...3,0		750...760	Белый, светло-серый
Криптол С	1,0...2,0		900...925	Серый до черного
NaNO <sub>3</sub>	3,0...5,0		720	Белый, серый
Мел	2,0...4,0	450...500	820...850	Белый
Доломит и мел	2,5...4,5	430...500	785...830	Белый
Хвосты флотации углей	1,5...2,3	460...500	835...870	Серый, черный

Как видно из таблицы, к обычным температурам (750...850 °С) спекания основных распространенных видов стекла, как то бутылка, флоат-стекло, триплекс и др., хорошо подходят газообразователи на основе углерода и карбонатных пород.

Варьирование цветом в расширенном диапазоне осуществляется при помощи введения в состав исходной шихты некоторых неорганических красителей, таких как: охра, пиритные огарки, оксиды хрома, кобальта, никеля и др., а также техногенные отходы промышленности, содержащие эти соединения.

Таким образом, с физической точки зрения многокомпонентная шихта является сложным составом [122; 218], требующим повышенного внимания при подборе ингредиентов, с целью получения необходимых конечных свойств готовой продукции.

Наилучший режим вспенивания шихты несложно выявить опытным путем. Процесс отжига можно подобрать из нескольких известных основных. Поэтому

исследования требуются в основном в области подготовки сырьевых материалов и шихты.

#### **1.4 Динамика вспенивания сырьевой смеси для получения пеностекла и механизмы стабилизации пористой структуры**

На начальных стадиях вспенивания пеностекло по своей структуре приближается к шаровой пене, для которой характерно незначительное насыщение газами и большая толщина отдельных стенок. Устойчивость этого вида пены, поры которой могут самостоятельно растягиваться или смещаться, зависит от их величины и вязкости дисперсной среды. Каждая пора шаровой пены имеет свойственное ему капиллярное давление кривизны, пропорциональное обратному значению его радиуса.

Для стабилизированных шаровых пен характерна высокая прочность, так как при большой толщине разделительных стенок снижается вероятность их повреждения, а в случае поверхностных царапин благодаря избыточной жидкости, ее подвижности и высокому поверхностному натяжению возможно и «самозалечивание». Однако с точки зрения изоляционных свойств пеностекла шаровая пена не представляет интереса, поскольку для нее характерна большая объемная масса ( $500 \div 1400 \text{ кг/м}^3$ ) и высокий коэффициент теплопроводности: поэтому ее можно рассматривать лишь как промежуточную форму пеностекла в процессе ее развития [73; 111; 112; 220].

По мере дальнейшего насыщения шаровой пены газами она постепенно переходит в многогранную с порами преимущественно полиэдрической формы. При условии постоянства реологических свойств расплава равновеликих зародышевых пор структура многогранной пены, очевидно, соответствует рисунку 1.9.

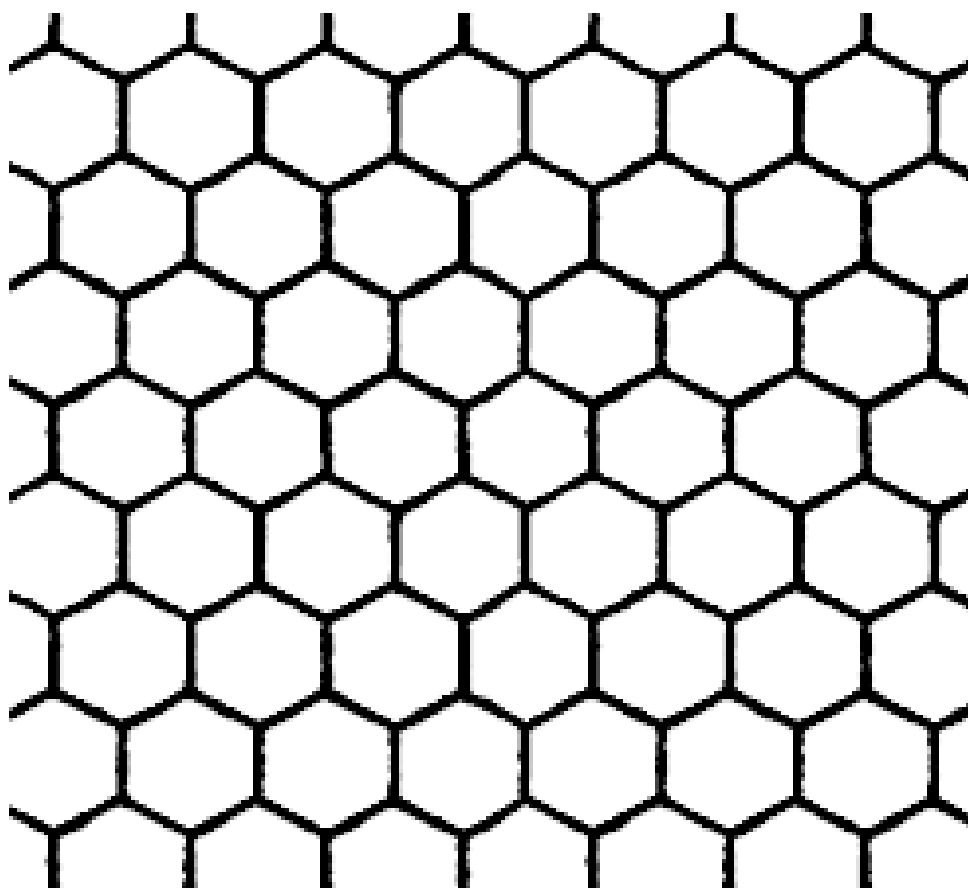


Рисунок 1.9 – Схема идеальной структуры многогранной пены

Однако процесс формирования структурных элементов поры пеностекла более сложен. Это связано с налагающимися друг на друга явлениями: накоплением жидкой фазы в гетерогенной пиропластической системе, взаимодействием стекла с газообразователем, формированием твердой кристаллической фазы и другими, которые затрудняют развитие «идеальной» структуры.

Кроме того, развитию структуры пеностекла препятствуют частицы железа, хрома, огнеупора, частицы закристаллизованного стекла (особенно из эрклеза – рисунок 1.10) и другие, которые находятся в стекле в твердом состоянии. Эти включения (или новообразования) характеризуются другими по сравнению со стеклом коэффициентами термического расширения, а также анизотропным характером теплопроводности, что вызывает возникновение напряжений в стенках поры, в результате которых образуются трещины в отдельных структурных элементах, снижающие прочность пеностекла.





Рисунок 1.10 – Эрклез – стеклянный камень

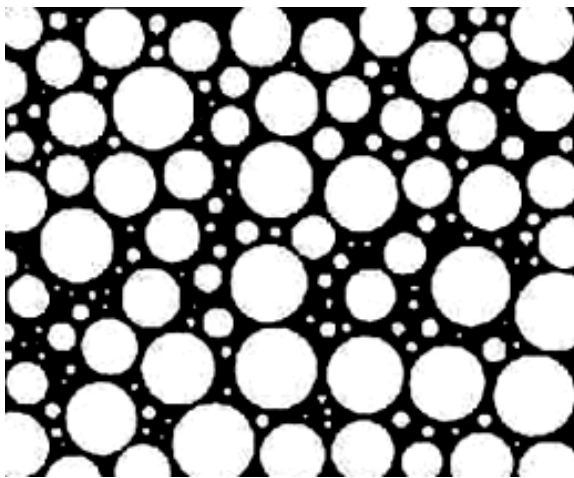
Микропузырьки, появляющиеся в большом количестве в пиропластическом стекле в момент образования разделительных стенок между порами, значительно уменьшают однородность почти всех элементов структуры пеностекла. Пространственное размещение микропузырьков в стенках многогранников может быть следующих типов:

- очень малых размеров внутри стенки;
- расположенные по всей длине стенки, частично рядом с ребром (гранью) и, главным образом, внутри стенки;
- рассеянные с малым интервалом по всей длине стенки, а также вдоль ее ребер и на поверхности;
- размещенные вдоль ребра внутри и снаружи многоугольника, разделяющего многогранники.

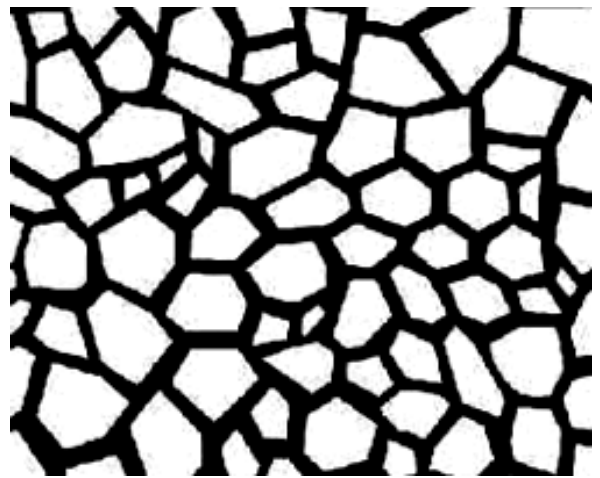
Пузырьки с меньшими (относительно средних) размерами, частично выступающие внутри многогранников, а также большие пузыри, образующиеся как дополнительные выросты, уменьшают прочность разделительных стенок и в целом структуру пеностекла. Многоугольники, разделяющие многогранники, часто содержат пузыри средних размеров, которые частично их деформируют и

снижают жесткость их конструкции. Этот тип пузыря довольно сильно влияет на ослабление тех многогранников, для которых многоугольники создают как бы углы, соединяющие весь скелет пеностекла.

Из всех представленных структур, образующихся при вспенивании пеностекла, наиболее оптимальной является многогранная структура с полиэдрическими порами (рисунок 1.11), но образования микропузырьков в стенках пор избежать невозможно. С учетом этого оптимальной пористой структурой считается многогранная структура с содержанием микропузырьков внутри стенок.



а – сферическая структура пеностекла



б – полиэдрическая структура пеностекла

Рисунок 1.11 – Виды пористой структуры пеностекла

Этого можно добиться созданием оптимального режима вспенивания, обеспечивающего равномерный прогрев сырьевой смеси по объему. Для этого необходимо создать температурный градиент по высоте формы для вспенивания. Повышение температуры дна формы на  $5 \div 15$  °С позволяет выровнять температуру сырьевой смеси в форме и провести равномерное спекание. Далее развитие пористой структуры идет от дна формы и уменьшается по высоте вследствие теплопроводности; поэтому для лучшего прогрева средних слоев сырьевой смеси необходимо повышение температуры нижних слоев сырьевой смеси.

На развитие структуры влияет дисперсность газообразователя и качество перемешивания. Для повышения качества перемешивания компонентов

газообразующей смеси можно использовать растворы веществ, повышающих смачиваемость газообразователя, что дает возможность равномерно распределить газообразователь в тонкодисперсной смеси, а значит, позволяет создать необходимые условия для равномерного выделения газовой фазы по всему объему пеностекла.

Уплотнение сырьевой смеси создает условия, ускоряющие процесс спекания, уменьшая вероятность быстрого разложения газообразователя в сырьевой смеси при достижении температуры вспенивания [153].

С точки зрения физики пеностекло является гетерогенной системой газообразной и твердой фаз. Хотя газообразная фаза в конечном продукте диспергирована в твердой фазе, образование стеклянной пены протекает, как и всех пен, между фазой газообразной и жидкой. Под влиянием быстрого возрастания вязкости стекла при охлаждении структура стекольной пены стабилизируется без видимых изменений.

В насыщенных пенах, в которых объем жидкой фазы превалирует или, в крайнем случае, лишь немного меньше объема газообразной фазы, последняя образует поры шарообразной формы. У стекла пена этого вида образуется, например, в начале осветления в варочной печи. Наиболее старые патенты по производству пеностекла описывали самые разнообразные способы повышения объема газообразной фазы в расплавленном стекле путем как выделения газов в результате протекания химической реакции, так и продуванием или взбиванием воздуха в расплавленном стекле. При всех этих способах никогда не удавалось получить пеностекло с объемным весом ниже  $1000 \div 1500 \text{ кг/м}^3$ , поскольку под влиянием высокого поверхностного натяжения расплавленной стекломассы (порядка нескольких дин/см) такие пены малоустойчивы. Большая часть газообразной фазы улетучивается из этой системы либо в процессе вспенивания, либо в процессе твердения стекла.

Стеклянную пену с низким объемным весом пока удалось получить в промышленном масштабе только путем нагревания порошковой смеси стекла с газообразователем. Как и у всех пен, в которых объем газообразной фазы

составляет более  $3/4$  их общего объема, отдельные поры пеностекла имеют форму неправильных полиэдров, разделенных тонкими, но тем не менее компактными пленками (рисунок 1.11 б). При достаточном увеличении пеностекло напоминает типичную наиболее известную пену, образованную продуванием воздуха через раствор мыла (мыльные пузыри). Так как образование стеклянной пены начинается спонтанно и практически сразу во всем объеме и, кроме того, в процессе газообразования проявляется тенденция к выравниванию давления между отдельными порами приблизительно до одной и той же величины полиэдра, пеностекла оказываются удивительно равномерными по величине и форме пор. Неудачно подобранный технологический процесс или же неудачно выбранный газообразователь в некоторых случаях приводит к образованию неоднородной гетерогенной системы газообразной и стеклообразной фаз, которая по своей структуре скорее напоминает губку. Такой продукт, как правило, характеризуется весьма высоким водопоглощением и поэтому в этом случае можно говорить скорее о губчатом стекле, чем о пеностекле.

При образовании пеностекла решающую роль играет большая удельная поверхность сырьевой смеси. Ранее было сказано о том, что структура поверхности стекла отличается от структуры в массе стекла. Прямым следствием структурных изменений поверхности стекла является повышенная реакционная способность поверхности, которая проявляется как при спекании стеклянного порошка, так и при образовании собственно стеклянной пены.

Влияние размера частиц сырьевой смеси на кинетику спекания и вспенивания, а также и на свойства пеностекла представлено в [88]. В качестве исходного материала для получения пеностекла авторы использовали бой оконного стекла. Наряду с прочим они установили, что температура спекания стеклянного порошка зависит от его удельной поверхности: чем больше удельная поверхность стеклянного порошка, тем ниже его температура спекания. Так, если для порошка оконного стекла с удельной поверхностью  $60 \text{ см}^2/\text{г}$  температура спекания составляла приблизительно  $900 \text{ }^\circ\text{C}$ , то для порошка с удельной

поверхностью  $930 \text{ см}^2/\text{г}$  температура спекания снижается до  $750 \text{ }^\circ\text{C}$  и для удельной поверхности  $3400 \text{ см}^2/\text{г}$  – до  $650 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Если газообразователь в сырьевой смеси хорошо перемешан со стеклом (при этом мягкий газообразователь, например углерод, буквально «намазан» на поверхность отдельных частичек стекла), то после спекания стекла, он оказывается равномерно распределенным в жидкой стеклообразной фазе. Начиная с этого момента выделение газа внутри жидкой стеклообразной фазы и образование пены зависят исключительно от реакционной способности газообразователя. Теоретически оконное стекло, размолотое до тонины, соответствующей удельной поверхности  $6000 \text{ см}^2/\text{г}$ , могло бы образовывать пену уже при  $630\text{--}670 \text{ }^\circ\text{C}$ . В действительности температура вспенивания оконного стекла лежит выше, так как при температурах ниже  $700 \text{ }^\circ\text{C}$  ни один газообразователь не в состоянии образовать достаточного количества газа. Начало образования пены у оконного стекала при использовании карбонатных газообразователей происходит при  $720 \text{ }^\circ\text{C}$ . Для углеродистых газообразователей эта температура лежит несколько выше. Повышение температуры ускоряет образование пены, так что практически применяемые температуры вспенивания для оконного стекла лежат в пределах  $760\text{--}770 \text{ }^\circ\text{C}$  для карбонатных газообразователей и  $820\text{--}860 \text{ }^\circ\text{C}$  для углеродистых газообразователей. Интервал температур  $760\text{--}880 \text{ }^\circ\text{C}$  соответствует для оконного стекла интервалу вязкости приблизительно  $8 \cdot 10^6 - 4 \cdot 10^5 \text{ П}$ .

При применении углеродистых газообразователей процессе вспенивания еще более сложен, чем при применении карбонатных. Выделение газов в них происходит не путем реакции с самим стеклом, как при карбонатных газообразователях, а путем взаимодействия только с определенным компонентом стекла, содержащимся в стекле в относительно небольшом количестве. Величина температуры вспенивания зависит также и от вида этого активного компонента. Образование и устойчивость любой пены тесно связаны с поверхностной энергией на фазовой границе газообразной и жидкой фаз. Чем меньше эта поверхностная энергия, тем легче образуется пена и тем более она устойчива. Например, при

добавлении в воду небольшого количества мыла снижается высокое поверхностное натяжение воды в такой степени, что раствор очень легко образует устойчивую пену.

Следует предположить, что аналогичным образом и при образовании пеностекла вопрос поверхностного натяжения играет такую же важную роль. Проблемой поверхностной энергии применительно к образованию пеностекла подробно занимались Бутт и Китайгородский [31; 84]. Ученые пришли к интересным выводам. Большое увеличение поверхности жидкости при образовании пены является причиной повышения общей свободной энергии системы, которая прямо пропорциональна поверхностному натяжению жидкости и величине пограничной поверхности между жидкой и газообразной фазами. Чем больше свободная энергия системы, тем менее устойчивой она является, и поэтому жидкости с высоким поверхностным натяжением либо вообще не образуют пены, либо образуют лишь очень малоустойчивую пену. Неустойчивость такой пены проявляется стремлением к уменьшению пограничной поверхности между фазами, т.е. к взаимному соединению отдельных пор с выделением газообразной фазы в атмосферу. Этот процесс обычно называют осаждением пены.

Расплавленное стекло – жидкость с относительно высоким поверхностным натяжением при температурах вспенивания – 300–500 дин/см. Поэтому стекольная пена должна проявлять большую склонность к взаимному соединению отдельных пор при их одновременном росте, сопровождающемся выделением газов в атмосферу. Если бы этого не было, то осветление стекла при варке было бы весьма проблематичной операцией. Следовательно, образование пеностекла с объемом газообразной фазы более 90% общего объема – весьма удивительное явление.

При образовании пеностекла действительно происходит взаимное соединение отдельных пор, таким образом, как это следовало ожидать, исходя из относительно высокого поверхностного натяжения расплавленного стекла.

Сырьевая смесь с удельной поверхностью около  $6000 \text{ см}^2/\text{г}$ , применяемая для производства пеностекла, имеет насыпной вес порядка  $1000\text{--}1500 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Следовательно, при удельном весе стекла  $2500 \text{ кг}/\text{м}^3$  сырьевая смесь в единице объема содержит приблизительно 50% газообразной фазы. Если предположить, что при наиболее плотной тетраэдрической упаковке частиц стекла сырьевая смесь содержит такое же количество пустот, как твердых частиц, то на основе простого расчета можно легко убедиться, что при средней величине частиц стекла  $10 \text{ мк}$  в  $1 \text{ см}^3$  сырьевой смеси содержится примерно  $10^9$  отдельных пустот. После спекания эти пустоты образуют пузырьки со средним диаметром также  $10 \text{ мк}$ . Если бы в пеностекле все поры остались такими, какими они были в сырьевой смеси, и только увеличился бы их объем примерно до величины  $1 \text{ мм}$  (действительный средний диаметр пор в обычном пеностекле), то  $1 \text{ см}^3$  сырьевой смеси после вспенивания должен был бы занять объем приблизительно  $5 \cdot 10^5 \text{ см}^3$ , т.е. пеностекло должно было бы иметь объемный вес около  $25 \cdot 10^{-7} \text{ г}/\text{см}^3$ . В действительности объемный вес обычного пеностекла составляет лишь около  $0,13\text{--}0,18 \text{ г}/\text{см}^3$ , т.е. приблизительно в  $100\,000$  раз меньше. Единственным объяснением этого несоответствия может быть то, что при образовании пеностекла объем отдельных пор возрастает не только под влиянием выделения газов из газообразователя, но также и за счет уменьшения их числа в результате их взаимного соединения.

В процессе вспенивания поры взаимно соединяются в постоянно замедляющемся темпе. При увеличении объема отдельных пор газы должны производить работу, направленную против сил, вызванных поверхностным натяжением. В порах весьма малых диаметров под влиянием большой кривизны поверхности должно действовать колоссальное давление газов для того, чтобы эти поры увеличивали свой объем. Поскольку давление в порах падает с увеличением их диаметра очень быстро, то разница в давлении между отдельными порами будет тем большей, чем меньше диаметр пор. Этим объясняется то явление, что в начале вспенивания происходит в гораздо большей степени взаимное соединение отдельных пор, нежели увеличение их объема под влиянием выведения газов.

Как только размер пор в результате взаимного соединения увеличится и при этом выровняется давление в соседних порах, они соединяются друг с другом все меньше и меньше. Если вязкость стекла достаточно низка, а выделение газов из газообразователя достаточно интенсивно, то постепенно может происходить и увеличение объема пор за счет расширения их газами. Поскольку при соединении отдельных пор общий объем пены не увеличивается, можно получить пеностекло с низким объемным весом исключительно за счет увеличения объема пор путем их расширения газами, образовавшимися из газообразователя. Между соединением пор и ростом отдельных пор за счет расширения газами в процессе вспенивания наступает определенное равновесие. Путем регулирования условий газообразования (времени, температуры и т.д.) необходимо достигнуть таких производственных условий, которые бы гарантировали образование пеностекла с требуемым объемным весом.

Однако отдельные поры пеностекла постоянно соединяются друг с другом, хотя в конце процесса вспенивания в значительно меньшей степени, чем в начале. Доказательством этого является образование больших по размерам полостей в местах, где пеностекло во время производственного процесса сильно перегревалось, например, у дна формы или в местах контакта с металлической формы. И у готового пеностекла можно снова вызвать процесс соединения пор путем повторного нагревания образца пеностекла до температуры вспенивания и выдержки при этой температуре в течение длительного времени. Без существенного увеличения объема в образце происходит образование все больших и больших пор путем соединения отдельных пор. В конце процесса объем образца даже начинает уменьшаться, поры имеют диаметр нескольких миллиметров или даже сантиметров до тех пор, пока, в конце концов, стеклянная пена полностью не осядет, газы не улетучатся в атмосферу и образец не превратится в тонкий слой спекшегося стекла [199].

Процесс соединения отдельных пор пеностекла начинается с растяжения промежуточных стенок путем растекания стеклообразной массы, затем образуется новая порополиэдрической формы. Растекание стекла и новообразование пор при



относительно низкой вязкости стекла является достаточно медленным процессом, причем он оказывается тем более медленным, чем более толстыми были стенки первоначальных пор, т.е. чем более грубозернистой была сырьевая смесь. Если процесс газообразования прекратить в неподходящий момент, то часть пор может оказаться связанной друг с другом, в результате чего пеностекло будет иметь повышенное водопоглощение.

Другой причиной возникновения связанных каналов в пеностекле может быть рекристаллизация стекломассы. При образовании кристаллов на стенках пор при вспенивании, с одной стороны, снижается их механическая прочность и, с другой – значительно снижается пластичность стекла. Поэтому стенки пор прорываются намного легче, а формирование новых пор, наоборот, оказывается более затрудненным.

В случае воды и других жидкостей образование и стабилизация пены достигается добавлением небольшого количества поверхностно активных веществ. Стабилизирующее действие их в последнее время объясняется не только снижением поверхностного натяжения дисперсионной среды, но образованием так называемого «энергетического барьера» с точки зрения разрыва стенок и свертывания пены; этот барьер проявляется в повышении прочности стенок в местах, где они имеют наименьшую толщину.

Снижение поверхностного натяжения стекла путем лишь одного изменения его химического состава не было бы достаточным для образования и стабилизации стеклянной пены. Влияние отдельных компонентов стекла на его поверхностное натяжение примерно одинаково, так что поверхностные натяжения стекол различного химического состава мало отличаются друг от друга. Поэтому Китайгородский и Бутт [31; 84; 85] исследовали стабилизирующее действие газообразователя.

При вспенивании, как правило, не наступает химического разложения всего газообразователя, и, кроме того, после разложения газообразователя могут оставаться твердые остатки. При образовании пеностекла, наряду с жидкой (стеклообразной) и газообразной фазами, присутствует всегда также определенное

количество твердой фазы. В процессе вспенивания наступает очень быстрое перемещение неразложившегося твердого остатка газообразователя (как правило, с меньшим удельным весом) в сторону вновь образующейся поверхности стекловидной фазы. Вещества, которые имеют малое химическое сродство к жидкой фазе стекла, концентрируются на поверхности фазовой границы между газообразной и жидкой фазами и оказывают поэтому поверхностно-активное действие. В противоположность этому вещества с большим химическим сродством к стеклу растворяются в жидкой фазе стекла, а иногда и химически реагируют и поэтому такие вещества не будут оказывать никакого активного действия.

Действие твердой фазы на границе жидкой и газообразной фаз проявляется тем, что частицы твердой фазы приклеиваются к поверхности стекла или же (в зависимости от смачиваемости стеклом) в большей или меньшей степени погружаются в поверхностный слой стекла. В такой системе свободная поверхностная энергия пограничного слоя значительно снижается, возникает энергетический барьер, благодаря чему пена стабилизируется. Известно, что максимальное стабилизирующее действие на пену имеют именно такие твердые вещества, которые лишь незначительно смачиваются жидкой фазой, т.е. когда между поверхностью жидкой и твердой фазы образуется максимальный предельный угол. Таким образом ведет себя, например, углерод, который имеет весьма малое химическое сродство к расплавленному стеклу и, кроме того, весьма незначительно смачивается расплавленным стеклом. Наблюдением под микроскопом можно действительно установить, что черная окраска пеностекла, приготовленного с помощью углеродистого газообразователя, обусловлена малыми частичками непрореагировавшего углерода, приклеивающимися на поверхности стенок пор.

Таким образом, последнее обстоятельство является главным объяснением того, почему при применении углеродистых газообразователей можно получить весьма качественное пеностекло с малым водопоглощением. В противоположность этому большинство минеральных газообразователей, прежде

всего карбонатных – доломит или известняк, характеризуются весьма значительным химическим сродством к стеклу; поэтому ни сами газообразователи, ни продукты их диссоциации ( $\text{CaO}$  или  $\text{MgO}$ ) не могут оказывать на стекольную пену стабилизирующего действия. Действительно, применяя эти газообразователи, до сих пор не удалось получить пеностекла с объемным весом около  $200 \text{ кг/м}^3$ , которое не имело бы значительного водопоглощения [199].

### 1.5 Выводы по главе

1. Исследование количественных и качественных параметров основных компонентов сырьевой смеси для получения пеностекла показывает, что при образовании пеностекла решающую роль играет большая удельная поверхность сырьевой смеси. Показано, что структура поверхности стекла отличается от структуры в массе стекла. Очевидным следствием структурных изменений поверхности стекла является повышенная реакционная способность поверхности, которая проявляется как при спекании сырьевой смеси, так и при образовании собственно пористой структуры материала.

2. Выявлено, что на развитие пористой структуры пеностекла влияет дисперсность газообразователя и качество его перемешивания. Для повышения качества перемешивания компонентов газообразующей смеси можно использовать растворы веществ, повышающих смачиваемость газообразователя, что дает возможность равномерно распределить газообразователь в тонкодисперсной сырьевой смеси, а значит, позволяет создать необходимые условия для равномерного выделения газовой фазы по всему объему пеностекла.

3. Основным требованием к химическому составу стекла следует отнести его кристаллизационные и вязкостные характеристики. Устойчивость стекла к кристаллизации в температурном интервале вспенивания необходима для получения пеностекла с замкнутой и однородной пористой структурой на том основании, что при кристаллизации изменяется состав стекловидной фазы и в ее

легкоплавкой, менее вязкой фазе возрастает возможность образования каналов в стенках пор пеностекла или газообразование прекращается полностью.

4. Выявлено, что одним из ключевых факторов, влияющих на себестоимость конечного материала при производстве пеностекла, является экономический фактор, связанный с подбором сырья. В одном случае производители стремятся применять преимущественно дешевое стекло, при этом учитывается не только выбор химического состава стекла, но также и возможности достижения максимальной варочной способности, дешевизны при подготовке сырья к непосредственному получению сырьевой смеси. В других же случаях, сырье должно быть адаптивным для получения качественного пеностекла с учетом экономических показателей рентабельности.

5. Анализ физико-химических особенностей структурообразования пеностекла показал, что в процессе вспенивания поры взаимно соединяются в постоянно замедляющемся темпе. При увеличении объема отдельных пор газы должны производить работу, направленную против сил, вызванных поверхностным натяжением. В порах малых диаметров под влиянием большой кривизны поверхности должно действовать колоссальное давление газов для того, чтобы эти поры увеличивали свой объем. Поскольку давление в порах падает с увеличением их диаметра очень быстро, то разница в давлении между отдельными порами будет тем большей, чем меньше диаметр пор. Этим объясняется то явление, что в начале вспенивания происходит в гораздо большей степени взаимное соединение отдельных пор, нежели увеличение их объема под влиянием выведения газов.

## 1.6 Постановка цели и задач исследования

**Целью** работы является разработка научных основ моделирования процессов высокотемпературной термической обработки сырьевой смеси для получения пористых стеклокристаллических материалов на основе пеностекла. Это включает в себя разработку общего методологического подхода к

исследованию и моделированию режимов высокотемпературной термической обработки сырьевой смеси для получения пористых стеклокристаллических материалов на основе пеностекла, создание рациональных технологических подходов к процессу получения блочного пеностекла в рамках концепции его производства, определение и исследование закономерностей высокотемпературных режимов термической обработки такими моделями и прогнозирование конечных эксплуатационных свойств готового материала. Реализация цели предполагает решение следующих **задач** исследования:

1. Разработать методологию математического описания процессов высокотемпературной термической обработки сырьевой смеси для получения пористых стеклокристаллических материалов на основе пеностекла.

2. Предложить универсальные методики идентификации параметров математических моделей процесса высокотемпературной термической обработки сырьевой смеси для получения пористых стеклокристаллических материалов на основе пеностекла.

3. Разработать нелинейные математические модели процессов теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла.

4. Охарактеризовать влияние макрофизических параметров теплофизических и химических процессов, протекающих в сырьевой смеси для получения пеностекла на физико-технические параметры готового материала.

5. Провести эмпирическую верификацию предложенных моделей теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла на основе экспериментальных исследований.

6. Выполнить опытно-промышленную апробацию разработанных моделей теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла и внедрение полученных результатов при решении технико-экономических задач и совершенствования режимного и аппаратурного оформления технологических процессов с позиций энерго- и ресурсосбережения.

Для определения теоретических основ и технологических принципов формирования пористой структуры пеностекла была разработана структурно-

методологическая схема исследований, отражающая логическую последовательность проведения работ, начиная с анализа проблемы, методов ее решения и заканчивая практическим внедрением результатов (рисунок 1.12).

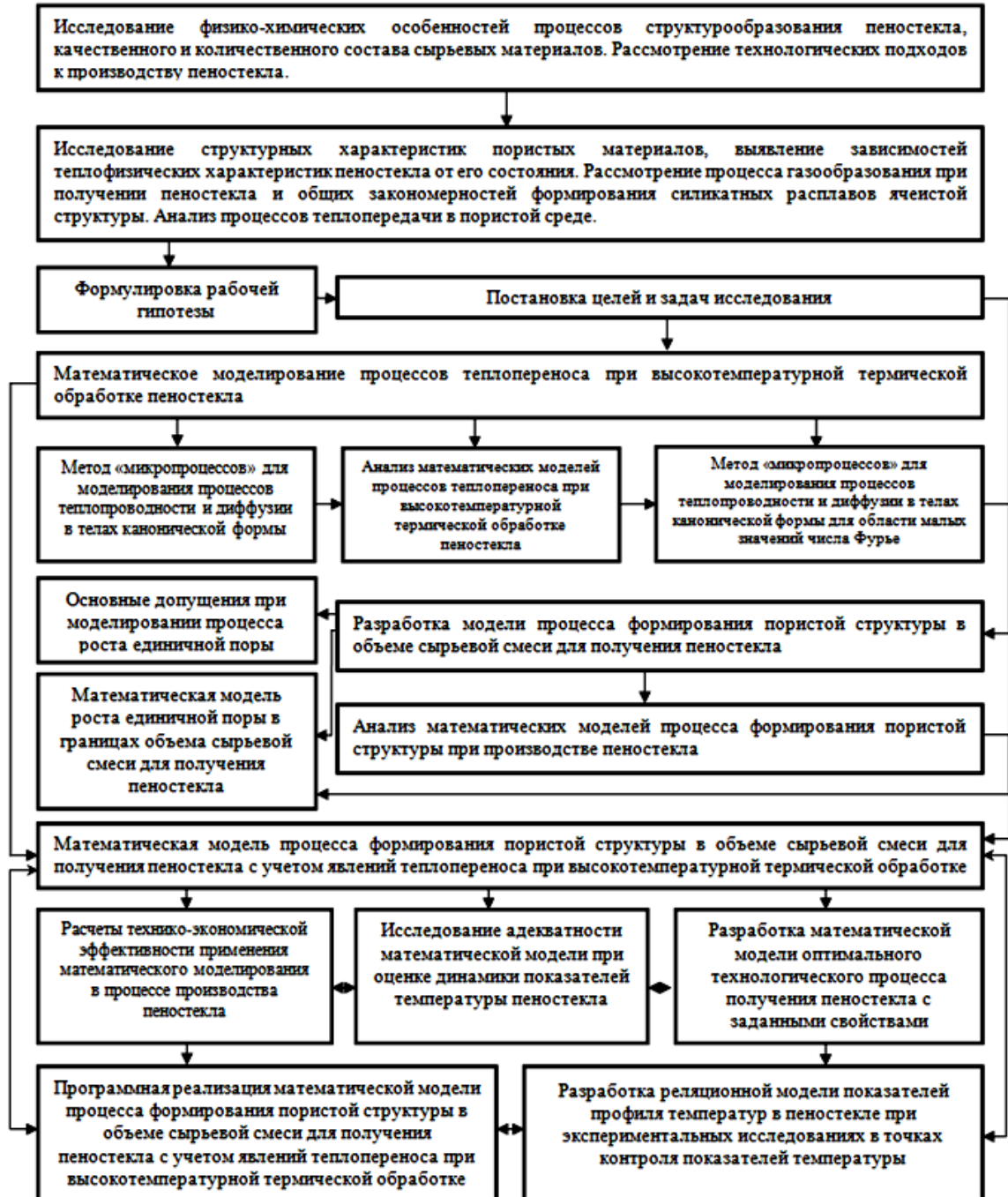


Рисунок 1.12 – Структурно-методологическая схема исследований

Предложенная структурно-методологическая схема исследований базируется на последовательной идентификации и выявлении наиболее

существенных параметров, способных влиять на процессы структурообразования пористой матрицы материала пеностекла, а также особенностей физико-химических превращений в условиях высокотемпературной термической обработки.

Выделено несколько главных направлений исследования:

1) разработка математической модели процесса формирования пористой структуры в объеме сырьевой смеси для получения пеностекла с учетом особенностей процесса порообразования;

2) учитывая тот факт, что все процессы термической обработки сопровождаются явлениями теплопереноса, необходимо разработать математическую модель процесса формирования пористой структуры в объеме сырьевой смеси для получения пеностекла с учетом явлений теплопереноса при высокотемпературной термической обработке;

3) во всех случаях математического моделирования физических процессов необходима верификация предложенных решений в условиях реального технологического процесса (проверка математической модели на адекватность);

4) разработка математической модели технологического процесса производства пеностекла по двухстадийной порошковой технологии на основе методов сетевого планирования с учетом совокупности всех этапов технологических операций при его производстве и декомпозиции отдельных последовательных операций, объединенных единой функциональной задачей.

## ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕНОСА ПРИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ПЕНОСТЕКЛА

**Термическая обработка (тепловая обработка) пеностекла** – это совокупность операций нагрева (активация процесса вспенивания сырьевой смеси для получения пеностекла), выдержки (формирование необходимой ячеистой структуры пеностекла) и охлаждения (отжиг пеностекла для снятия напряжений в ячеистой стекловидной структуре) пеностекла с целью получения заданных свойств за счет изменения внутреннего строения и структуры.

При рассмотрении и анализе процесса термической обработки пеностекла необходимо учитывать большой опыт экспериментальных исследований, суть которых базируется на опытных данных и эмпирических зависимостях, которые разрабатываются для регулирования температурно-временных параметров печей [56; 57; 59; 101; 115; 199]. Преимущество экспериментальных исследований заключается прежде всего в том, что на их основе получаются точные результаты для конкретного технологического процесса, однако такой подход имеет ряд недостатков: значительные материальные и временные затраты, жесткая привязка к составу сырья, печи, технологии. Вместе с тем в настоящее время такой метод остается ведущим на производстве. Представленный подход позволил обобщить богатый экспериментальный материал и наметил направления для будущих теоретических исследований.

Второе направление – теоретическое, или теоретико-экспериментальное, связанное с раскрытием механизмов процесса ТО и его математическим моделированием на основе фундаментальных законов. Различными авторами для моделирования отдельных процессов и этапов ТО использовались уравнение роста газового пузырька [47; 86; 193; 202], уравнение теплопроводности [48; 58; 61; 84], уравнение Клапейрона-Менделеева [107], обобщенное уравнение химической реакции [66]. Тем не менее моделей, которые связывают на всех



этапах процесса распределение температуры в изделии с изменением его свойств, в настоящее время не предложено.

Самым сложным этапом термической обработки является механизм вспенивания, т.к. формируется новая структура материала. В работах [86; 195; 202] делаются попытки использовать для описания процесса вспенивания уравнение роста газового пузырька. Однако недостаточная изученность стадии не позволила получить результаты, адекватные экспериментальным данным [230].

Потребность в моделировании распределения температурных полей в сырьевой смеси для получения пеностекла в ходе термической обработки – актуальная задача при изучении всего процесса получения пеностекла [57]. Приближенное моделирование процессов теплообмена применительно к пеностеклу впервые описано в работе [84]. Одномерное уравнение теплопроводности использовалось для нахождения температуры в середине и на поверхности слоя шихты. При этом для расчетов использовались усредненные коэффициенты уравнения теплопроводности.

Городов Р.В. [46; 47; 48; 49] также рассматривает одномерный случай теплообмена на первом этапе ТО (подогрева), уточняя условия теплообмена между формой с шихтой и печным пространством. Также для вычислительного эксперимента были экспериментально получены и использованы коэффициенты уравнения теплопроводности в зависимости от температуры.

Этап подогрева при получении пеностекла по бесформовой технологии рассмотрен в работе Демина А.М. [61]. В этой работе решалась трехмерная задача теплопроводности, были учтены испарение свободной воды на начальной стадии подогрева и зависимость свойств обжигаемого сырца от температуры.

Рассмотренный нами краткий обзор работ по изучению процесса ТО показывает, что в настоящее время основным подходом к изучению процесса является подход экспериментальный. Отсутствие в нашей стране серьезного промышленного производства пеностекла приводит к отсутствию развитой экспериментальной базы, совершенствование технологии пеностекла

развивается крайне медленно. В то же время в последние годы появляются работы, связанные с математическим моделированием процесса ТО на теоретико-экспериментальном уровне. Моделирование процесса дает возможность обобщить накопленный экспериментальный и теоретический материал и дать толчок дальнейшему совершенствованию технологии.

## **2.1 Общие положения математического моделирования процессов теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла**

При моделировании процессов термообработки, создании инженерных методов их расчета и оптимизации важной является теория теплопереноса, которая учитывает взаимосвязь и взаимозависимость между тепловыми характеристиками обрабатываемого материала и источником высокой температуры. Большой вклад в эту область внесли А.В. Лыков [102; 103], С.П. Рудобашта [138; 139; 140; 226; 227; 228], С.В. Федосов [3; 117; 119; 15–183], В.Ф. Фролов [136; 186], В.Н. Кисельников [117; 119; 178], В.А. Зайцев [114] и др.

В производстве строительных материалов, изделий и конструкций существует множество процессов, связанных с нестационарным теплопереносом как на стадии их изготовления, так и на стадии эксплуатации. Потребность проведения расчетов таких режимов обуславливает, в свою очередь, необходимость разработки методов расчета, которые должны быть просты в физическом понимании и удобны в инженерном обращении. Методика теплотехнических расчетов ограждающих конструкций предполагает стационарность процесса передачи тепла через ограждение, в реальных же условиях теплоперенос в конструкциях является нестационарным, поэтому знание о распределении температурного поля в теле конструкции при нестационарном теплопереносе является неотъемлемым фактором при рациональном проектировании технологического цикла.

Достаточно полный анализ существующих подходов к моделированию тепловых процессов при производстве пеностекла на различных стадиях

представлен в работе [174]. При анализе работ также прослеживается недостаточность разработки проблемы нестационарного теплопереноса при термической обработке пеностекла, что, в свою очередь, не способствует в полной мере адекватно описать тепловой процесс, учитывая все его особенности.

Учитывая интенсивное использование вычислительной техники, все большее применение получают численные методы, основанные на решении дифференциальных уравнений в частных производных с помощью ЭВМ. При решении нелинейных задач точные методы решения наталкиваются на большие трудности, поэтому применяются численные методы решения. Использование компьютерных разработок позволяет свести нелинейную задачу к линейной. Например, метод «микропроцессов», предложенный С.В. Федосовым [183], предполагает разделить весь процесс на  $n$  элементарных микропроцессов, в пределах каждого из которых теплофизические параметры фаз могут считаться постоянными, то нелинейную задачу теплопереноса можно свести к совокупности  $n$  линейных задач. Необходимо отметить, что метод дает хорошие результаты в случае, если численное решение осуществляется в совокупности с методом интегрального преобразования Лапласа [18; 103]. Это обусловлено тем, что в области больших чисел Фурье достаточно точные результаты получаются при использовании всего лишь нескольких первых членов ряда. С уменьшением числа Фурье (времени процесса) число членов ряда, которые надо учитывать для обеспечения заданной точности расчетов, возрастает. Однако современная вычислительная техника в состоянии справиться с этой задачей. Кроме того, преобразование Лапласа дает возможность получить решение в двух формах: при  $Fo > 0,1$  и  $Fo \ll 0,1$ , в этом и заключается преимущество использования этого преобразования.

Ввиду необходимости проведения большого объема математических выкладок при использовании метода интегральных преобразований, в литературе практически отсутствуют решения краевых задач нестационарного переноса с неравномерными начальными условиями, полученные для малых значений чисел Фурье.

Предложенные классические методы применяются для решения уравнений с постоянными коэффициентами. Для тел с переменными теплофизическими свойствами решения краевых задач теплопроводности с достаточной точностью могут быть получены на базе вариационных или численных методов. Однако и в этих случаях сходимость ухудшается с уменьшением числа Фурье.

Исходя из вышеизложенного, наиболее перспективным представляется использование зонального метода расчета [33]. Сущность метода заключается в следующем [140].

Время всего процесса термообработки представляется непрерывной цепью достаточно малых промежутков времени «микропроцессов» таким образом, что

$\tau_{np} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \Delta \tau_i$ . Теплофизические параметры фаз и коэффициенты межфазного переноса можно полагать постоянными в  $i$ -ом «микропроцессе», но скачкообразно изменяющимися при переходе от одного «микропроцесса» решается линейная краевая задача теплопереноса. Сопрягая последовательно решения для всех «микропроцессов» на каждом временном интервале, можно получить полную картину динамики полей температур при термической обработке пеностекла с переменными теплофизическими характеристиками шихты в процессе с произвольно меняющимися параметрами среды.

Особенности комбинированного (зонального) метода является аналитическое решение краевой задачи теплопереноса для  $i$ -ого «микропроцесса» с последующим привлечением численных методов для описания процесса в целом. Точность решения общей задачи во многом будет определяться количеством «микропроцессов»  $n$ . Очевидно, что с увеличением  $n$  (уменьшением  $\Delta \tau_i$ ) точность расчетов будет возрастать.

Таким образом, метод «микропроцессов» позволит свести нелинейную задачу к задаче с постоянными коэффициентами в пределах выбранного «микропроцесса». Разработка математических моделей, способных описать динамику распределения температур в материале на всех этапах термической

обработки, позволит всесторонне подойти к процессу производства пеностекла с учетом всех особенностей теплопереноса в материале.

Следует отметить, что работы, посвященные теоретическому исследованию распределения температур в пеностекле при его высокотемпературной обработке малочисленны, и поэтому необходимо детальное изучение этой проблемы.

## **2.2 Моделирование процесса теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (одномерное температурное поле)**

### **2.2.1 Физическая постановка задачи для расчета процессов теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (одномерное температурное поле)**

В настоящее время внимание ученых привлекает математическое моделирование процессов термической обработки при получении пеностекла [49]. Моделирование процессов термической обработки осуществляется на основе теории теплопереноса, которая позволяет учитывать влияние макрофизических параметров друг на друга.

Немаловажным является физическая сущность процесса, т.к. тепловые характеристики напрямую зависят от других физических параметров, которые меняются с течением времени и при изменении температуры [34]. Безусловно, не стоит упускать тот момент, что исходный материал до воздействия на него необходимых температур является пористой средой, в которой порами выступают микропространства, незаполненные измельченным стеклом и газообразователем [150].

Сырьевая смесь, засыпанная в форму, представляет собой хаотическую структуру, что вызывает определенные трудности при математическом описании, поэтому необходимо эту модель заменить упорядоченной, которая будет отражать все основные особенности исходной структуры.

Необходимо описать процессы, происходящие при постепенном нагревании сырьевой смеси.

Существующая влага в сырьевой смеси начинает испаряться и выходить в камеру печи вспенивания. При значениях температуры в камере печи, близких к значениям, при которых начинается плавление зерен стекла, первыми начинают оплаиваться приповерхностные слои, находящиеся в непосредственном контакте с металлическими гранями формы для вспенивания, и несколько позже (по времени) слой, который прогревается за счет теплопроводности. Происходит процесс приповерхностного оплаивания сырьевой смеси – центральные области материала все еще не прогреты (из-за низкой теплопроводности окружающего материала). Вследствие этого источники газовой выделения в этих порах не работают, тогда как окружающий этот центр материал смеси уже вспенивается и в нем продолжается увеличение радиуса пор. Таким образом, материал смеси по порообразованию формируется неравномерно, что сказывается на качестве теплофизических свойств конечного продукта.

В случаях, когда время выдержки сырьевой смеси при вспенивании недостаточно для того, чтобы зерна стекла оплавившись по всему объему материала, центры сырьевой смеси не успевают оплавиться и тем самым остаются непоризованными. Однако, когда время вспенивания значительно превышает время плавления зерен стекла, происходит спекание приповерхностных слоев сырьевой смеси, т.к. источники газообразования посредством прогрева полностью выгорают, а вязкость стекла уменьшается, и поверхностное напряжение не позволяет задержать выделенную газовую фазу в образовавшихся сферах пор, которая выходит в камеру печи для вспенивания, и, таким образом, центральная часть сырьевой смеси становится более поризованной, чем в приповерхностных слоях.

Таким образом, предполагаем, что распределение температурных полей по сырьевой смеси проходит от приповерхностных областей смеси к центру.

При разработке математической модели, способной учитывать изменение физико-химических свойства сырьевой смеси, возникают затруднения, для

решения которых требуется применение упрощенных (или приближенных) математических моделей переноса тепла.

Обычно для решения дифференциальных уравнений используются методы математической физики. В некоторых конкретных случаях эти уравнения могут быть решены численными методами с применением ЭВМ. Однако при этом имеются трудности вычислительного характера.

Теоретической основой исследования процессов теплопереноса в результате воздействия высокой температуры на материал является система дифференциальных уравнений, полученная А.В. Лыковым, и разработанные им физические представления о механизме удаления влаги [103].

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial \tau} &= a \nabla^2 t + \frac{r^* \rho \varepsilon}{c_p} \frac{\partial U}{\partial \tau} \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} &= k_m \nabla^2 U + k_m \delta_T \nabla^2 t \\ \frac{\partial p}{\partial \tau} &= k_p \nabla^2 p + k_p \delta_T \nabla^2 t \end{aligned} \right\}, \quad (2.1)$$

где  $t$ ,  $U$ ,  $p$  – соответственно потенциалы переноса тепла, массы и давления;  $\varepsilon$  – критерий фазового превращения ( $\varepsilon=0 \div 1$ );  $\delta_T$  – коэффициент термодиффузии, 1/К;  $r^*$  – теплота парообразования для жидкости, Дж/кг.

Сложность динамики процесса переноса влаги в теле делает очень сложным аналитическое решение задачи взаимосвязанного теплопереноса. Для решения такой задачи Лыковым А.В. была предложена гипотеза об аддитивности отдельных потоков массы и введены эффективные коэффициенты переноса – массопроводности и потенциалопроводности. В капиллярно-пористых телах перенос теплоты характеризуется теплофизическими характеристиками – коэффициентами теплопроводности и температуропроводности. Сложность

происходящих процессов, многообразие определяющих факторов привели к необходимости использования упрощенных моделей.

Решению уравнений теплопроводности посвящено большое количество работ российских и зарубежных исследователей. Анализ наиболее известных приведен в работах [18; 103].

При решении линейных краевых задач часто применяются методы интегрального преобразования или разделения пределов, а также функции Грина. При решении нелинейных задач используются вариационные и численные методы.

Каждый из указанных методов имеет свои плюсы и минусы. Например, способ разделения переменных уместно использовать для описания действия нестационарного теплопереноса, когда начальная температура распределена неровно в пространстве, а граничные условия линейны. Решения в таком случае будут получаться в виде бесконечного ряда по собственным функциям. В зависимости от значения числа Фурье для соблюдения необходимой точности расчетов необходимо будет учитывать количество членов ряда, для больших значений лишь несколько первых, для малых значений это количество резко возрастает, а при значении числа Фурье менее чем 0,1, начинает еще и ухудшаться сходимость ряда.

Применение точных методов для решения нелинейных задач нерационально ввиду большой трудоемкости, поэтому все большую популярность приобретают численные методы. Решение дифференциальных уравнений в частных производных производится с помощью компьютерных программ.

Вышесказанное дает основание полагать, что при создании математической модели, описывающей процесс термической обработки пеностекла, наиболее оптимальным является зональный метод расчета. Данный метод описан Рудобаштой С.П. в работе [140], поэтому описывать его не будем.

Однако потребуется проведение ряда математических расчетов, так как при малых значениях числа Фурье потребуется учитывать в расчетах не несколько первых членов ряда, а значительно больше. Применение численного решения с



методом интегрального преобразования Лапласа позволит значительно увеличить точность расчетов [223].

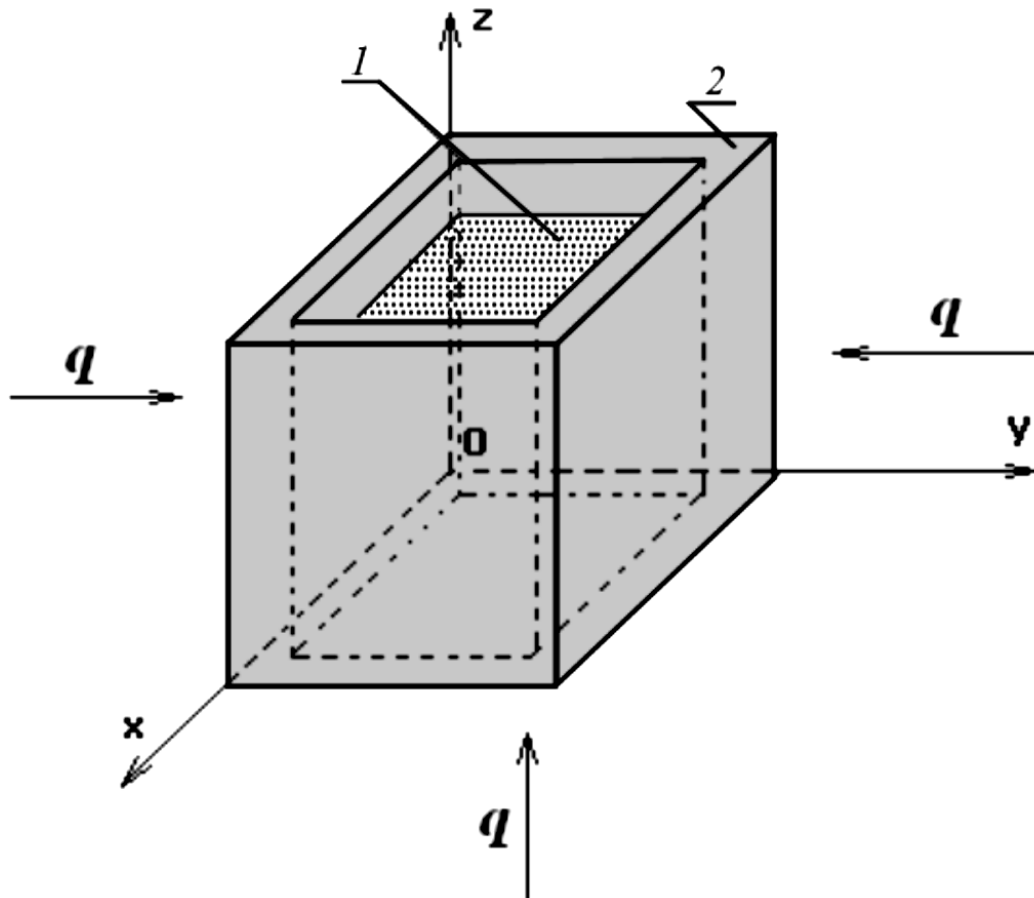
Прогрев пенообразующей смеси в форме до температуры спекания продолжается относительно длительное время. Но данные о времени нагрева смеси до температур спекания являются неоднозначными. В [57] проведен анализ пяти экспериментов, проведенных различными исследователями, и показано, что это время лежит в довольно широких пределах от 15 до 70 минут, хотя условия экспериментов практически одинаковые.

Приведенные примеры достаточно наглядно иллюстрируют отсутствие единого мнения об оптимальном режиме нагрева пенообразующей смеси. Исходя из этого считаем целесообразным более детально изучить тепловые процессы на первой стадии формирования пеностекла – нагреве смеси, для чего в [155] была предложена математическая модель процесса нагрева с учетом реальной геометрии – металлической формы, в которой исходная смесь подается в печь.

Таким образом, существующие модели, описывающие процессы, протекающие в смеси при термической обработке, не учитывают такие параметры, как пористость конечного материала и зависимость размера образованных пузырьков от времени нагрева. Поскольку механизм образования пены в производстве пеностекла до известной степени аналогичен механизму образования пены в высоковязких жидкостях, немаловажным фактором становится изучение динамики образования единичной поры в расплавленной сырьевой смеси. Изучение этих процессов поможет на стадии планирования и проектирования необходимых свойств материала прогнозировать рациональные режимы термической обработки материала, а также сократить энергозатраты на обеспечение издержек при их производстве.

### 2.2.2 Математическая постановка задачи для расчета процессов теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (одномерное температурное поле)

В рамках феноменологической постановки задачи необходимо рассматривать трехмерные температурные поля как внутри самой сырьевой смеси, так и внутри металлической формы для вспенивания (рисунок 2.1).

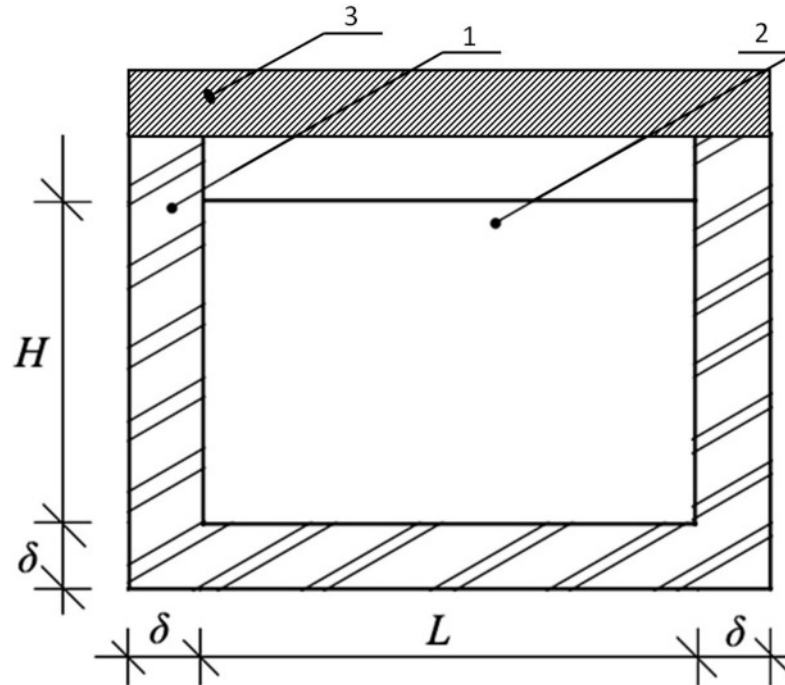


1 – сырьевая смесь для получения пеностекла; 2 – металлическая форма

Рисунок 2.1 – Модель «сырьевая смесь для получения пеностекла – металлическая форма»

В общем случае краевые задачи переноса теплоты и массы вещества могут быть представлены нелинейными неоднородными дифференциальными уравнениями параболического типа в частных производных.

На первых этапах моделирования целесообразно задать граничные условия и решить плоскую задачу для одной из координат. На рисунке 2.2 представлена геометрическая модель, используемая для постановки задачи.



1 – металлическая форма; 2 – сырьевая смесь; 3 – крышка для формы вспенивания

Рисунок 2.2 – Геометрическая модель, используемая для постановки задачи

В этих условиях краевая задача теплопереноса в сырьевой смеси, находящейся в металлической форме, запишется следующим образом:

$$\rho c \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}; \tau > 0; 0 \leq x \leq \frac{L}{2}, \quad (2.2)$$

где  $\rho$ ,  $c$ ,  $\lambda$  – соответственно плотность, теплоемкость и теплопроводность сырьевой смеси.

Начальное условие:

$$t(x, \tau) \Big|_{\tau=0} = t_0(x). \quad (2.3)$$

Граничные условия соответственно первого и второго рода:

$$t(x, \tau) \Big|_{x=0} = t_n; \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=\frac{L}{2}} = 0. \quad (2.5)$$

Начальное условие (2.3) показывает, что в момент времени, принимаемый за начало отсчета, в сырьевом материале имеется произвольное распределение температур по координате.

Граничное условие (2.4) показывает, что в зоне контакта стенок металлической формы для вспенивания принимается равенство значений температуры формы и материала, от которой отсчитывается координата  $x$ . Условие (2.5) показывает, что задача может рассматриваться как симметричная.

### **2.2.3 Методика проведения расчетов задачи теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (одномерное температурное поле)**

В общем случае решение краевой задачи (2.2) – (2.5) современными аналитическими методами математической физики получить не удастся. Для этого требуется иной подход.

Применение метода «микропроцессов» [183] позволяет привести вышерассмотренную краевую задачу к линейным однородным уравнениям с постоянными коэффициентами.

Для решения краевой задачи теплопроводности применяем метод интегрального преобразования Лапласа.

Введем безразмерные переменные для задачи теплопроводности:

$$T(\bar{x}, Fo) = \frac{t(x, \tau) - t_0}{t_n - t_0}; \quad (2.6)$$

$$Fo = \frac{a\tau}{(L/2)^2}; \quad \bar{x} = \frac{x}{(L/2)}. \quad (2.7)$$

Разность температур  $t_H - t_0$  отражает начальный температурный «напор» между металлической формой для вспенивания и пеностеклом.

И тогда задача (2.2) – (2.5) примет вид:

$$\frac{\partial T(\bar{x}, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 T(\bar{x}, Fo)}{\partial \bar{x}^2}; \quad Fo > 0; \quad 0 \leq \bar{x} \leq 1; \quad (2.8)$$

$$T(\bar{x}, Fo) = \frac{t(x, \tau) - t_0}{t_H - t_0} = T_0(\bar{x}); \quad (2.9)$$

$$T(\bar{x}, Fo) \Big|_{\bar{x}=0} = \frac{t_H - t_0}{t_H - t_0} = 1; \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial T(\bar{x}, Fo)}{\partial \bar{x}} \Big|_{\bar{x}=1} = 0. \quad (2.11)$$

В области изображений по Лапласу решение уравнения с учетом начального условия (2.9) имеет вид:

$$T(\bar{x}, s) = Ach(\sqrt{s}\bar{x}) + Bsh(\sqrt{s}\bar{x}) - \frac{1}{\sqrt{s}} \int_0^{\bar{x}} T_0(\xi) sh\sqrt{s}(\bar{x} - \xi) d\xi. \quad (2.12)$$

Граничные условия (2.10) и (2.11) в области изображений по Лапласу запишутся так:

$$T(\bar{x}, s) \Big|_{\bar{x}=0} = \frac{1}{s}; \quad (2.13)$$

$$\left. \frac{\partial T(\bar{x}, s)}{\partial \bar{x}} \right|_{\bar{x}=1} = 0. \quad (2.14)$$

Подставим решение (2.12) в граничное условие (2.13), получим выражение:

$$\frac{1}{s} = A \times ch(\sqrt{s}\bar{x}) \Big|_{\bar{x}=0} + B \times sh(\sqrt{s}\bar{x}) \Big|_{\bar{x}=0}. \quad (2.15)$$

Отсюда для константы  $A$  следует, что:

$$A = \frac{1}{s}. \quad (2.16)$$

Продифференцируем решение (2.12) по  $\bar{x}$  с учетом (2.16):

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(\bar{x}, s)}{\partial \bar{x}} &= \frac{1}{s} \sqrt{s} \cdot sh(\sqrt{s}\bar{x}) + B \sqrt{s} \cdot ch(\sqrt{s}\bar{x}) - \\ &- \frac{1}{\sqrt{s}} \int_0^{\bar{x}} T_0(\xi) \cdot \sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s}(\bar{x} - \xi) d\xi. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Отсюда для константы  $B$  получаем:

$$B = \frac{1}{\sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s}} \left[ -\frac{1}{\sqrt{s}} sh\sqrt{s} + \int_0^1 T_0(\xi) ch\sqrt{s}(1 - \xi) d\xi \right]. \quad (2.18)$$

Подставляя (2.16) и (2.18) в выражение (2.12), получаем окончательное решение задачи теплопроводности в области изображений:

$$T(\bar{x}, s) = \frac{1}{s} \cdot ch(\sqrt{s}\bar{x}) + \frac{sh(\sqrt{s}\bar{x})}{\sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s}}.$$

$$\cdot \left[ -\frac{1}{\sqrt{s}} \cdot sh\sqrt{s} + \int_0^1 T_0(\xi) ch\sqrt{s}(1-\xi) d\xi \right] - \frac{1}{\sqrt{s}} \int_0^{\bar{x}} T_0(\xi) sh\sqrt{s}(\bar{x}-\xi) d\xi. \quad (2.19)$$

Преобразуем выражение (2.19) к более удобному виду:

$$T(\bar{x}, s) = \frac{ch(\sqrt{s}\bar{x}) \cdot ch\sqrt{s} - sh(\sqrt{s}\bar{x}) \cdot sh\sqrt{s}}{s \cdot ch\sqrt{s}} + \frac{sh(\sqrt{s}\bar{x})}{\sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s}} \cdot \int_0^1 T_0(\xi) ch\sqrt{s}(1-\xi) d\xi - \frac{1}{\sqrt{s}} \int_0^{\bar{x}} T_0(\xi) \cdot sh\sqrt{s}(\bar{x}-\xi) d\xi. \quad (2.20)$$

В соответствии со второй теоремой разложения переход из области изображений в оригиналы осуществляется для каждого слагаемого в соответствии с формулой:

$$T(\bar{x}, Fo) = L^{-1} [T(\bar{x}, s)] = \frac{\varphi(s)}{\psi'(s)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi(s_n)}{\psi'(s_n)} \exp(s_n Fo). \quad (2.21)$$

Характеристическое уравнение для поиска множества корней имеет вид:

$$ch\sqrt{s_n} = 0 \rightarrow \cos(i\sqrt{s_n}) \rightarrow \cos \mu_n = 0 \rightarrow \mu_n = \frac{\pi}{2}(2n-1). \quad (2.22)$$

В силу этого последнее слагаемое в выражение (2.19) обращается в ноль.

Рассматриваем функцию в числителе первого слагаемого (2.20):

$$\varphi_1(s_n) = ch(\sqrt{s_n}\bar{x}) \cdot ch\sqrt{s_n} - sh(\sqrt{s_n}\bar{x}) \cdot sh\sqrt{s_n}. \quad (2.23)$$

В силу характеристического уравнения (2.21) имеем:

$$\varphi_1(s_n) = -sh(\sqrt{s_n}\bar{x}) \cdot sh\sqrt{s_n}. \quad (2.24)$$

Продифференцируем знаменатель по  $s$ :

$$\begin{aligned}\psi_1'(S_n) &= S_n' \cdot ch\sqrt{S_n} + S_n \cdot (ch\sqrt{S_n})' = \\ &= ch\sqrt{s_n} + s_n \cdot \frac{1}{2\sqrt{s_n}} \cdot sh\sqrt{s_n} = \frac{\sqrt{s_n}}{2} sh\sqrt{s_n}.\end{aligned}\quad (2.25)$$

Таким образом, для множества корней в соответствии со вторым слагаемым правой части (2.20) запишем:

$$\begin{aligned}L^{-1}\left[-\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot sh(\sqrt{s_n} x) \cdot sh\sqrt{s_n}}{\sqrt{s_n} \cdot sh\sqrt{s_n}} \exp(s_n \cdot Fo)\right] &= \\ = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(i\sqrt{s_n} x)}{i\sqrt{s_n}} \exp[(is_n)^2 Fo] &= -\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)} \cdot \\ \sin\left[\frac{\pi}{2}(2n-1)x\right] \exp\left[-\frac{\pi^2}{4}(2n-1)^2 Fo\right].\end{aligned}\quad (2.26)$$

Разложим в ряд по степеням  $s$  числитель и знаменатель первого слагаемого (2.20):

$$\begin{aligned}\varphi_1(s) &= \left[1 + \frac{(\sqrt{s}x)^2}{2!} + \dots\right] \cdot \left[1 + \frac{(\sqrt{s})^2}{2!} + \dots\right] - \\ &\left[\sqrt{s}x + \frac{(\sqrt{s}x)^3}{3!} + \dots\right] \cdot \left[\sqrt{s} + \frac{(\sqrt{s})^3}{3!} + \dots\right] =\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \left[ 1 + \frac{s\bar{x}^{-2}}{2!} + \dots \right] \cdot \left[ 1 + \frac{s}{2!} + \dots \right] - \\
&s \left[ \bar{x} + \frac{s\bar{x}^{-3}}{3!} + \dots \right] \cdot \left[ 1 + \frac{s}{3!} + \dots \right].
\end{aligned} \tag{2.27}$$

При  $s = 0$  получаем:

$$\varphi_1(s) \Big|_{s=0} = 1. \tag{2.28}$$

Аналогичным образом разложение для знаменателя дает:

$$\psi_1(s) = s \left[ 1 + \frac{s}{2!} + \dots \right]. \tag{2.29}$$

Дифференцирование по  $s$  при  $s = 0$  дает:

$$\psi_1'(s) \Big|_{s=0} = s' \left[ 1 + \frac{s}{2!} + \dots \right] + s \left[ 1 + \frac{s}{2!} + \dots \right] \Big|_{s=0} = 1. \tag{2.30}$$

Итак, для нулевого корня получаем:

$$\frac{\varphi_1(0)}{\psi_1'(0)} = 1. \tag{2.31}$$

Рассматриваем второе слагаемое (2.19), преобразовав его следующим образом:

$$[\sim 2 \sim] = \int_0^1 T_0(\xi) \left[ \frac{sh(\sqrt{s_n \bar{x}}) \cdot ch\sqrt{s_n} (1 - \xi)}{\sqrt{s_n} \cdot ch\sqrt{s_n}} \right] d\xi. \tag{2.32}$$

Выполняем дальнейшие преобразования с учетом характеристического уравнения:

$$\begin{aligned} \varphi_2(s_n) &= sh(\sqrt{s_n x}) \cdot \left[ ch\sqrt{s_n} \cdot ch(\sqrt{s_n} \xi) - \right. \\ &\left. - sh\sqrt{s_n} \cdot sh(\sqrt{s_n} \xi) \right] = -sh\sqrt{s_n} \cdot sh(\sqrt{s_n x}) \cdot sh(\sqrt{s_n} \xi). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Определяем производную знаменателя:

$$\psi_2'(s_n) = (\sqrt{s_n})' \cdot ch\sqrt{s_n} + \sqrt{s_n} \cdot (ch\sqrt{s_n})' = \frac{\sqrt{s_n}}{2\sqrt{s_n}} sh\sqrt{s_n}. \quad (2.34)$$

Итак, для квадратной скобки (2.30) запишем:

$$\frac{\varphi_2(s_n)}{\psi_2'(s_n)} = -2sh(\sqrt{s_n x}) \cdot sh(\sqrt{s_n} \xi). \quad (2.35)$$

Возвращение второго слагаемого в область оригиналов осуществляем по выражению:

$$\begin{aligned} L^{-1}[\sim 2 \sim] &= -2 \sum_{n=1}^{\infty} sh(\sqrt{s_n x}) \int_0^1 T_0(\xi) sh(\sqrt{s_n} \xi) d\xi \cdot \exp(s_n Fo) = \\ &= -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) x \right] \cdot \int_0^1 T_0(\xi) \frac{1}{i} \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \xi \right] d\xi \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo \right] = \\ &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) x \right] \int_0^1 T_0(\xi) \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \xi \right] d\xi \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo \right]. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Проверяем наличие нулевого корня, предварительно разлагая числитель (2.34) в ряд по степеням  $s$ :

$$\varphi_2(s) = \left[ \sqrt{s\bar{x}} + \frac{(\sqrt{s\bar{x}})^3}{3!} + \dots \right] \cdot \left\{ \left[ 1 + \frac{s}{2!} + \dots \right] \cdot \left[ 1 + \frac{s\xi^2}{2!} + \dots \right] - \right. \\ \left. - \left[ \sqrt{s} + \frac{(\sqrt{s})^3}{3!} + \dots \right] \cdot \left[ \sqrt{s\xi} + \frac{(\sqrt{s\xi})^3}{3!} + \dots \right] \right\}. \quad (2.37)$$

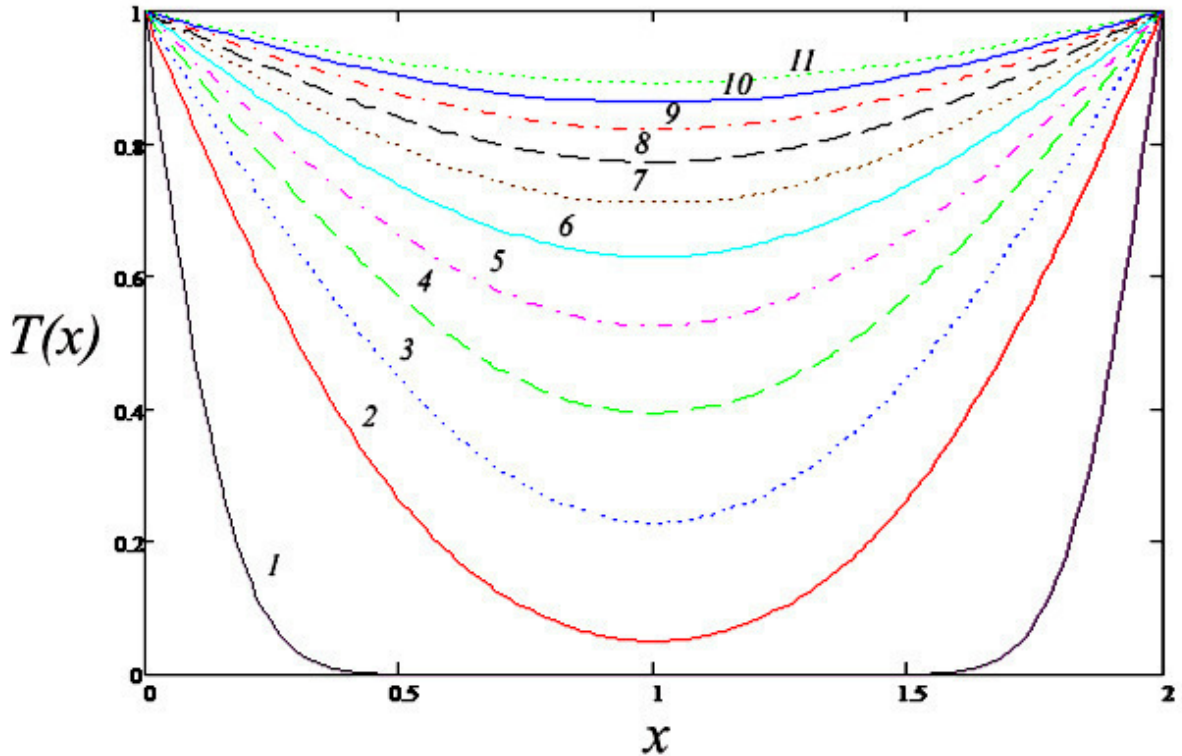
Отсюда следует, что  $\varphi_2(s)|_{s=0} = 0$ , а это означает отсутствие нулевого корня.

Записываем окончательное решение краевой задачи теплопроводности с учетом выражений (2.33), (2.26) и (2.36):

$$T(\bar{x}, Fo) = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)} \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \bar{x} \right] \cdot \\ \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo \right] + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \bar{x} \right] \cdot \int_0^1 T_0(\xi) \cdot \\ \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \xi \right] d\xi \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo \right]. \quad (2.38)$$

Результаты расчетов по формуле (2.36) в общем виде приведены на рисунке 2.3. Для большей наглядности расчеты выполнены для случая равномерного начального распределения температур в сырьевой смеси, а именно принимаем, что:

$$T_0(\bar{x}) = T(\bar{x}, Fo)|_{Fo=0} = 0. \quad (2.39)$$



Fo: 1) 0,01; 2) 0,1; 3) 0,2; 4) 0,3; 5) 0,4; 6) 0,5; 7) 0,6; 8) 0,7; 9) 0,8; 10) 0,9; 11) 1

Рисунок 2.3 – Иллюстрация расчетов по выражению (2.38)

Кривые рисунка 2.3 иллюстрируют динамику полей безразмерных температур в сырьевой смеси. Как показано на рисунке 2.3 прослеживается характерная связь между скоростью изменения температурных полей, физическими константами и размерами тела. При малых значениях числа Фурье (кривая 1 –  $Fo=0,01$ ) температурная кривая распределилась в основном на оси абсцисс, что свидетельствует об особенностях распределения температурных полей на плоскости контакта граней металлической формы и пеностекла.

### 2.3 Численные расчеты

Преобразуем уравнение (2.38) в размерный вид с учетом уравнений (2.6-2.7):

$$t(x, \tau) = t_n - (t_n - t_0) \cdot \left( \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)} \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \cdot \bar{x} \right] \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo \right] \right) +$$

$$+2 \sum_{n=1}^{\infty} \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \cdot \bar{x} \right] \cdot \int_0^1 T_0(\xi) \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \cdot \xi \right] d\xi \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo \right] \right). \quad (2.40)$$

Моделируем процесс термической обработки при температурах от 20 °С до 750 °С, так как большая часть применяемых газообразователей при порошковом способе производства пеностекла имеет температуру термического разложения в пределах 680–800 °С [34; 133].

В диапазоне моделируемых температур значения температуропроводности изменяются, что влияет на показатели числа Фурье, тем самым предлагается производить его расчет на каждом этапе моделирования по формуле (2.40), при этом принимаем, что  $a$  – температуропроводность – согласно работе [49] изменяется по следующему закону:

$$a = (-3,1 \cdot 10^{-7} \cdot t_n^2 + 9,92 \cdot 10^{-4} \cdot t_n + 2,305) \cdot 10^{-7}, \quad (2.41)$$

где  $t_n$  – температура на поверхности материала, °С.

Исходные данные и результаты проведенных расчетов представлены в таблице 2.1. Шаг по времени при расчетах нами принимался равным 20 минутам.

Таблица 2.1 – Расчетные значения числа Фурье

Температура, $t$ , °С	Температуропроводность, $a \cdot 10^{-7}$ , м <sup>2</sup> /с	Размер, $L/2$ , м	Число Фурье, $Fo$
20	2,32	0,05	0,112
50	2,35	0,05	0,113
150	2,44	0,05	0,117
250	2,53	0,05	0,122
350	2,61	0,05	0,125
450	2,68	0,05	0,129
550	2,75	0,05	0,132
650	2,81	0,05	0,135
750	2,87	0,05	0,138

Рассчитаем температурные поля при нагреве сырьевой смеси до температуры 750 °С по уравнению (2.40). Принимаем, что в начальный момент

времени значение  $T(\xi)=20$  °С, а согласно таблице 2.1  $Fo=0,112$ . Полученное распределение температурных полей на каждом этапе расчета аппроксимируем полиномами 2 степени и закладываем в качестве начального на следующем шаге расчетов.

На рисунке 2.4 видно, что через 180 минут с момента начала нагрева сырьевой смеси со скоростью 5 °С в минуту температура в центре материала достигнет 452 °С.

Дальнейший нагрев может привести к деструктивным процессам, поэтому моделируем ситуацию с отключением источника теплоты для равномерного нагрева материала по всему объему и принимаем температуру на поверхности 650 °С. На рисунке 2.5 показаны номограммы распределения температурных полей для различных значений  $Fo$ .

Представленные расчеты показали, что при понижении температуры с 750 °С до 650 °С в малых промежутках времени появляются кривые, иллюстрирующие распределение температурных полей с экстремумами (кривая 2, рисунок 2.5). Эта особенность объясняется тем, что процесс переноса тепла в твердых телах является инерционным. Так, при интенсивном охлаждении сырьевой смеси приповерхностные слои засыпки (0–0,1 см), прогретые до температуры более 650 °С, не успевают передать ранее набранное тепло на поверхность и в менее прогретые слои сырьевой смеси. Выдержка при температурах 650 °С более 75 минут нецелесообразна, так как окончательное выравнивание температуры в центре материала произойдет более чем через 2 часа. Поэтому по истечении 75 минут снова повышаем температуру на поверхности до 700 °С, а затем до 750 °С, с шагом по времени 20 минут, как ранее, не опасаясь, что произойдет неравномерная поризация сырьевой смеси (рисунок 2.6).

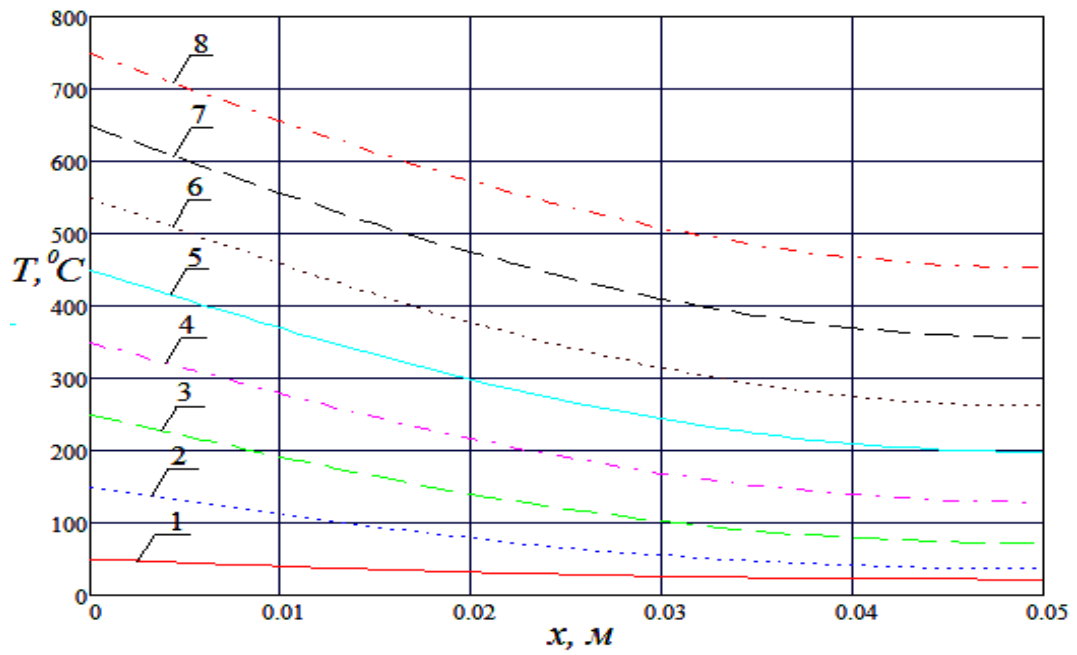
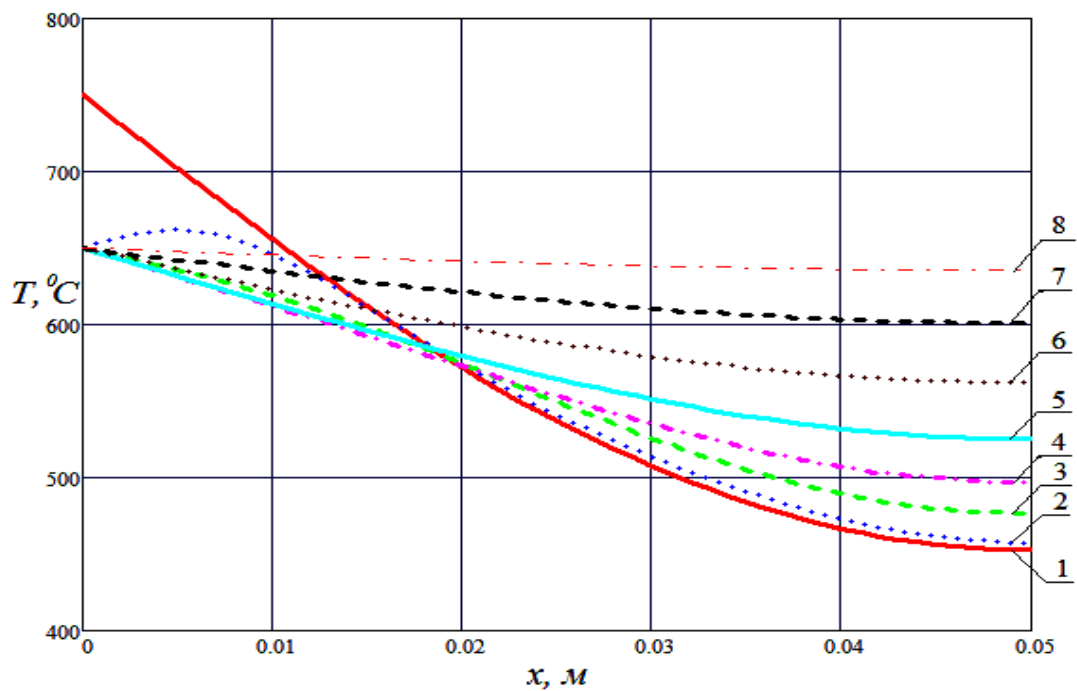


Рисунок 2.4 – Номограмма температурных полей от 20 °С до 750 °С



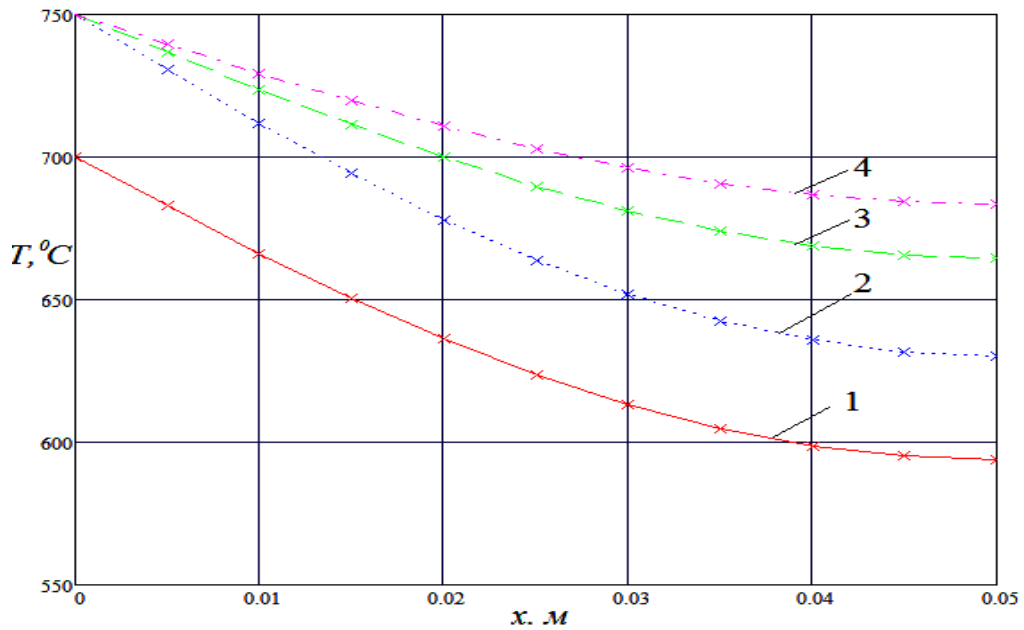
1 – Последний этап расчета нагрева материала

(рисунок 3.4. кривая 8); 2 –  $Fo = 0,007$  (1 мин.); 3 –  $Fo = 0,034$  (5 мин.);

4 –  $Fo = 0,068$  (10 мин.); 5 –  $Fo = 0,135$  (20 мин.); 6 –  $Fo = 0,271$  (40 мин.);

7 –  $Fo = 0,507$  (75 мин.); 8 –  $Fo = 1$  (150 мин.)

Рисунок 2.5 – Номограмма температурных полей после остывания до температуры на поверхности материала до 650 °С



1 –  $Fo = 0,14$  (20 мин.); 2 –  $Fo = 0,14$  (15 мин.); 3 –  $Fo = 0,14$  (10 мин.); 4 –  $Fo = 0,1$  (5 мин.)

Рисунок 2.6 – Номограмма температурных полей при поэтапном нагреве до температуры на поверхности материала 700 °С, а затем 750 °С

Общее расчетное время момента начала процесса вспенивания составляет 255 минут.

Рассчитаем температурные поля при нагреве сырьевой смеси до температуры 700 °С по уравнению (2.40). Принимаем, что в начальный момент времени значение  $T_0(\xi) = 20$  °С, а  $Fo = 0,1$ . Полученное распределение температурных полей аппроксимируем полиномом 5 степени:

$$T_1(\xi) = 10,7 \cdot 10^8 \cdot x^5 - 20,5 \cdot 10^7 \cdot x^4 + 13,1 \cdot 10^6 \cdot x^3 - 54,3 \cdot 10^3 \cdot x^2 - 24054,06 \cdot x + 699,96. \quad (2.42)$$

Уравнение (2.43) закладываем на следующем этапе расчетов в качестве начального в подынтегральное выражение уравнения (2.40), при этом значение  $Fo = 0,1$  остается неизменным. Данную операцию повторяем 10 раз. Полученные результаты в ходе расчетов представлены на рисунке 2.7.

Для подтверждения достоверности проведенных расчетов произведем расчет распределения температурных полей по уравнению (2.42) при условии, что



$T_0(\xi)=20$  °C принимаем неизменной, а  $Fo$  изменяется от 0,1 до 1. Результаты расчетов представлены на рисунке 2.8.

Для оценки значимости второй части уравнения (2.42) проведем серию расчетов по уравнению (2.43):

$$t(x, \tau) = t_n - (t_n - t_0) \cdot \left( \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)} \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \bar{x} \right] \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo \right] \right). \quad (2.43)$$

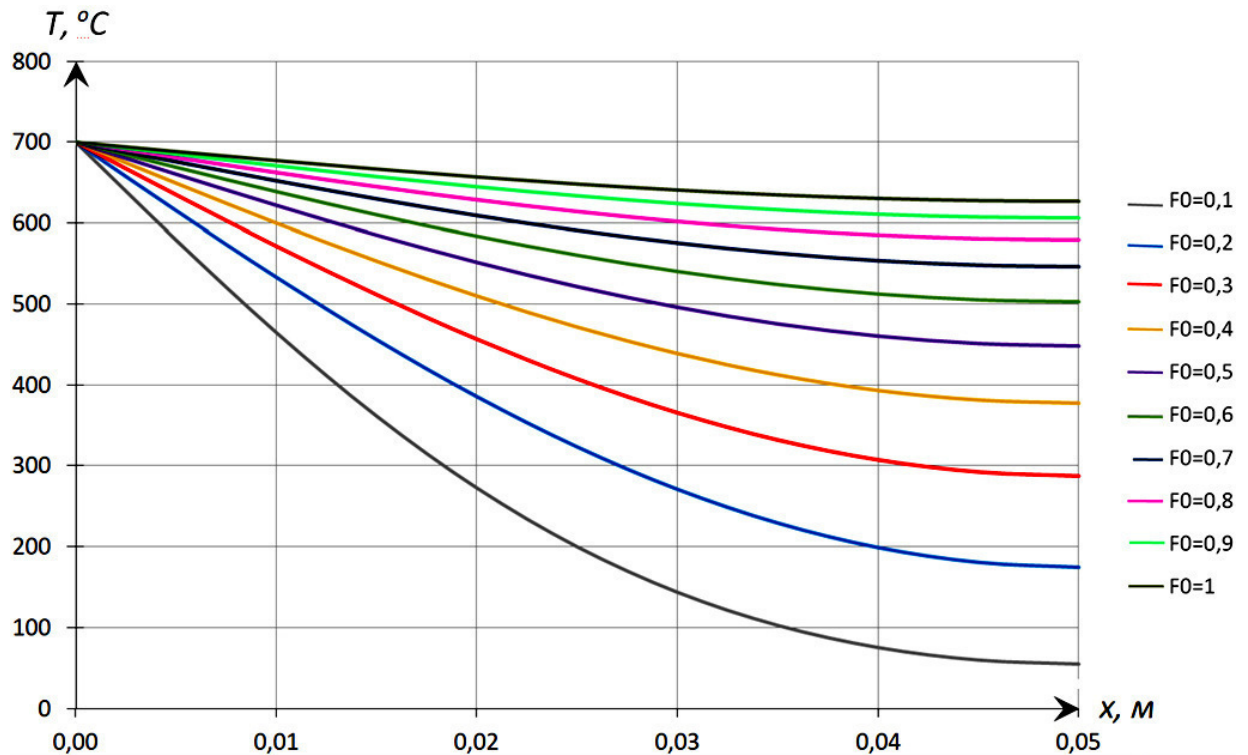


Рисунок 2.7 – Зависимости распределения температурных полей по уравнению (2.42)

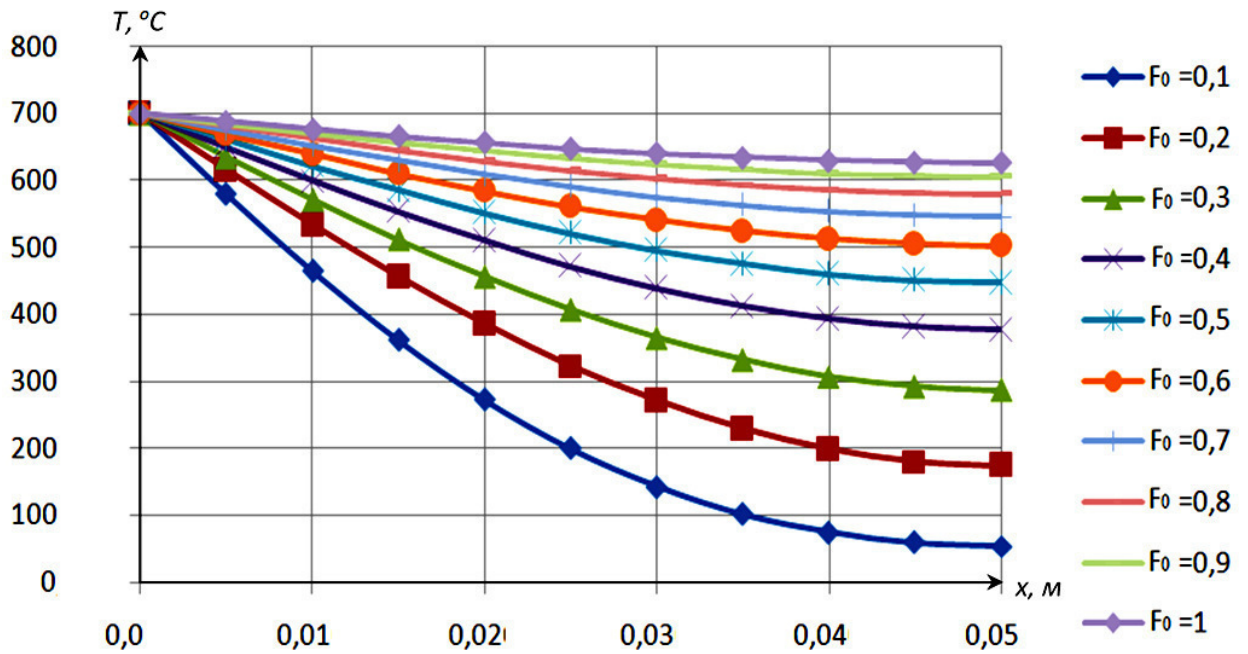


Рисунок 2.8 – Графики распределения температурных полей при значениях числа Фурье от 0,1 до 1

Полученные результаты представлены на рисунке 2.9.

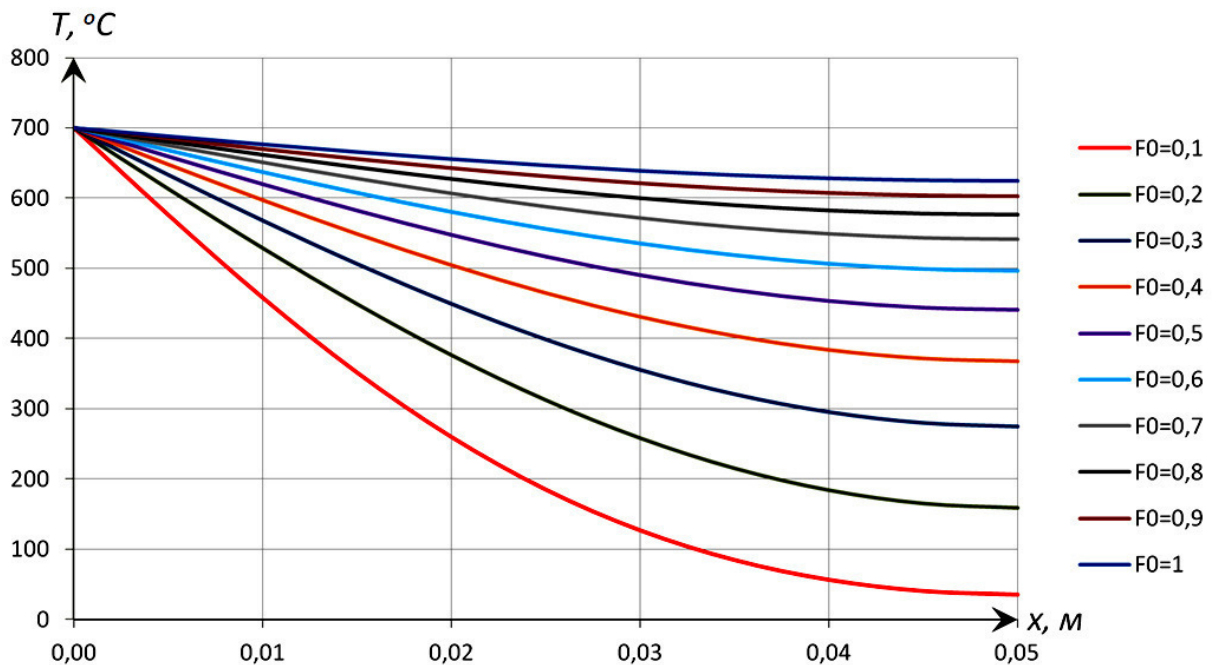


Рисунок 2.9 – Распределения температурных полей без учета начального и последующего распределения температуры в сырьевой смеси

Так как значения температур очень близки друг к другу во всех трех способах расчета, для возможности сравнения результатов представим их в табличном виде (таблица 2.2).

Таблица 2.2 – Значения температуры в различных точках материала

Координата L/Варианты расчета	1 этап расчета			2 этап расчета		
	№ способа расчета			№ способа расчета		
	1	2	3	1	2	3
0,00	700,00	700,00	700,00	700,00	700,00	700,00
0,01	465,25	465,25	458,34	533,91	533,91	529,03
0,02	272,58	272,58	260,01	386,09	386,08	376,85
0,03	143,39	143,39	127,02	271,34	271,33	258,72
0,04	75,03	75,03	56,65	199,31	199,30	184,57
0,05	54,47	54,47	35,49	174,84	174,83	159,38
Координата L/Варианты расчета	3 этап расчета			4 этап расчета		
	№ способа расчета			№ способа расчета		
	1	2	3	1	2	3
0,00	700,00	700,00	700,00	700,00	700,00	700,00
0,01	572,08	572,08	568,32	600,25	600,25	597,32
0,02	456,90	456,90	449,75	510,29	510,29	504,71
0,03	365,77	365,77	355,94	438,93	438,93	431,25
0,04	307,44	307,44	295,89	393,13	393,13	384,10
0,05	287,38	287,37	275,24	377,36	377,35	367,86
Координата L/Варианты расчета	5 этап расчета			6 этап расчета		
	№ способа расчета			№ способа расчета		
	1	2	3	1	2	3
0,00	700,00	700,00	700,00	700,00	700,00	700,00
0,01	622,09	622,08	619,79	639,12	639,12	637,33
0,02	551,80	551,80	547,44	584,21	584,20	580,80
0,03	496,03	496,02	490,02	540,63	540,62	535,93
0,04	460,22	460,21	453,16	512,65	512,64	507,13
0,05	447,88	447,87	440,46	503,00	503,00	497,20
Координата L/Варианты расчета	7 этап расчета			8 этап расчета		
	№ способа расчета			№ способа расчета		
	1	2	3	1	2	3
0,00	700,00	700,00	700,00	700,00	700,00	700,00
0,01	652,44	652,43	651,04	662,84	662,84	661,74
0,02	609,53	609,52	606,86	629,31	629,31	627,23
0,03	575,48	575,47	571,81	602,70	602,70	599,84
0,04	553,61	553,61	549,30	585,62	585,62	582,25
0,05	546,08	546,07	541,55	579,74	579,73	576,19

Продолжение таблицы 2.2

Координата L/Варианты расчета	9 этап расчета			10 этап расчета		
	№ способа расчета			№ способа расчета		
	1	2	3	1	2	3
0,00	700,00	700,00	700,00	700,00	700,00	700,00
0,01	670,96	670,96	670,11	677,31	677,31	676,64
0,02	644,77	644,77	643,14	656,84	656,84	655,57
0,03	623,98	623,98	621,74	640,60	640,60	638,85
0,04	610,63	610,63	608,00	630,17	630,17	628,12
0,05	606,03	606,03	603,26	626,58	626,58	624,42

В границах гипотезы, которая заключается в том, что показатели температуры сырьевой смеси для получения пеностекла неравномерно распределены по объему засыпки и направлены от поверхности засыпки к центру в сторону уменьшения, существует вероятность того, что распределение сферических пор в структуре материала может существенно изменяться, тем самым эксплуатационные свойства материала будут ухудшаться. Данные предположения обуславливают необходимость в прогнозировании динамики температуры в структуре материала. Моделирование распределения температурных полей на границах контакта металлической формы для вспенивания и сырьевой смеси для производства пеностекла позволяет спрогнозировать дальнейший ход изменения температуры в сырьевой смеси, что является ключевым фактором при формировании равномерно поризованного конечного продукта. Дальнейшее развитие математической модели обусловлено введением параметров, позволяющих учитывать изменения физических параметров сырьевой смеси, таких как плотность и теплоемкость, в зависимости от температуры, а также проводить расчеты при циклически изменяющейся температуре нагрева. Это позволит производить расчет времени, необходимого для выравнивания температуры в центре, относительного поверхности материала и оптимизировать технологический процесс вспенивания сырьевой смеси, применяемой для изготовления пеностекла.

## 2.4 Выводы по главе

Анализ результатов теоретических разработок, приведенных в настоящей главе, позволяет сделать следующие выводы:

1. Разработана математическая модель на основе дифференциальных уравнений нестационарной теплопроводности в частных производных параболического типа с начальными и граничными условиями I и III рода, позволяющая строить температурные поля в структуре материала в зависимости от показателей температуры на его поверхности.

2. На основе разработанной математической модели произведен расчет температурных полей в центре материала с учетом эффектов теплопроводности. Установлено, что скорость изменения показателей температуры в центре засыпки сырьевой смеси при  $\lambda=0,047$  Вт/(м·°С),  $\tau=90$  мин. и  $t=750$  °С равен 30 °С/мин, что в два раза меньше показателей на поверхности 50 °С/мин. Данный факт подтверждает предположение об инерционности процесса термической обработки сырьевой смеси для получения пеностекла.

3. Показано положительное влияние циклического нагрева и последующего охлаждения сырьевой смеси при получении пеностекла. Данный механизм отличается от общепринятого в порошковой технологии пеностекла тем, что подвод тепла реализуется не постоянно, а периодически. Принцип периодического подвода тепла позволяет получать материал (пеностекло) с равномерно распределенными порами в его структуре.

4. Третий вариант расчета температурных полей, который не учитывает в функции (2.41) подынтегральное выражение, получаемое аппроксимацией значений температур на предыдущем шаге расчета, может применяться при условии постоянной температуры на поверхности сырьевой смеси и в области малых значений числа Фурье ( $F_0 \geq 0,3$ ), в противном случае будет возникать погрешность при расчете.

5. К числу вновь предложенных элементов методологии относятся, математическая модель нестационарных процессов теплопереноса в сырьевой

смеси для производства пеностекла и инженерная методика расчета и мониторинга теплообменных процессов в сырьевой смеси для получения пеностекла для определения его эксплуатационных показателей.

6. В настоящее время такие теоретические инструменты отсутствуют, и их создание является актуальной и весьма непростой задачей; был сделан вывод, что для решения этой задачи целесообразно и удобно использовать численно-аналитические методы. В этом случае достигается наиболее простой вид аналитических расчетных выражений, а численный характер вычислений позволяет достаточно просто учесть влияние различных факторов, например, изменение в центре сырьевой смеси по координате и по времени ее теплофизических показателей; в итоге обеспечивается максимальная универсальность искомых математических моделей.

### **ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПЕРЕНОСА ПРИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ПЕНОСТЕКЛА (ДВУМЕРНОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ)**

#### **3.1 Физическая постановка задачи для расчета процессов теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (двумерное температурное поле)**

Согласно работе [84], процессы формирования однородной по структуре ячеистой системы пеностекла при его вспенивании определяются взаимодействием двух основных факторов, а именно пиропластическим состоянием стекла, которое входит в состав сырьевой смеси с оптимальными значениями вязкости и динамикой газовыделения, вследствие чего происходит ее вспенивание. При условии совпадения по времени этих двух процессов может сформироваться ячеистая структура пеностекла.

В работе [76] указано, что общая теория образования пористой структуры пеностекла может быть дополнена условием, при котором реологические свойства стекла должны быть постоянными во временных границах всего процесса.

По существующим представлениям о механизме формирования силикатных пен [57] максимум замкнутых ячеек образуется при вспенивании гомогенных расплавов с оптимальной вязкостью, в которых обеспечивается, с одной стороны, плавное и беспрепятственное пенообразование, с другой – высокая устойчивость сформированной пены за счет структурно-механического фактора. Эти условия достигаются в пиропластических системах на основе некристаллизующихся стекол, имеющих наименьший градиент вязкости в области температур вспенивания. Вторым обязательным условием, определяющим формирование однородной ячеистой структуры, является обеспечение изотермии в порошковой смеси и ее спеках в области температуры формирования пеностекла.

Перечисленные особенности формирования пористой структуры пеностекла указывают на тот факт, что все процессы структурообразования сопровождаются явлениями теплопереноса, поэтому для оценки динамики полей температур математическая формулировка задачи требует внесения ряда изменений и дополнений, в частности, учета явлений переноса тепла по двум направлениям координат  $x$  и  $y$  (рисунок 3.1).

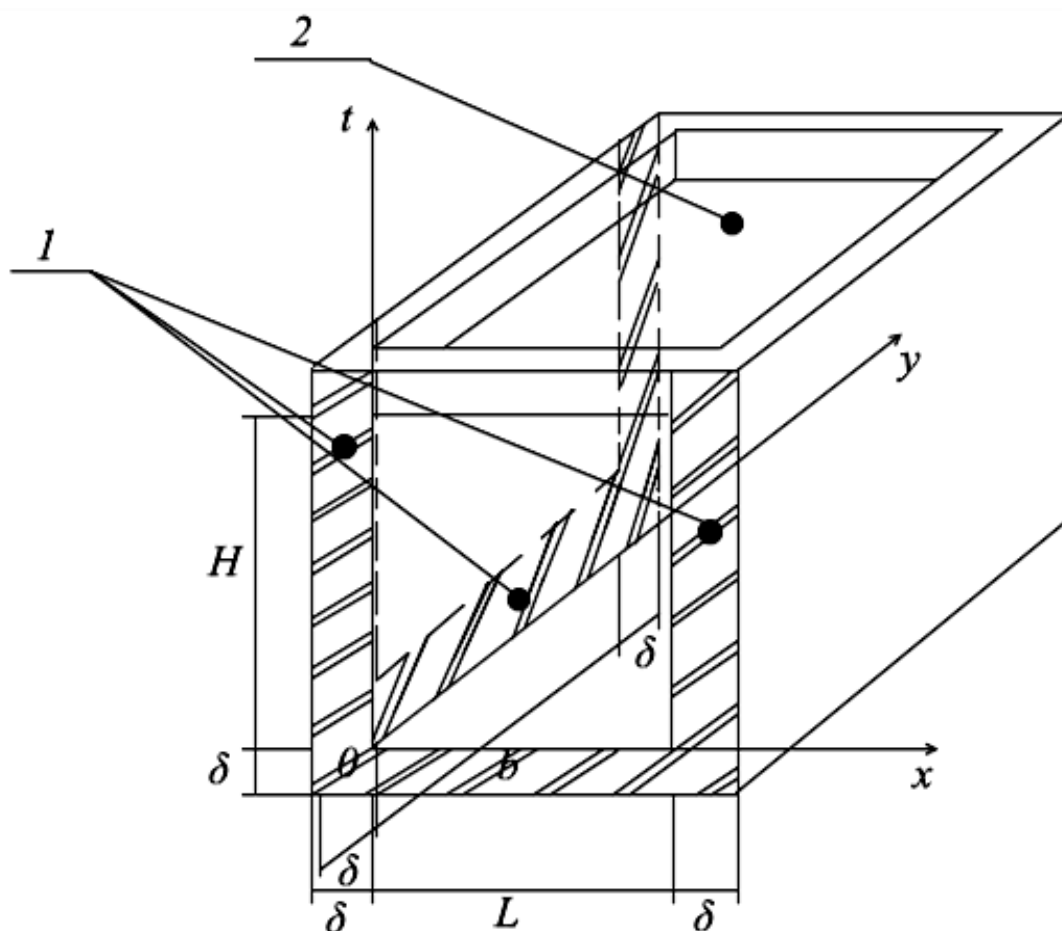


Рисунок 3.1 – Расчетная схема, используемая для постановки задачи теплопроводности для координаты  $y$ : сырьевая смесь (2); металлическая форма (1)

Как можно заметить, вследствие низкой теплопроводности стекла, входящего в состав сырьевой смеси, максимальные значения температуры свойственны граням металлической формы, центральные части засыпки сырьевой смеси нагреваются медленнее.



### **3.2 Математическая постановка задачи для расчета процессов теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (двумерное температурное поле)**

На основе существующих представлений о процессах в системах [179] динамику полей температур в рассматриваемом объекте можно качественно представить зависимостями параболического вида, как показано на рисунках 3.2–3.5.

Обращаем внимание на тот факт, что при ВТО сырьевой смеси при циклически меняющихся параметрах температуры конечное распределение температур после завершения стадии нагревания  $t_0^*(x)$  принимается в качестве начального распределения для стадии охлаждения. Этот факт иллюстрируется кривыми на рисунке 3.2.

Кривые на рисунке показывают, что кривые изменения температур в сырьевой смеси при циклическом изменении параметров температуры могут иметь достаточно сложный вид. Ни один из существующих методов решения краевых задач математической физики не позволяет получить аналитические решения задач теплопереноса для такого вида начальных условий. И только применение метода «микропроцессов» [183] (зонального метода) дает возможность получить необходимые расчетные выражения.

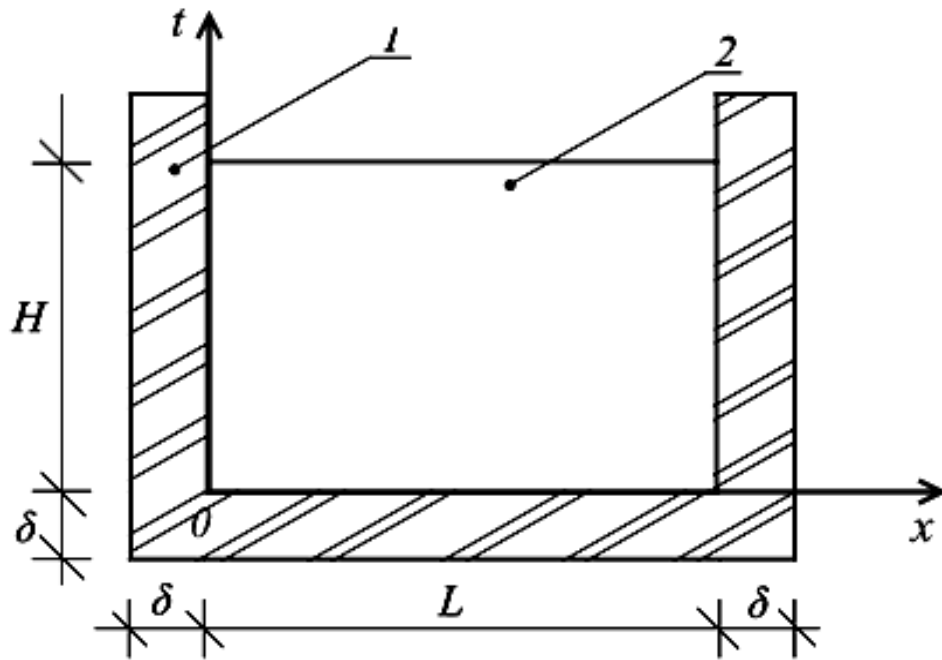
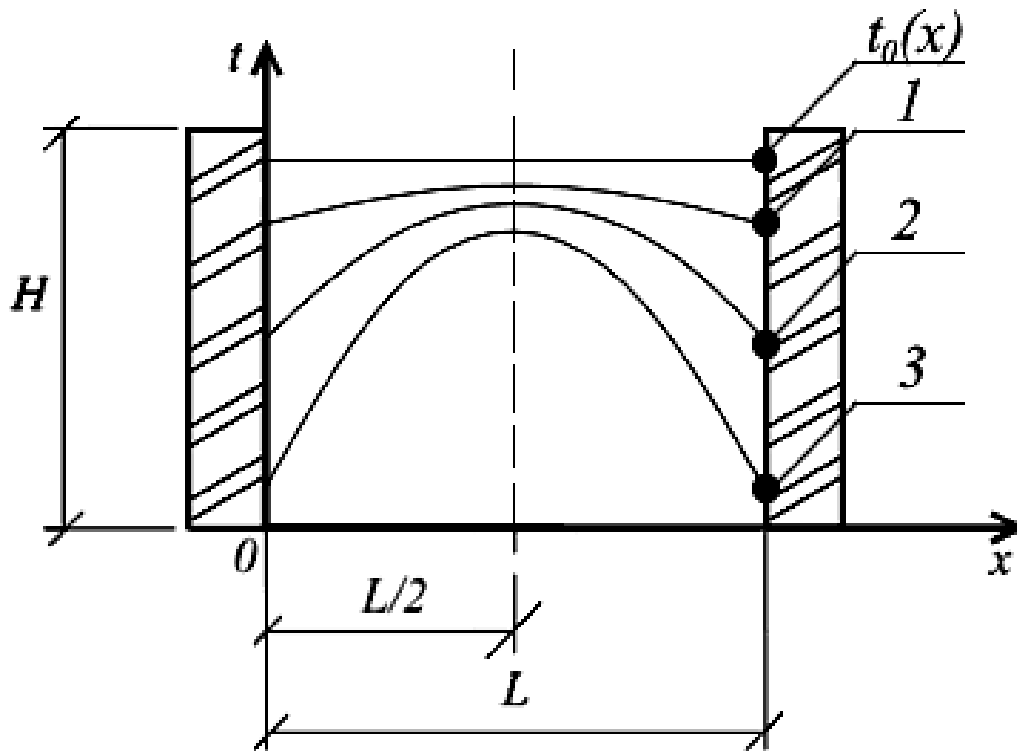
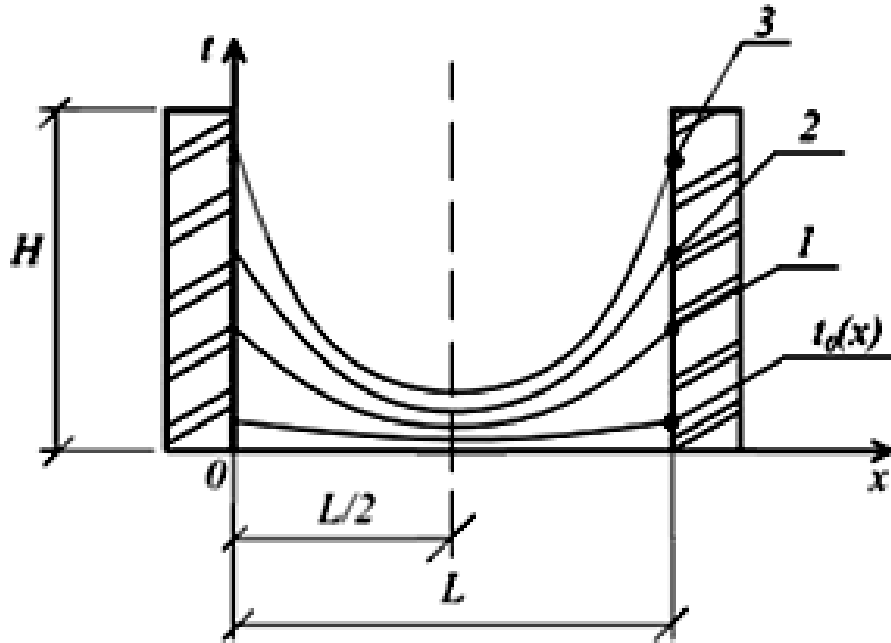


Рисунок 3.2 – Геометрическая модель, используемая для постановки задачи:  
сырьевая смесь (2); металлическая форма (1)



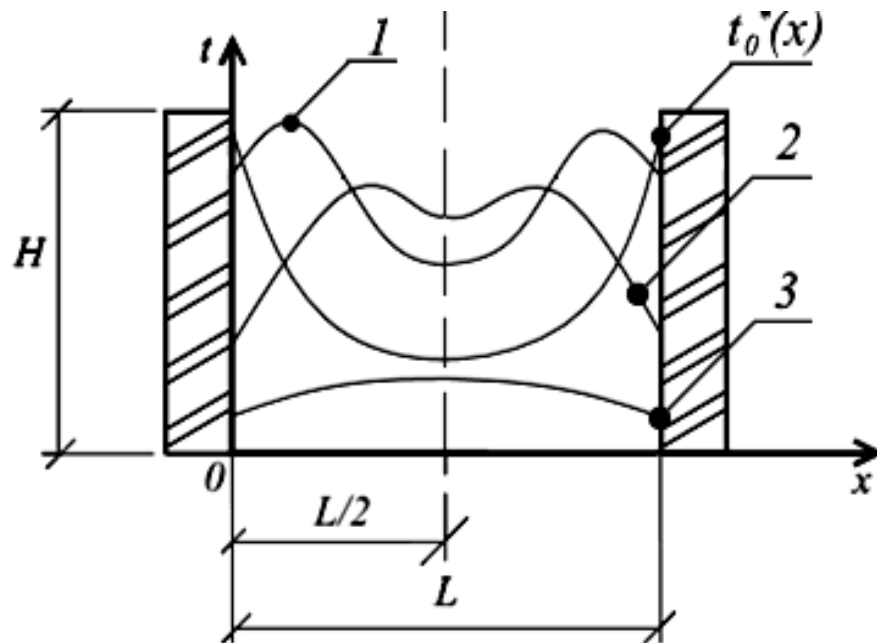
$t_0(x)$  – начальное распределение температур; 1 – некоторый момент времени  $\tau_1$ ; 2 – некоторый момент времени  $\tau_2$ ; 3 – некоторый момент времени  $\tau_3$ ; учтем, что  $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$

Рисунок 3.3 – Иллюстрация к моделям динамики полей температур на стадии охлаждения сырьевой смеси для получения пеностекла



$t_0(x)$  – начальное распределение температур; 1 – некоторый момент времени  $\tau_1$ ; 2 – некоторый момент времени  $\tau_2$ ; 3 – некоторый момент времени  $\tau_3$ ; учтем, что  $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$

Рисунок 3.4 – Иллюстрация к моделям динамики полей температур на стадии нагревания сырьевой смеси для получения пеностекла



$t_0^*(x)$  – конечное распределение температур на стадии нагревания сырьевой смеси, принимаемое за начальное для стадии охлаждения; 1 – некоторый момент времени  $\tau_1$ ; 2 – некоторый момент времени  $\tau_2$ ; 3 – некоторый момент времени  $\tau_3$ ; учтем, что  $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$

Рисунок 3.5 – Иллюстрация к моделям динамики полей температур на этапе охлаждения сырьевой смеси после нагрева

С учетом вышеизложенного, краевая задача теплопроводности по оси  $x$  остается в форме выражений (2.2) – (2.5), а для координаты  $y$  она приобретает следующий вид [183]:

$$\rho c \frac{\partial t(y, \tau)}{\partial y^2} = \lambda \frac{\partial^2 t(y, \tau)}{\partial y^2}, \tau > 0, 0 \leq y \leq \frac{b}{2}, \quad (3.1)$$

$$t(y, \tau)|_{\tau=0} = t_0(y), \quad (3.2)$$

$$\left. \frac{\partial t(y, \tau)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad (3.3)$$

$$t(y, \tau)|_{y=\frac{b}{2}} = t_{нов} = t_n. \quad (3.4)$$

где  $b$  – ширина засыпки сырьевой смеси для получения пеностекла (см. рис. 3.1).

### 3.3 Методика вычисления задачи теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла (двумерное температурное поле)

Для данного случая безразмерные переменные запишутся следующим образом:

$$T(\bar{y}, Fo) = \frac{t(y, \tau)}{t_n - t_0}; \quad Fo = \frac{a \cdot \tau}{(b/2)^2}; \quad \bar{y} = \frac{y}{(b/2)}; \quad (3.5)$$

С учетом принятых обозначений выражения (3.1) – (3.4) преобразуются к следующему виду:

$$\frac{\partial T(\bar{y}, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 T(\bar{y}, Fo)}{\partial \bar{y}^2}; \quad Fo > 0; \quad 0 \leq \bar{y} \leq 1, \quad (3.6)$$

$$T(\bar{y}, Fo) = \frac{t(y, \tau) - t_0}{t_n - t_0} = T_0(\bar{y}), \quad (3.7)$$

$$\left. \frac{\partial T(\bar{y}, Fo)}{\partial \bar{y}} \right|_{\bar{y}=0} = 0, \quad (3.8)$$

$$T(\bar{y}, Fo) \Big|_{\bar{y}=1} = 1. \quad (3.9)$$

Далее можно продолжить преобразования и следует записать решение уравнения (3.6) в области изображений по Лапласу с учетом начального условия (3.7):

$$T(\bar{y}, s) = Ach(\sqrt{s}\bar{y}) + Bsh(\sqrt{s}\bar{y}) - \frac{1}{\sqrt{s}} \int_0^{\bar{y}} T_0(\xi) sh\sqrt{s}(\bar{y} - \xi) d\xi. \quad (3.10)$$

где  $\xi$  – координата в диапазоне  $0 \dots \bar{y}$ .

Граничные условия (3.8) и (3.9) в области изображений по Лапласу запишутся следующим образом:

$$L \left[ \left. \frac{\partial T(\bar{y}, s)}{\partial \bar{y}} \right|_{\bar{y}=0} \right] = \left. \frac{\partial T(\bar{y}, s)}{\partial \bar{y}} \right|_{\bar{y}=0} = 0, \quad (3.11)$$

$$L \left[ T(\bar{y}, Fo) \Big|_{\bar{y}=1} \right] = T(\bar{y}, Fo) \Big|_{\bar{y}=1} = \frac{1}{s}. \quad (3.12)$$

Подстановка решения (3.10) в граничное условие (3.11) приводит к результату:

$$A \cdot \sqrt{s} \cdot sh(\sqrt{s}\bar{y}) \Big|_{\bar{y}=0} + B \cdot \sqrt{s} \cdot ch(\sqrt{s}\bar{y}) \Big|_{\bar{y}=0} = 0. \quad (3.13)$$

С учетом (3.13) следует вывод о том, что оно выполняется при условии, представленном ниже:

$$B=0 \quad (3.14)$$

После подстановки решения (3.10) с учетом (3.14) в граничное условие (3.12) получим:

$$A \cdot sh(\sqrt{s} \bar{y}) \Big|_{\bar{y}=1} - \frac{1}{\sqrt{s}} \int_0^{\bar{y}} T_0(\xi) sh \sqrt{s} (\bar{y} - \xi) d\xi = \frac{1}{s}. \quad (3.15)$$

Отсюда для константы  $A$  следует записать:

$$A = \frac{1}{s \cdot ch \sqrt{s}} + \frac{1}{\sqrt{s} \cdot ch \sqrt{s}} \int_0^1 T_0(\xi) sh \sqrt{s} (\bar{y} - \xi) d\xi. \quad (3.16)$$

Таким образом, с учетом выражений (3.14) и (3.16) окончательное решение для (3.10) в области изображений запишется следующим образом:

$$T(\bar{y}, s) = \frac{ch(\sqrt{s} \bar{y})}{s \cdot ch \sqrt{s}} + \frac{ch(\sqrt{s} \bar{y})}{\sqrt{s} \cdot ch \sqrt{s}} \int_0^1 T_0(\xi) sh \sqrt{s} (\bar{y} - \xi) d\xi - \frac{1}{\sqrt{s}} \int_0^{\bar{y}} T_0(\xi) sh \sqrt{s} (\bar{y} - \xi) d\xi. \quad (3.17)$$

Возвращение из области изображений в оригиналы следует производить по формуле:

$$T(\bar{y}, Fo) = L^{-1} [T(\bar{y}, s)] = \frac{\varphi(s_n)}{\psi'(s_n)} \Big|_{s_n=0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi(s_n)}{\psi'(s_n)} \exp(s_n Fo). \quad (3.18)$$

Характеристическое уравнение для поиска множества корней имеет вид:

$$ch \sqrt{s_n} = 0 \rightarrow \cos(i \sqrt{s_n}) \rightarrow \cos \mu_n = 0 \rightarrow \mu_n = \frac{\pi}{2} (2n - 1). \quad (3.19)$$

Следует показать, что в данном случае последнее слагаемое (3.17) превращается в ноль, однако считаем целесообразным опустить рутинные выкладки.

Для того чтобы еще раз убедиться в возможности осуществления обратного преобразования Лапласа в отношении первого слагаемого в правой части (3.17), следует записать:

$$\varphi_1(s) = ch(\sqrt{s} \bar{y}) = \left[ 1 + \frac{(\sqrt{s} \bar{y})^2}{2!} + \dots \right] = 1 + \frac{s \bar{y}^2}{2!} + \dots \quad (3.20)$$

$$\psi_1(s) = s \cdot ch(\sqrt{s}) = s \left[ 1 + \frac{s}{2!} + \dots \right]. \quad (3.21)$$

Таким образом, условие второй теоремы разложения выполняется: числитель и знаменатель являются обобщенными полиномами относительно  $s$ , при этом производная для знаменателя получается в следующей форме (3.21).

Далее производится дифференцирование знаменателя по  $s$ :

$$\begin{aligned} \psi_1'(s_n) &= s_n' \cdot ch\sqrt{s_n} + s_n \cdot (ch\sqrt{s_n})' = \\ &= ch\sqrt{s_n} + s_n \cdot \frac{1}{2\sqrt{s_n}} \cdot sh\sqrt{s_n}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

И тогда для нулевого корня получено:

$$\varphi_1(s) \Big|_{s=0} = 1, \quad \psi_1'(s) \Big|_{s=0} = 1 \Rightarrow \frac{\varphi_1(s)}{\psi_1'(s)} \Big|_{s=0} = 1. \quad (3.23)$$

Отсюда следует, что значение нулевого корня равно единице.

Для определения второго слагаемого, находящегося под знаком суммы, определяются необходимые функции:

$$\varphi_1(s) = ch(\sqrt{s_n} \bar{y}) \Rightarrow \varphi_1(\mu_n) = \cos(i\sqrt{s_n} \cdot \bar{y}) = \cos(\mu_n \bar{y}), \quad (3.24)$$

$$\psi_1'(s) = s_n' \cdot ch\sqrt{s_n} + s_n \cdot (ch\sqrt{s_n})' = ch\sqrt{s_n} + s_n \cdot \frac{1}{2\sqrt{s_n}} \cdot sh\sqrt{s_n}. \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned}
\psi'_1(\mu_n) &= \cos(i\sqrt{s_n}) + \frac{\sqrt{s_n}}{2} \cdot \frac{1}{i} \cdot \sin(i\sqrt{s_n}) = \cos(\mu_n) + \frac{i\sqrt{s_n}}{2} \cdot \frac{1}{i^2} \cdot \sin \mu_n = \\
&= \cos(\mu_n) + \frac{i\sqrt{s_n}}{2} \cdot \frac{1}{i^2} \cdot \sin \mu_n = -\frac{\mu_n}{2} \sin \mu_n.
\end{aligned} \tag{3.26}$$

В этом случае выражение под знаком суммы (3.18) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=1}^{\infty} -\frac{2 \cos(\mu_n \bar{y})}{\mu_n \sin \mu_n} \exp[-\mu_n^2 Fo] = \\
&= \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)} \cos\left[\frac{\pi}{2}(2n-1)\bar{y}\right] \exp\left[-\frac{\pi^2}{4}(2n-1)^2 Fo\right].
\end{aligned} \tag{3.27}$$

После этого в результате преобразования второго слагаемого, внося предынтегральный сомножитель под знак интеграла, получаем:

$$[\sim 2 \sim] = \int_0^1 T_0(\xi) \left[ \frac{ch(\sqrt{s} \bar{y}) \cdot sh\sqrt{s}(1-\xi)}{\sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s}} \right] d\xi. \tag{3.28}$$

Затем производится разложение числителя и знаменателя в квадратной скобке в степенной ряд, чтобы проверить условие соблюдения второй теоремы разложения, необходимое для последующего перевода в область оригиналов:

$$\begin{aligned}
\varphi_2(s) &= \left[ 1 + \frac{(\sqrt{s} \bar{y})^2}{2!} + \dots \right] \cdot \left[ \sqrt{s} + \frac{(\sqrt{s}(1-\xi))^3}{3!} + \dots \right] = \\
&= \sqrt{s} \left[ 1 + \frac{s \bar{y}^2}{2!} + \dots \right] \cdot \left[ 1 + \frac{s(1-\xi)^3}{3!} + \dots \right]
\end{aligned} \tag{3.29}$$

$$\psi_2(s) = \sqrt{s} \left[ 1 + \frac{s}{2!} + \dots \right]. \tag{3.30}$$



Очевидно, что функции  $\varphi_2(s)$  и  $\psi_2(s)$  не являются обобщенными полиномами относительно  $s$ , но легко к ним приводятся умножением или делением на  $\sqrt{s}$ . Из этого следует, что условия второй теоремы разложения выполнены.

Производится преобразование числителя в фигурной скобке дроби (3.28) с использованием свойств гиперболических функций:

$$\begin{aligned} ch(\sqrt{s}y) \cdot sh\sqrt{s}(1-\xi) &= ch(\sqrt{s}y) \cdot [sh\sqrt{s} \cdot ch(\sqrt{s}\xi) - sh(\sqrt{s}\xi)ch\sqrt{s}] = \\ &= sh\sqrt{s} \cdot ch(\sqrt{s}y) \cdot ch(\sqrt{s}\xi) - ch(\sqrt{s}y) \cdot sh(\sqrt{s}\xi) \cdot ch\sqrt{s}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Для проведения дальнейшей процедуры поиска нулевого корня выражения (3.29) и (3.30) переписывают, поделив обе части этих выражений на  $\sqrt{s}$ :

$$\frac{1}{\sqrt{s}}\varphi_2(s) = \left[ 1 + \frac{s\bar{y}^{-2}}{2!} + \dots \right] \cdot \left[ 1 + \frac{s(1-\xi)^3}{3!} + \dots \right], \quad (3.32)$$

$$\frac{1}{\sqrt{s}}\psi_2(s) = \left[ 1 + \frac{s}{2!} + \dots \right]. \quad (3.33)$$

А при умножении на  $\sqrt{s}$  получатся следующие записи:

$$\sqrt{s}\varphi_2(s) = s \left[ 1 + \frac{s\bar{y}^{-2}}{2!} + \dots \right] \cdot \left[ 1 + \frac{s(1-\xi)^3}{3!} + \dots \right] \quad (3.34)$$

$$\sqrt{s}\psi_2(s) = s \left[ 1 + \frac{s}{2!} + \dots \right]. \quad (3.35)$$

Еще одним из условий второй теоремы разложения является то, что полином в знаменателе не должен содержать постоянной величины. Из формулы (3.33) следует, что в данном случае условие второй теоремы разложения не выполняется, т.к. в полиноме присутствует постоянное слагаемое – «1». В выражении (3.35) такое слагаемое отсутствует, поскольку вся скобка умножается

на  $s$ . Но в таком случае выражение (3.34) обращается в ноль при  $s=0$ . Следовательно, нулевой корень в данном случае будет отсутствовать.

Продолжая анализ далее, определяем производную в знаменателе дроби (3.28):

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} [\sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s}] &= \frac{d\sqrt{s}}{ds} ch\sqrt{s} + \sqrt{s} \frac{d(ch\sqrt{s})}{ds} = \frac{1}{2\sqrt{s}} ch\sqrt{s} + \sqrt{s} \frac{1}{2\sqrt{s}} sh\sqrt{s} = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{s}} [ch\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s}]. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Как видим, для перевода (3.28) в область оригиналов записывается следующая формула с учетом (3.31) и (3.36):

$$\begin{aligned} [\sim 2 \sim] &= \int_0^1 T_0(\xi) \left[ \frac{sh\sqrt{s} \cdot ch(\sqrt{s}y) \cdot ch(\sqrt{s}\xi) - ch(\sqrt{s}y) \cdot sh(\sqrt{s}\xi) \cdot ch\sqrt{s}}{\frac{1}{2\sqrt{s}} [ch\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s}]} \right] d\xi = \\ &= 2 \int_0^1 T_0(\xi) \left\{ \frac{\sqrt{s} [sh\sqrt{s} \cdot ch(\sqrt{s}y) \cdot ch(\sqrt{s}\xi) - ch(\sqrt{s}y) \cdot sh(\sqrt{s}\xi) \cdot ch\sqrt{s}]}{[ch\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s}]} \right\} d\xi. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Характеристическим уравнением в данном случае остается уравнение (3.19), из которого следует, что первое слагаемое в знаменателе обращается в ноль и в ноль же обращается второе слагаемое числителя.

Далее следует записать:

$$[\sim 2 \sim] = 2 \int_0^1 T_0(\xi) \left\{ \frac{\sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s} \cdot ch(\sqrt{s}y) \cdot ch(\sqrt{s}\xi)}{\sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s}} \right\} d\xi \quad (3.38)$$

Применяя последовательно:

- а) очередные сокращения в числителе и знаменателе;
- б) перевод гиперболических функций в тригонометрические;

в) формулу обратного преобразования Лапласа, получено:

$$\begin{aligned}
 L^{-1}[\sim 2 \sim] &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^1 T_0(\xi) \left\{ \cos(i\sqrt{s}y) \cdot \cos(i\sqrt{s}\xi) \right\} d\xi \cdot \exp(i^2 s_n Fo) = \\
 &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^1 T_0(\xi) \left\{ \cos(\mu_n \bar{y}) \cdot \cos(\mu_n \xi) \right\} d\xi \cdot \exp(-\mu_n^2 Fo) = \\
 &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\mu_n \bar{y}) \int_0^1 T_0(\xi) \cos(\mu_n \xi) d\xi \cdot \exp(-\mu_n^2 Fo) = \\
 &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left[\frac{\pi}{2}(2n-1)\bar{y}\right] \int_0^1 T_0(\xi) \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2}(2n-1)\xi\right] d\xi \cdot \exp\left[-\frac{\pi^2}{4}(2n-1)^2 Fo\right]. \quad (3.39)
 \end{aligned}$$

С учетом (3.27) и (3.39) окончательное решение задачи теплопроводности (3.6) – (3.7) запишется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 T(\bar{y}, Fo) &= 1 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)} \cos\left[\frac{\pi}{2}(2n-1)\bar{y}\right] \exp\left[-\frac{\pi^2}{4}(2n-1)^2 Fo\right] + \\
 &+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left[\frac{\pi}{2}(2n-1)\bar{y}\right] \int_0^1 T_0(\xi) \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2}(2n-1)\xi\right] d\xi \cdot \exp\left[-\frac{\pi^2}{4}(2n-1)^2 Fo\right]. \quad (3.40)
 \end{aligned}$$

В соответствии с принципом наложения решений для задач нестационарного тепломассопереноса [103; 140; 183] решение задач в двумерной постановке возможно представить следующим образом:

$$T(\bar{x}, \bar{y}, Fo) = T(\bar{x}, Fo_x) \cdot T(\bar{y}, Fo_y). \quad (3.41)$$

Подстановка выражения (3.40) в формулу (3.41) приводит к окончательной записи решения краевых задач теплопроводности в двумерной постановке:

$$\begin{aligned}
 T(\bar{x}, \bar{y}, Fo_x, Fo_y) &= \left\{ 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)} \sin\left[\frac{\pi}{2}(2n-1)\bar{x}\right] \cdot \exp\left[-\frac{\pi^2}{4}(2n-1)^2 Fo_x\right] + \right. \\
 &+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left[\frac{\pi}{2}(2n-1)\bar{x}\right] \cdot \int_0^1 T_0(\xi) \sin\left[\frac{\pi}{2}(2n-1)\xi\right] d\xi \cdot \exp\left[-\frac{\pi^2}{4}(2n-1)^2 Fo_x\right] \left. \right\} \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ 1 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)} \cos \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \bar{y} \right] \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo_y \right] + \right. \\ & \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \bar{y} \right] \int_0^1 T_0(\xi) \cdot \cos \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \xi \right] d\xi \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo_y \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Кроме значений температуры необходимо также определить величину градиентов температуры. Поэтому используя соотношения (3.42) получены формулы для определения составляющих градиента вдоль различных координатных осей  $x$  и  $y$ . Для составляющих градиента температуры вдоль оси  $x$  и  $y$  соответственно выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dx} = \{[1]\}' \cdot \{[2]\} = & \left\{ -2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \bar{x} \right] \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo_x \right] + \right. \\ & + \pi \sum_{n=1}^{\infty} \left\langle (2n-1) \cdot \cos \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \bar{x} \right] \cdot \int_0^1 T_0(\xi) \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \xi \right] d\xi \cdot \right. \\ & \left. \left. \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo_x \right] \right\rangle \right\} \cdot \{[2]\}; \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dy} = \{[1]\} \cdot \{[2]\}' = \{[1]\} \cdot & \left\{ -2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \bar{y} \right] \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo_y \right] + \right. \\ & + \pi \sum_{n=1}^{\infty} \left\langle (2n-1) \cdot \cos \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \bar{x} \right] \cdot \int_0^1 T_0(\xi) \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \xi \right] d\xi \cdot \right. \\ & \left. \left. \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo_y \right] \right\rangle \right\}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Представленные формулы (3.38), (3.40), (3.42) составляют полный набор инструментов для определения параметров нестационарных полей температуры в любой точке объема сырьевой смеси для получения пеностекла и в любой момент времени.

На рисунках 3.6–3.8 приведены данные о результатах расчетов по выражению (3.42). В этом случае координата  $x$  изменяется в тех же пределах ( $-1 < x < 1$ ), а координата  $y$  изменяется в пределах  $0 < y < 0.75$ . Значение  $y=0,75$  соответствует месту контакта сырьевой смеси для получения пеностекла с металлическими гранями формы для вспенивания, а эти точки интересны тем, что здесь возникает наибольшая неоднородность температурного поля в засыпке сырьевой смеси. Следует заметить, что картина поля в области отрицательных значений координаты  $y$  будет иметь точно такой же вид, как на рисунках 3.6–3.8 (численные значения записываются со знаком «-»), т.е. поле имеет симметричный вид относительно осей координат.

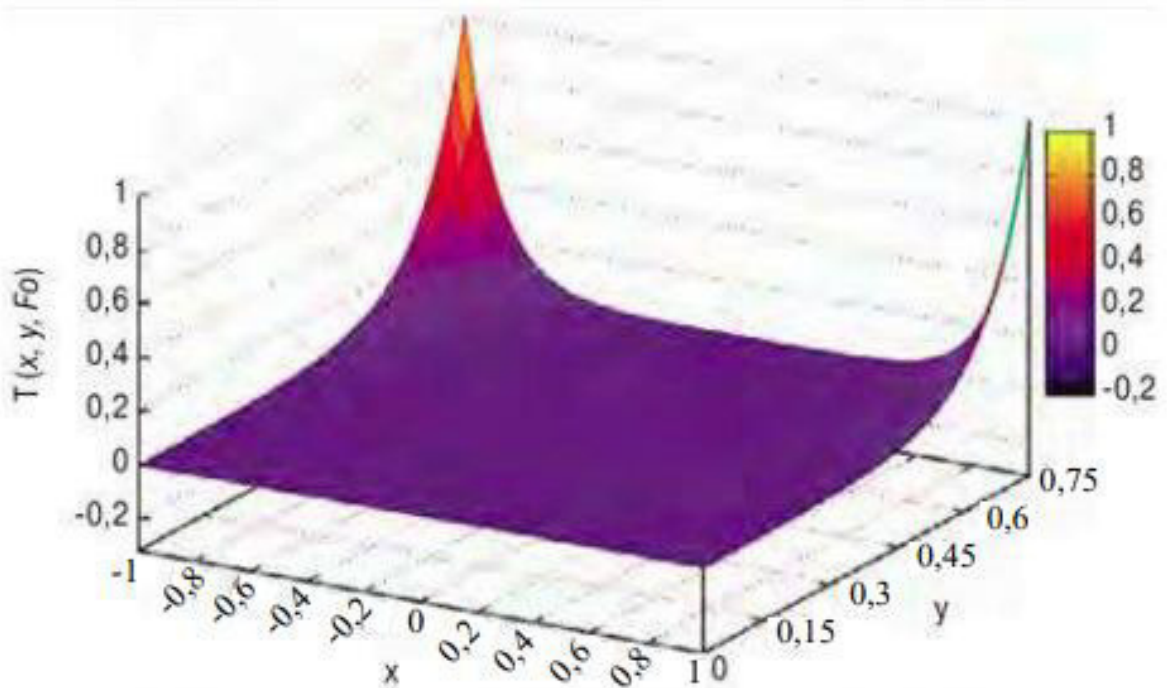


Рисунок 3.6 – Динамика температурных полей при значениях числа Фурье  $Fo=0,01$

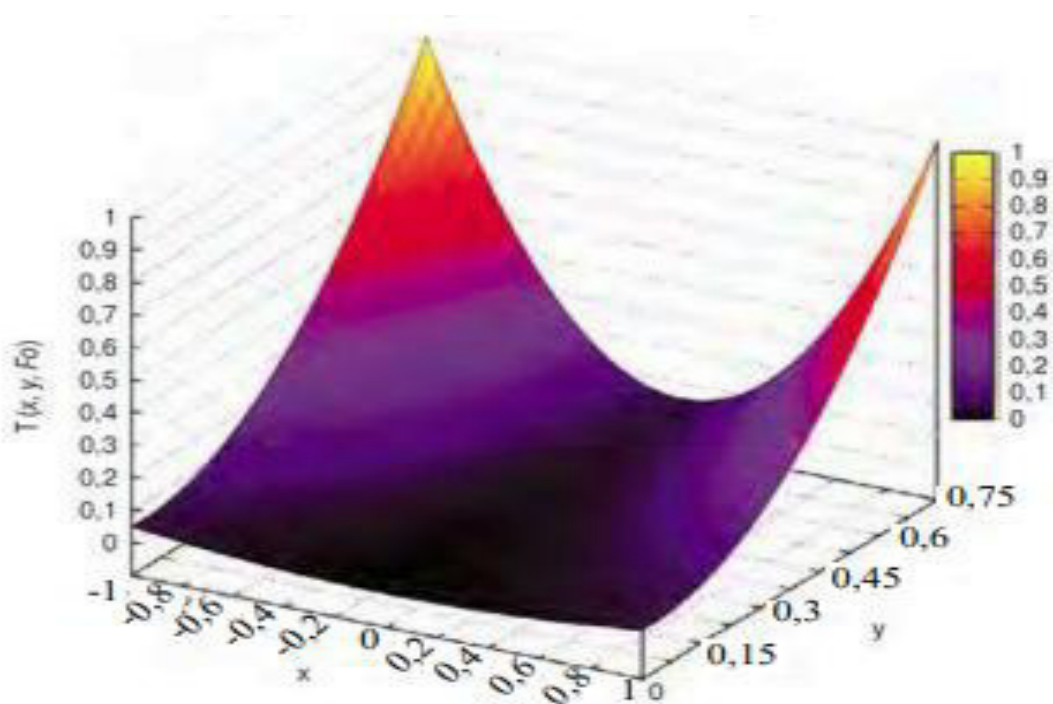


Рисунок 3.7 – Динамика температурных полей при значениях числа Фурье  $Fo=0,1$

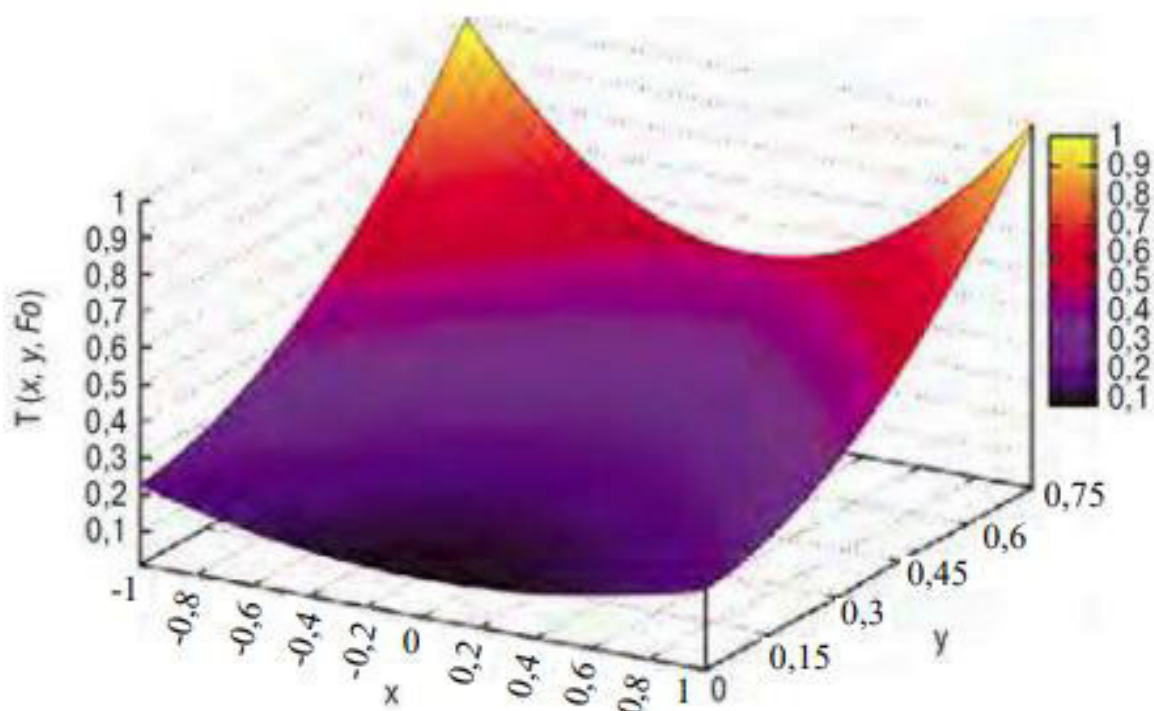


Рисунок 3.8 – Динамика температурных полей при значениях числа Фурье  $Fo=0,2$

Анализ полученных зависимостей позволяет сделать вывод, что эти результаты соответствуют качественным представлениям о процессах теплопереноса в сырьевых смесях для вспенивания пеностекла. Эти зависимости

позволяют сделать заключение, что для участков, в которых сырьевая смесь контактирует с гранями металлической формы для вспенивания, характерны более неоднородные температурные поля, а максимальная неоднородность имеет место на самой границе контакта. При извлечении готового пеностекляного блока для перемещения его в печи для отжига наблюдается неоднородная поризация на торцевых участках материала, что демонстрирует наличие максимальных температур и неоднородного температурного поля в процессе вспенивания пеностекла на участках контакта сырьевой смеси и граней металлических форм для вспенивания. После отжига готовые пеностекляные блоки проходят стадию опиловки, на которой неоднородно поризованные грани срезаются для придания блоку готового товарного вида.

### **3.4 Метод «микропроцессов» для моделирования процессов теплопроводности и диффузии при термической обработке пеностекла**

Как известно, выпуск готовой продукции из пеностекла возможен в виде плит, фасонных изделий, а также любых других видов изделий, которые могут иметь геометрическую форму в так называемом каноническом виде: пластина, цилиндр или сфера (рисунок 3.9).

Каждый процесс производства изделий из пеностекла сопровождается термической обработкой, также процессы термической обработки актуальны для технологических процессов химической [120], строительной [23; 183], пищевой [228], текстильной [114] и других отраслей промышленности.

Формы для получения пеностекла с сырьевой смесью с геометрической точки зрения могут быть представлены неограниченной пластиной. При этом моделирование явлений теплопроводности и массопроводности (диффузии в твердой фазе) может проводиться на базе единой теории тепломассопереноса [94].

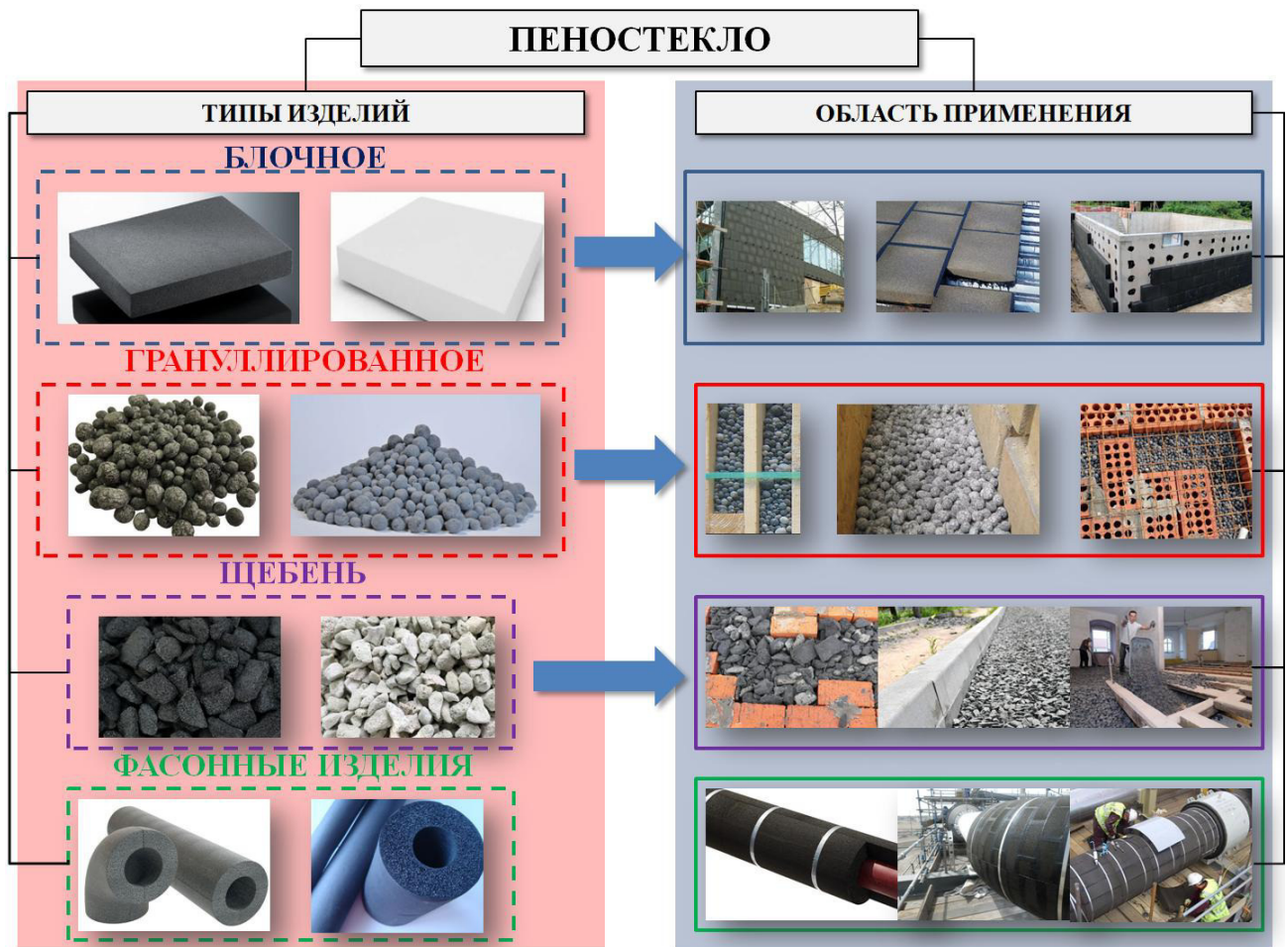


Рисунок 3.9 – Типы изделий из пеностекла и область их применения

В качестве математической основы для решения краевых задач теплопереноса используется дифференциальное уравнение нестационарного переноса субстанции (теплоты или массы вещества) с соответствующими краевыми (начальными и граничными) условиями:

$$\frac{\partial \theta(x, \tau)}{\partial \tau} = \text{div} [K_r(x, \tau) \text{grad} \theta(x, \tau)] \pm q_v(x, \tau) \quad (3.45)$$

где  $\theta(x, \tau)$  – потенциал переноса субстанции для теплопереноса;  $\theta$  – температура,  $K$ ; для массопереноса –  $v$ , концентрация,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ,  $K_{tr}$  – коэффициент переноса субстанции, в общем случае зависящий от потенциалов переноса ( $K_t - a$  – температуропроводность,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $K_r - k$  – массопроводность (диффузия в твердой фазе),  $\text{м}^2/\text{с}$ );  $q_v(x, \tau)$  – удельный объемный источник (сток) теплоты или массы



вещества, соответственно,  $K/c$ ;  $\kappa z/(m^3 \cdot c)$ , обусловленный фазовым переходом вещества.

В качестве типового тепломассообменного процесса будем рассматривать термическую обработку пеностекла на этапе вспенивания [126], при котором происходит рост температуры  $t$  и снижается массо- и влагосодержание  $u$ . При этом изменяются коэффициенты температуропроводности и массопроводности:

$$a = a(t, u); \quad k = k(t, u) \quad (3.46)$$

Анализ методологии в дальнейшем рассмотрении проводим применительно к задаче переноса для неограниченной пластины, цилиндра и сферы с граничными условиями первого рода, когда на поверхности твердого тела задан потенциал переноса (температура, влагосодержание). Примеры такой задачи для неограниченной пластины приведены в [207–214].

При этом для упрощения будем рассматривать условие отсутствия внутреннего источника.

Решения задач невзаимосвязанного внутреннего переноса теплоты и массы вещества при условии постоянства коэффициентов переноса запишутся в виде [78; 138]:

– для пластины;

$$\theta(x, \tau) = \frac{2}{R} \sum_{n,m=1}^{\infty} \sin(\mu_n \cdot \bar{x}) \exp(-\mu_n^2 Fo_{n,m}) \int_0^R \theta_0(x') \sin(\mu_{n,m} x^{-1}) dx' \quad (3.47)$$

– для цилиндра;

$$\theta(x, \tau) = \frac{2}{R^2} \sum_{n,m=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_n \cdot \bar{x})}{J_1^2(\mu_n)} \exp(-\mu_n^2 Fo_{n,m}) \int_0^R x' \theta_0(x') J_0(\mu_{n,m} x^{-1}) dx' \quad (3.48)$$

– для сферы;

$$\theta(x, \tau) = \frac{2}{R} \sum_{n,m=1}^{\infty} \frac{1}{x} \sin(\mu_n \cdot \bar{x}) \exp(-\mu_n^2 Fo_{n,m}) \int_0^R x' \theta_0(x') \sin(\mu_{n,m} x^{-1}) dx' \quad (3.49)$$

где  $R$  – половина толщины для неограниченной пластины; радиус, для цилиндра, сферы;  $\mu_{n,m}$  – корень соответствующего характеристического уравнения; индекс  $n$  относится к задачам теплопереноса ( $\mu_n, Fo_n$ ), а индекс  $m$  – к задачам массопереноса ( $\mu_m, Fo_m$ );  $x$  – размерная координата,  $x'$  – текущая координата в интервале интегрирования  $[0-R]$ ;  $\bar{x} = x/R$  – безразмерная координата;  $J_0, J_1$  – бесселевы функции нулевого и первого порядка. Важно отметить, что расчеты по выражениям (3.47) – (3.49) позволяют получить результаты при произвольном начальном распределении потенциала переноса.

В частном случае при равномерных начальных распределениях температур и массосодержаний для выражений (3.47) – (3.49) в безразмерной форме можно записать:

– для пластины:

$$\theta(\bar{x}, Fo_{n,m}) = \sum_{n,m=1}^{\infty} A_{n,m}^p(\mu_{n,m}) \cdot \cos(\mu_{n,m} \bar{x}) \exp(-\mu_{n,m}^2 Fo_{n,m}) \quad (3.50)$$

– для цилиндра:

$$\theta(\bar{x}, Fo_{n,m}) = \sum_{n,m=1}^{\infty} A_{n,m}^c(\mu_{n,m}) \cdot J_0(\mu_{n,m} \bar{x}) \exp(-\mu_{n,m}^2 Fo_{n,m}) \quad (3.51)$$

– для сферы:

$$\theta(\bar{x}, Fo_{n,m}) = \sum_{n,m=1}^{\infty} A_{n,m}^s(\mu_{n,m}) \cdot \frac{1}{\bar{x}} \sin(\mu_{n,m} \bar{x}) \exp(-\mu_{n,m}^2 Fo_{n,m}) \quad (3.52)$$

где  $A_{n,m}(\mu_{n,m})$  – коэффициенты характеристических уравнений и, соответственно, для тепло- и массообменных задач будет:

$$\theta(\bar{x}, Fo_n) \rightarrow T(\bar{x}, Fo_n) = \frac{t(x, \tau) - t_c}{t_0 - t_c} \quad (3.53)$$

$$\theta(\bar{x}, Fo_m) \rightarrow U(\bar{x}, Fo_m) = \frac{u(x, \tau) - u_0}{u_p - u_0} \quad (3.54)$$

где  $t(x, \tau)$  и  $u(x, \tau)$  – значения физических величин температуры и массо-, влагосодержания;  $t_0, u_0$  – значения в момент времени принимаемый начальным;  $t_c$  – температура среды;  $u_p$  – равновесное массо- и влагосодержание.

Важно отметить, что расчеты по выражениям (3.47) – (3.49) позволяют получить результаты при произвольном распределении потенциалов переноса, а вычисления по формулам (3.50) – (3.52) – только для равномерных начальных распределений потенциалов.

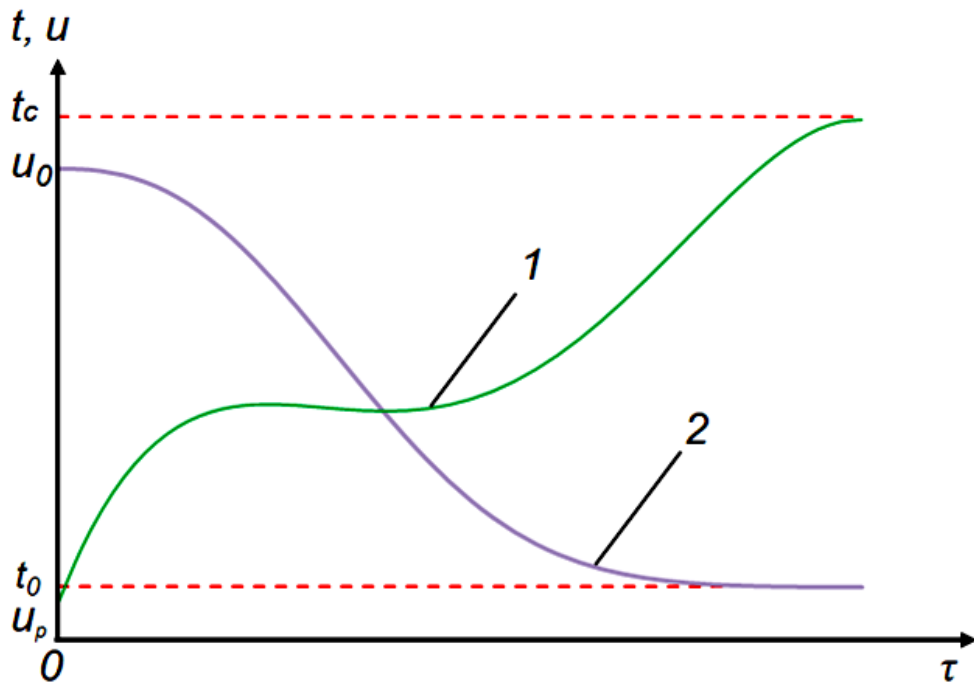
Для моделирования тепловых и массообменных процессов, в которых теплофизические характеристики пористого материала существенно меняются во времени процесса вспенивания вследствие изменения  $t$  и  $u$ , использование решений становится весьма проблематичным.

На рисунке 3.10 приведены типичные кривые изменения температуры и влажности материала в процессе вспенивания с учетом конвекции [94].

На рисунке 3.11 показаны соответствующие этому решению данные по изменению коэффициента температуропроводности от температуры [179; 183], а также коэффициента массопроводности как функция массосодержания [138].

Трудности при использовании приведенных решений заключаются в существенной зависимости коэффициентов переноса от значений локальных температур и массосодержаний в произвольный момент времени процесса вспенивания пеностекла.

При этом выражения (3.50) – (3.52), позволяющие рассчитывать динамику полей потенциалов тепло- и массопереноса по результатам известных величин коэффициентов в начале процесса (при  $\tau=0$ ), с течением времени станут выдавать все большую погрешность расчетов. Применение формул (3.47) – (3.49) приведет к затруднениям при заданном начальном условии.



1 – температурная кривая; 2 – кривая изменения влажности

Рисунок 3.10 – Кривые изменения температуры и влажности материала

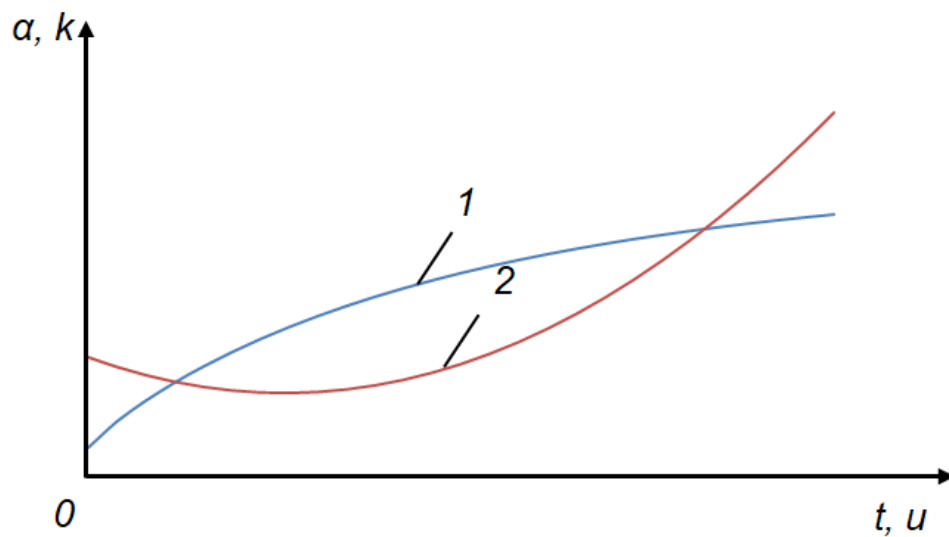
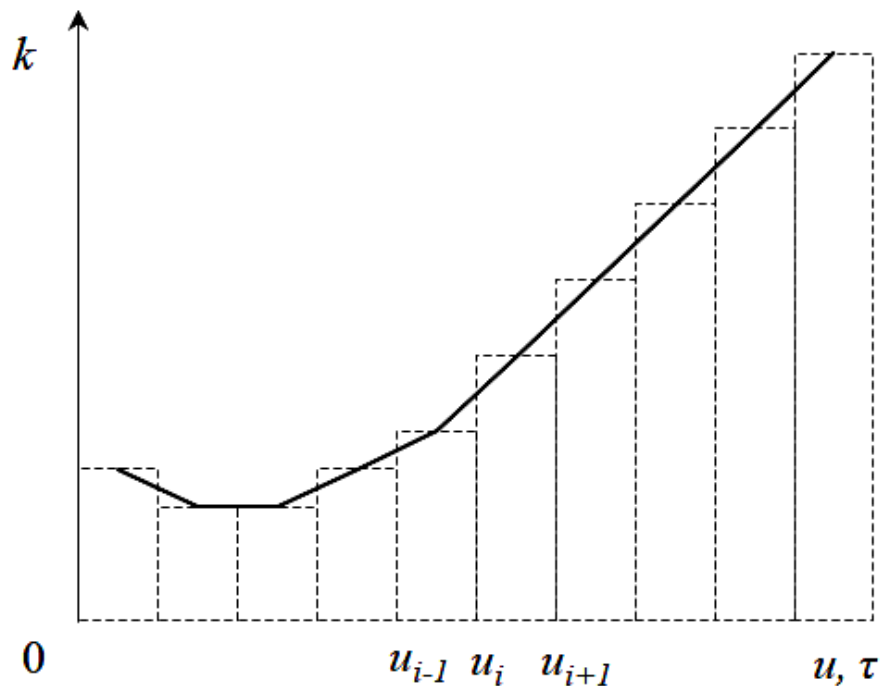


Рисунок 3.11 – Тепловые кривые изменения коэффициента температуропроводности – 1 (от температуры) и массопроводности – 2 (от массосодержания)

Однако принципиальные прежде [126; 171; 219] трудности особых проблем в расчетах и проектировании не представляют при использовании «зонального» метода [138] или метода «микропроцессов» [183]. По обоим методам предварительно получается экспериментальная информация об изменении температуры и массо-, влагосодержания материала во времени процесса (при вспенивании – кинетические кривые), определяются зависимости вида выражений (3.46) (как правило, в виде степенных формул).

Следующим этапом расчетов по «зональному» методу является формализация результатов в форме гистограмм значений коэффициентов массопроводности от средних значений массодержаний. По методу «микропроцессов» в расчетах одновременно задействуется и кинетическая кривая (рисунок 3.12).



1– кинетическая кривая изменения средних значений массодержаний от времени; 2– гистограммы значений коэффициентов массопроводности от средних значений массодержаний

Рисунок 3.12 – Иллюстрация к «зональному» методу и методу «микропроцессов»

При этом чем меньше диапазон измеряемых значений температур и массосодержаний, тем большая адекватность расчетных и экспериментальных данных.

Однако возникает и еще одна практическая сложность: аналитические случаи задачи теплопереноса в большинстве своем для неравномерных начальных условий представляются в форме бесконечных рядов Фурье. Сходимость ряда Фурье ухудшается с уменьшением временных интервалов ( $F_0$ ). Преодоление этого затруднения может быть осуществлено либо методом усовершенствования решений [78; 138], либо применением приближенного метода [183], точность расчетов по которому возрастает с уменьшением времени «микропроцесса».

### **3.5 Моделирование процессов теплопроводности и диффузии в телах канонической формы с применением метода «микропроцессов» для области малых значений числа Фурье**

Выше рассмотрены случаи синтеза математических моделей процессов тепло- и массопереноса в телах канонической формы (пластина, цилиндр, сфера) при термической обработке пеностекла на стадии вспенивания. Проблема рассмотрена для задач теплопроводности и диффузии в твердых телах. При этом для упрощения выкладок (преобразований) рассмотрены задачи с граничными условиями первого рода, называемые также условиями Дирихле [102].

При этом задается закон изменения потенциала переноса (теплоты и массы) на границе твердого тела с окружающей средой.

В [177] приведены выражения для расчета полей температур в зависимости от теплофизических параметров, а также полей потенциалов массопереноса.

В фундаментальной монографии академика Лыкова А.В. и профессора Ю.А. Михайлова [102] приведено решение многих задач теплопроводности и диффузии для тел различной конфигурации, включая и тела канонической формы. При этом можно отметить два принципиальных момента. Первый – решения, полученные в форме рядов Фурье, характерны для задач с неравномерными начальными

распределениями потенциалов переноса теплоты и массы вещества. В случае равномерных начальных распределений из полученных решений легко получаются частные случаи для равномерных начальных условий. При этом решения для малых значений чисел Фурье ( $Fo, Fo_m < 0,1$ ) не приводятся.

Вместе с тем, как уже не раз отмечалось в специальной литературе [183], решения в форме рядов Фурье обладают одной «неприятной» особенностью: с уменьшением времени процесса уменьшаются и числовые значения критериев Фурье, характеризующих подобие нестационарных процессов тепло- и массопереноса ( $Fo, Fo_m$ ) [98; 121]. Это, в свою очередь, приводит к увеличению количества членов бесконечного ряда и нарастанию ошибки вычислений. Принципиальные значения эти факторы приобретают при реализации методов расчета с использованием «зонального» метода [138; 139; 226; 227] и метода «микропроцессов» [183].

Выше изложена методология получения решений задач тепло- и массопереноса при неравномерных начальных распределениях потенциалов переноса. В настоящем параграфе будут изложены принципы получения решений краевых задач для более общих граничных условий – условий третьего рода, или условий Ньютона [102].

В принятых безразмерных переменных краевая задача теплопереноса для пластины при равномерном начальном распределении температур примет вид:

$$\frac{\partial \theta(\bar{x}, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta(\bar{x}, Fo)}{\partial \bar{x}^2}; \quad Fo \geq 0; \quad 0 \leq \bar{x} \leq 1; \quad (3.55)$$

$$\theta(\bar{x}, 0) = 1; \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial \theta(0, Fo)}{\partial \bar{x}} = 0; \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial \theta(1, Fo)}{\partial \bar{x}} = -Bi \cdot \theta(1, Fo). \quad (3.58)$$

$$\theta(\bar{x}, Fo) = \frac{\theta_c - \theta(x, \tau)}{\theta_c - \theta_0}; Fo = \frac{\alpha \tau}{R^2}; Bi = \frac{\alpha R}{\lambda}; \bar{x} = \frac{x}{R} \quad (3.59)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи,  $\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ ,  $\theta(x, \tau)$  – значения физических величин температуры;  $\theta_c$  – температура окружающей среды, (К);  $\theta_0$  – начальная температура материала, (К);  $R$  – половина толщины пластины, радиус цилиндра, сферы, (м);  $\lambda$  – теплопроводность материала тела, (Вт/м·К). Краевое условие (3.57) является условием симметрии. Заметим, однако, что для решения задач теплопроводности пластины на теплоизолированной подложке оно также может быть успешно использовано.

Соответственно, для задач массопереноса (по аналогии) можно записать:

$$\theta_m(\bar{x}, Fo_m) = \frac{\theta_{0,m} - \theta_m(x, \tau)}{\theta_{0,m} - \theta_{c,m}}; Fo_m = \frac{k \tau}{R^2}; Bi_m = \frac{\beta R}{k}; \bar{x} = \frac{x}{R} \quad (3.60)$$

где  $\beta$  – коэффициент массоотдачи, м/с;  $k$  – коэффициент массопроводности, м<sup>2</sup>/с,  $\theta_m(x, \tau)$  – значения физических величин массосодержаний;  $\theta_{0,m}$  – массосодержание твердой фазы в начальный момент времени, (кг/кг);  $\theta_{c,m}$  – равновесное массосодержание на границе раздела фаз, (кг/кг).

Применим к (3.55) – (3.58) преобразования Лапласа с тем, чтобы перевести их в область комплексных переменных. Используя теорему дифференцирования оригинала (уравнение (3.61)), запишем для области изображений по временной переменной:

$$L^{-1}[f(s)] = f(\tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} f(s) \exp(s\tau) ds. \quad (3.61)$$

$$L\left[\frac{\partial \theta(\bar{x}, Fo)}{\partial Fo}\right] = s \cdot \theta(\bar{x}, s) - 1. \quad (3.62)$$

Для правой части (3.55) получаем следующее выражение:



$$L\left[\frac{\partial^2\theta(\bar{x}, Fo)}{\partial\bar{x}^2}\right] = \frac{\partial^2}{\partial\bar{x}^2}\{L[\theta(\bar{x}, Fo)]\} = \frac{d^2\theta(\bar{x}, s)}{d\bar{x}^2}. \quad (3.63)$$

В результате с учетом полученного [79] краевую задачу теплопроводности пластины для области изображений [183] запишем в следующем виде:

$$\frac{d^2\theta(\bar{x}, s)}{d\bar{x}^2} - s \cdot \theta(\bar{x}, s) + 1 = 0; \quad (3.64)$$

$$\frac{d\theta(0, s)}{d\bar{x}} = 0; \quad (3.65)$$

$$\frac{d\theta(1, s)}{d\bar{x}} = -Bi \cdot T(1, s). \quad (3.66)$$

Уравнение (3.64) является линейным неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка [198].

Решение обыкновенного дифференциального уравнения (3.64) в области изображений примет вид:

$$\theta(\bar{x}, s) - \frac{1}{s} = Ach(\sqrt{s\bar{x}}) + Bsh(\sqrt{s\bar{x}}). \quad (3.67)$$

Для определения констант  $A$  и  $B$  используем граничные условия.

Подставив (3.67) в (3.65), получим при дифференцировании правой части уравнения:

$$\left.\frac{d\theta(\bar{x}, s)}{d\bar{x}}\right|_{\bar{x}=0} = A\sqrt{s}sh(\sqrt{s\bar{x}})\Big|_{\bar{x}=0} + B\sqrt{s}ch(\sqrt{s\bar{x}})\Big|_{\bar{x}=0} = 0. \quad (3.68)$$

Необходимо заметить, что это условие выполняется при любых значениях  $A$  ( $sh0 = 0$ ), но только при одном значении  $B$ , а именно:  $B=0$ .

Подставляя с учетом этого (3.67) и (3.68) в граничное условие (3.66),

запишем:

$$A\sqrt{s}sh\sqrt{s} = -Bi \left[ \frac{1}{s} + Ach\sqrt{s} \right]. \quad (3.69)$$

Отсюда следует, что:

$$A = -\frac{Bi}{s(\sqrt{s}sh\sqrt{s} + Bich\sqrt{s})}. \quad (3.70)$$

Вместе с тем подстановка (3.70) в (3.67) дает решение искомой задачи в области изображений:

$$\theta(\bar{x}, s) - \frac{1}{s} = -\frac{Bich(\sqrt{s\bar{x}})}{s(\sqrt{s}sh\sqrt{s} + Bich\sqrt{s})} = -Bi \frac{\varphi(s)}{\psi(s)}. \quad (3.71)$$

Дробь в правой части (3.71) представляет собой отношение обобщенных полиномов относительно комплексной переменной  $s$ .

Разложим  $\varphi(s)$  в степенной ряд:

$$\varphi(s) = ch(\sqrt{s\bar{x}}) = 1 + \frac{s\bar{x}^2}{2!} + \frac{s^2\bar{x}^4}{4!} + \dots \quad (3.72)$$

Разложим в ряд скобку в знаменателе (3.71), тогда получим:

$$\begin{aligned} \psi(s) &= s(\sqrt{s}sh\sqrt{s} + Bich\sqrt{s}) = s \left\{ \sqrt{s} \left[ \sqrt{s} + \frac{(\sqrt{s})^3}{3!} + \frac{(\sqrt{s})^5}{5!} + \dots \right] \right\} + \\ &+ sBi \left( 1 + \frac{s}{2!} + \frac{s^2}{4!} + \dots \right) = s \left\{ s \left[ 1 + \frac{s}{3!} + \frac{s^2}{5!} + \dots \right] \right\} + sBi \left( 1 + \frac{s}{2!} + \frac{s^2}{4!} + \dots \right). \end{aligned} \quad (3.73)$$

Таким образом, функции  $\varphi(s)$  и  $\psi(s)$  удовлетворяют условиям второй теоремы

разложения, в которой показано, что если  $f(s)$  – рациональная алгебраическая функция, являющаяся отношением двух многочленов относительно

$$s(f(s)) = \frac{\varphi(s)}{\psi(s)},$$

при этом степень многочлена знаменателя выше степени многочлена числителя, то для вычисления оригинала функции справедливы следующие соотношения:

Все корни уравнения  $\psi(s)=0$  являются простыми и при этом:

$$\psi(s) = L(s-s_1)(s-s_2)\dots(s-s_n), \quad (3.74)$$

$$f(\tau) = L^{-1} \left[ \frac{\varphi(s)}{\psi(s)} \right] = \sum_{i=1}^n \frac{\varphi(s_i)}{\psi'(s_i)} \exp(s_i \tau). \quad (3.75)$$

Если уравнение  $\psi(s)=0$  имеет кратные корни и  $\psi(s) = L(s-s_1)^{r_1}(s-s_2)^{r_2}\dots(s-s_n)^{r_n}$ , где  $r_n$  – степень кратности корня, тогда:

$$f(\tau) = L^{-1} \left[ \frac{\varphi(s)}{\psi(s)} \right] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{\tau_i} M_{ij} \tau^{j-1} \exp(s_i \tau), \quad (3.76)$$

$$M_{ij} = \frac{1}{(j-1)!(\tau_i - j)} \frac{d^{j-1}}{ds^{j-1}} \left[ \frac{(s-s_i)^{\tau_i} \varphi(s)}{\psi(s)} \right]. \quad (3.77)$$

Поэтому, используя правило линейности обратного преобразования Лапласа [178; 183] и применяя эту теорему, получим:

$$\theta(\bar{x}, Fo) = L^{-1} \left[ \frac{1}{s} \right] - L^{-1} \left[ \frac{Bi \varphi(s)}{\psi(s)} \right] = 1 - Bi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi(s_n)}{\psi'(s_n)} \exp(s_n Fo). \quad (3.78)$$

где  $s_n$  – бесчисленное множество корней характеристического уравнения  $\psi(s)=0$ .

Представленное выше уравнение имеет следующие корни: единственный корень  $s=0$  и множество корней, определяемых из выражения:

$$\sqrt{s}sh\sqrt{s} + Bich\sqrt{s} = 0 \quad (3.79)$$

Исходя из изложенного выражение (3.78) можно представить следующим выражением:

$$\theta(\bar{x}, Fo) = 1 - \frac{Bi\varphi(0)}{\psi'(0)} - Bi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi(s_n)}{\psi'(s_n)} \exp(s_n Fo). \quad (3.80)$$

Продифференцируем знаменатель (3.71) по  $s$ , тогда получим следующее выражение:

$$\psi'(s) = s'(\sqrt{s}sh\sqrt{s} + Bich\sqrt{s}) + s(\sqrt{s}sh\sqrt{s} + Bich\sqrt{s})'. \quad (3.81)$$

Ввиду характеристического уравнения (3.79) первое слагаемое правой части последнего выражения обращается в ноль, и тогда для  $\psi'(s)$  получаем следующую зависимость:

$$\begin{aligned} \psi'(s) &= s \left( \frac{1}{2\sqrt{s}} sh\sqrt{s} + \frac{\sqrt{s}}{2\sqrt{s}} ch\sqrt{s} + \frac{Bi}{2\sqrt{s}} sh\sqrt{s} \right) = \\ &= \frac{\sqrt{s}}{2} [sh\sqrt{s}(1 + Bi) + \sqrt{s}ch\sqrt{s}]. \end{aligned} \quad (3.82)$$

В работе [188] показано, что при переходе от гиперболических функций к тригонометрическим справедливы следующие соотношения:

$$sh\sqrt{s} = \frac{1}{i} \sin(i\sqrt{s}); \quad (3.83)$$

$$ch\sqrt{s} = \cos(i\sqrt{s}). \quad (3.84)$$

Используя эти соотношения, запишем:

– для числителя (3.80):

$$\varphi(s_n) = \cos(is_n \bar{x}); \quad (3.85)$$

– для знаменателя (3.80):

$$\psi'(s_n) = \frac{\sqrt{s}}{2} \left[ \frac{1}{i} \sin(i\sqrt{s_n})(1 + Bi) + \sqrt{s} \cos(i\sqrt{s_n}) \right]. \quad (3.86)$$

Умножим левые и правые части двух полученных выражений на  $i^2$  и обозначив  $i\sqrt{s_n} = \mu_n$ , получим:

$$i^2 \varphi(s_n) = -\cos(\mu_n \bar{x}); \quad (3.87)$$

$$i^2 \psi'(s_n) = \frac{\mu_n}{2} [\sin \mu_n (1 + Bi) + \mu_n \cos \mu_n]. \quad (3.88)$$

Преобразовывая подобным образом характеристическое уравнение (2.28), получаем:

$$\frac{\sqrt{s}}{i} \sin(i\sqrt{s_n}) + Bi \cos(i\sqrt{s_n}) = 0 \rightarrow (i\sqrt{s_n}) \sin(i\sqrt{s_n}) - Bi \cos(i\sqrt{s_n}) = 0 \quad (3.89)$$

или:

$$tg \mu_n = \frac{Bi}{\mu_n}, \quad \text{а также} \quad ctg \mu_n = \frac{\mu_n}{Bi}. \quad (3.90)$$

Графическая иллюстрация к процедуре определения корней характеристического уравнения приведена на рисунке 3.13.

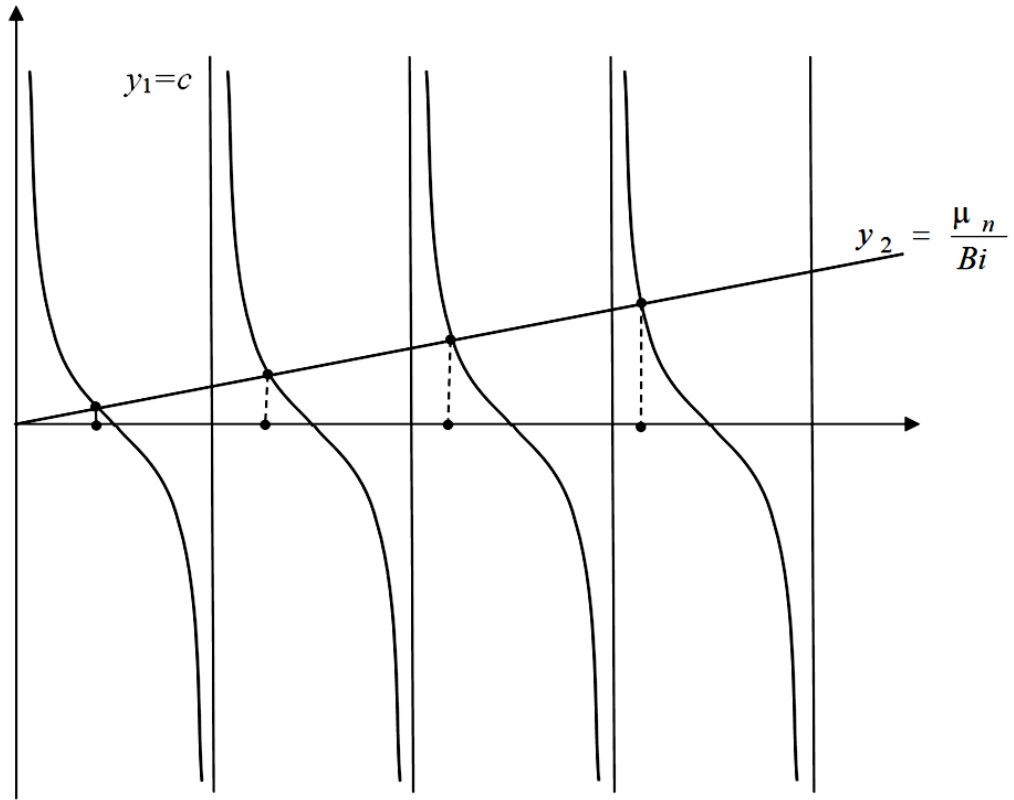


Рисунок 3.13 – К определению корней характеристического уравнения (2.37)

Далее переходим к процедуре определения однократного корня  $s=0$ .

С учетом разложения (3.72) для  $\varphi(0)$  получаем, что  $\varphi(s)|_{s=0} = 1$ .

Продифференцируем (3.73) по  $s$  и определим его значение при  $s=0$ :

$$\begin{aligned} \psi'(s) = \left[ s(\sqrt{s}sh\sqrt{s} + Bich\sqrt{s}) \right]' = s'(\sqrt{s}sh\sqrt{s} + Bich\sqrt{s}) + \\ + s(\sqrt{s}sh\sqrt{s} + Bich\sqrt{s})'. \end{aligned} \quad (3.91)$$

И при  $s=0$  с учетом разложения (3.73):

$$\psi'(0) = \left\{ \sqrt{s} \left[ \sqrt{s} + \frac{(\sqrt{s})^3}{3!} + \frac{(\sqrt{s})^5}{5!} + \dots \right] + Bi \left( 1 + \frac{(\sqrt{s})^2}{2!} + \frac{(\sqrt{s})^4}{4!} + \dots \right) \right\}'_{s=0} = Bi. \quad (3.92)$$

Подставляя значения  $\varphi(0)=1$ ;  $\psi'(0)=Bi$ , а также (3.87) и (3.88) в (3.80), получаем решение краевой задачи (3.55) – (3.58) в виде:

$$\theta(\bar{x}, Fo) = \frac{t_c - t(x, \tau)}{t_c - t_0} = 2Bi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\mu_n \bar{x}) \exp(-\mu_n^2 Fo)}{\mu_n [\sin \mu_n (1 + Bi) + \mu_n \cos \mu_n]}. \quad (3.93)$$

Обратим внимание на тот факт, что граничное условие (3.66) является общим для решения задач теплопроводности. При  $Bi \rightarrow 0$  оно переходит в условие второго рода, а при  $Bi \rightarrow \infty$  переходит в условие первого рода [102]. Этот же момент может использоваться для задач диффузии, если вместо  $Bi$  применять  $Bi_m$ .

В результате математических преобразований, при возвращении в область оригиналов, (3.93) принимает следующий окончательный вид:

$$\theta(\bar{x}, Fo) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n \cdot \cos(\mu_n \bar{x}) \cdot (\mu_n \cdot \cos \mu_n + Bi \cdot \sin \mu_n)}{\mu_n [(Bi + 1) \sin \mu_n + \mu_n \cdot \cos \mu_n]} \exp(-\mu_n^2 Fo). \quad (3.94)$$

В полученном выражении величина  $\mu_n$  – определяет множество корней характеристического уравнения:

$$ctg \mu_n = \frac{\mu_n}{Bi} \quad (3.95)$$

Аналогичным образом для задачи массопереноса приведем выражение:

$$\theta(\bar{x}, Fo_m) = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_m \cdot \cos(\mu_m \bar{x}) \cdot (\mu_m \cdot \cos \mu_m + Bi_m \cdot \sin \mu_m)}{\mu_m [(Bi_m + 1) \sin \mu_m + \mu_m \cdot \cos \mu_m]} \exp(-\mu_m^2 Fo_m). \quad (3.96)$$

В безразмерных переменных краевая задача теплопереноса при равномерном начальном распределении температур для **цилиндра** примет вид:

$$\frac{\partial \theta(\bar{r}, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \cdot \frac{\partial \theta(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}}; \quad Fo > 0; \quad 0 \leq \bar{r} \leq 1; \quad (3.97)$$

$$\theta(\bar{r}, 0) = 1. \quad (3.98)$$

Граничные условия для задачи теплопереноса при равномерном начальном распределении температур для цилиндра аналогичны (3.65), (3.66).

$$\theta(\bar{r}, Fo) = \frac{\theta_c - \theta(r, \tau)}{\theta_c - \theta_0}; \quad \bar{r} = \frac{r}{R}; \quad Fo = \frac{\alpha \tau}{R^2}; \quad Bi = \frac{\alpha R}{\lambda}. \quad (3.99)$$

Соответственно, для задач массопереноса, по аналогии, во всех дальнейших записях будет добавляться подстрочный символ «*m*».

Применив преобразование Лапласа, запишем для представленной системы в области изображений по временной переменной:

$$\frac{d^2 \theta(\bar{r}, s)}{d \bar{r}^2} - s \theta(\bar{r}, s) + 1 + \frac{1}{\bar{r}} \cdot \frac{d \theta(\bar{r}, s)}{d \bar{r}} = 0; \quad (3.100)$$

$$\frac{d \theta(0, s)}{d \bar{r}} = 0; \quad \theta(0, s) \neq \infty; \quad (3.101)$$

$$\frac{d \theta(1, s)}{d \bar{r}} = -Bi \cdot \theta(1, s). \quad (3.102)$$

В литературе [178; 183] показано, что уравнение (3.100) представляет собой дифференциальное уравнение Бесселя, решение которого имеет вид:

$$T(\bar{r}, s) - \frac{1}{s} = AI_0(\sqrt{s \bar{r}}) + BK_0(\sqrt{s \bar{r}}), \quad (3.103)$$



где  $I_0(\sqrt{s\bar{r}})$  – функция Бесселя первого рода от чисто мнимого аргумента нулевого порядка (модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка;  $K_0(\sqrt{s\bar{r}})$  – функция Бесселя второго рода нулевого порядка от чисто мнимого аргумента.

Функция  $I_0(\sqrt{s\bar{r}})$  является четной, а  $K_0(\sqrt{s\bar{r}})$  – нечетной. Согласно второй части граничного условия (3.101) изображение  $T(0,s)$  не может быть бесконечно большой величиной на оси цилиндра. В то же время функция  $K_0(\sqrt{s\bar{r}})$  в силу своей нечетности стремится к бесконечности при  $\bar{r} \rightarrow 0$ . Следовательно, для соответствия граничному условию, необходимо, чтобы  $B=0$ .

Дифференцирование полученного решения по  $\bar{r}$  дает следующее выражение:

$$\theta'(\bar{r}, s) = AI_0'(\sqrt{s\bar{r}}) \cdot \sqrt{s} = A\sqrt{s}I_1(\sqrt{s\bar{r}}). \quad (3.104)$$

В последней записи учтено следующее свойство бесселевых функций:

$$I_0'(\sqrt{s\bar{r}}) = \sqrt{s}I_1(\sqrt{s\bar{r}}), \quad (3.105)$$

где  $I_1(\sqrt{s\bar{r}})$  – функция Бесселя первого рода от чисто мнимого аргумента первого порядка [178; 183].

Подставляем (3.103) – (3.105) в граничное условие (3.102) и определяем константу  $A$ :

$$A = -\frac{Bi}{s \left[ BiI_0(\sqrt{s}) + \sqrt{s}I_1(\sqrt{s}) \right]}. \quad (3.106)$$

При этом решение в области изображений принимает вид [38; 78; 188]:

$$\theta(\bar{r}, s) - \frac{1}{s} = - \frac{BiI_0(\sqrt{s\bar{r}})}{s[BiI_0(\sqrt{s}) + \sqrt{s}I_1(\sqrt{s})]}. \quad (3.107)$$

Разложением бесселевых функций в степенной ряд, проверим, являются ли числитель и знаменатель обобщенными полиномами относительно  $s$ :

$$\varphi(s) = -BiI_0(\sqrt{s\bar{r}}) = -Bi \left[ 1 + \frac{(\sqrt{s\bar{r}})^2}{2^2} + \frac{(\sqrt{s\bar{r}})^4}{(2 \cdot 4)^2} + \dots \right]; \quad (3.108)$$

$$\begin{aligned} \psi(s) &= s[BiI_0(\sqrt{s}) + \sqrt{s}I_1(\sqrt{s})] = \\ &= s \left\{ Bi \left[ 1 + \frac{(\sqrt{s\bar{r}})^2}{2^2} + \frac{(\sqrt{s\bar{r}})^4}{(2 \cdot 4)^2} + \dots \right] + \sqrt{s} \left[ \frac{1}{2}(\sqrt{s}) + \frac{(\sqrt{s})^3}{2^2 \cdot 4} + \dots \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.109)$$

Как видно, указанные выражения являются обобщенными полиномами относительно  $s$ , и, следовательно, условия второй теоремы разложения выполнены.

Анализируя (3.109), отмечаем, что решение в области оригиналов должно учитывать факт наличия однократного корня ( $s=0$ ) и множества корней, определяемых характеристическим уравнением:

$$BiI_0(\sqrt{s}) + \sqrt{s}I_1(\sqrt{s}) = 0. \quad (3.110)$$

Переход от модифицированных функций Бесселя к обычным бесселевым функциям осуществляется по формуле:

$$I_K(z) = i^{-K} J_K(iz). \quad (3.111)$$

В соответствии с этим для характеристического уравнения получаем:

$$BiJ_0(i\sqrt{s}) + \sqrt{s} \cdot \frac{1}{i} J_1(i\sqrt{s}) = 0 \quad (3.112)$$

или, после умножения на  $i^2$ :

$$\frac{J_0(\mu)}{J_1(\mu)} = \frac{\mu}{Bi}. \quad (3.113)$$

Для определения однократного нулевого корня обратимся вновь к выражениям (3.108) и (3.109).

Из первого следует:

$$\varphi(s) \Big|_{s \rightarrow 0} = -Bi. \quad (3.114)$$

Второе выражение предварительно продифференцируем по  $s$ :

$$\psi'(s) = s' \{ \sim \} + s \{ \sim \}' = \{ \sim \}. \quad (3.115)$$

Получаем:

$$\psi'(s) \Big|_{s \rightarrow 0} = \left\{ Bi \left[ 1 + \frac{s\bar{r}^2}{2^2} + \frac{s^2\bar{r}^4}{(2 \cdot 4)^2} \right] + s \left[ \frac{1}{2} + \frac{s}{2^2 \cdot 4} + \dots \right] \right\} \Big|_{s \rightarrow 0} = Bi. \quad (3.116)$$

Следовательно, для нулевого корня запишем:

$$\frac{\varphi(0)}{\psi'(0)} = -1. \quad (3.117)$$

Для определения множества корней характеристического уравнения обратимся вновь к функции  $\Psi(s)$ .

$$\begin{aligned} \Psi'(s) = s'\{\sim\} + s\{\sim\}' = s\{\sim\}' = s \left[ Bi \frac{1}{2\sqrt{s}} I_0'(\sqrt{s}) + \frac{1}{2\sqrt{s}} I_1(\sqrt{s}) + \right. \\ \left. + \sqrt{s} \frac{1}{2\sqrt{s}} I_1'(\sqrt{s}) \right]. \end{aligned} \quad (3.118)$$

Из свойств бесселевых функций следует, что:

$$I_0'(\sqrt{s}) = I_1(\sqrt{s}). \quad (3.119)$$

И тогда для  $\Psi'(s)$  запишем:

$$\Psi'(s) = \frac{\sqrt{s}}{2} \left[ (Bi+1) I_1(\sqrt{s}) + \sqrt{s} I_1'(\sqrt{s}) \right]. \quad (3.120)$$

В соответствии со второй теоремой разложения решение (3.107) в область оригиналов будет иметь вид:

$$\theta(\bar{r}, s) = L^{-1} \left[ \frac{1}{s} \right] + \frac{\varphi(0)}{\Psi'(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi(s_n)}{\Psi'(s_n)} \exp(s_n^2 Fo). \quad (3.121)$$

Рассматриваем числитель дроби под знаком суммы:

$$\varphi(s_n) = -BiJ(i\sqrt{s_n}\bar{r}) = -BiJ(\mu_n\bar{r}). \quad (3.122)$$

Обращаемся к (3.120) как к знаменателю:

$$\psi'(s_n) = \frac{\sqrt{s_n}}{2} \left[ (Bi+1) \frac{1}{i} J_1(\sqrt{s_n}) + \sqrt{s_n} J_1'(\sqrt{s_n}) \right]. \quad (3.123)$$

Умножим левые и правые части последних двух выражений на  $i^2$ :

$$i^2 \varphi(s_n) = -BiJ_0(\mu_n \bar{r}) \cdot i^2 = BiJ_0(\mu_n \bar{r}). \quad (3.124)$$

$$i^2 \psi'(s_n) = \frac{(i\sqrt{s_n})}{2} \left[ (Bi+1) J_1(i\sqrt{s_n}) + (i\sqrt{s_n}) J_1'(i\sqrt{s_n}) \right]. \quad (3.125)$$

Подстановка (3.117), (3.124) и (3.125) в (3.121) позволяет получить окончательное решение задачи теплопроводности для неограниченного цилиндра:

$$\theta(\bar{r}, Fo) = 2Bi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_n \bar{r})}{\mu_n \left[ (Bi+1) J_1(\mu_n) + \mu_n J_1'(\mu_n) \right]} \exp(-\mu_n^2 Fo). \quad (3.126)$$

Воспользуемся рекуррентным соотношением [99]:

$$J_1'(\mu_n) = J_0(\mu_n) - \frac{J_1(\mu_n)}{\mu_n}. \quad (3.127)$$

Таким образом, формула (3.126) приобретает следующий вид:

$$\theta(\bar{r}, Fo) = 2Bi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_n \bar{r})}{\mu_n \left[ BiJ_1(\mu_n) + \mu_n J_0(\mu_n) \right]} \exp(-\mu_n^2 Fo). \quad (3.128)$$

С учетом характеристического уравнения (3.113) последнее выражение можно переписать следующим образом:

$$\theta(\bar{r}, Fo) = 2Bi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_n \bar{r})}{\mu_n \left[ Bi \frac{Bi}{\mu} J_0(\mu_n) + \mu_n J_0(\mu_n) \right]} \exp(-\mu_n^2 Fo). \quad (3.129)$$

или:

$$\theta(\bar{r}, Fo) = 2Bi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_n \bar{r})}{J_0(\mu_n) (Bi^2 + \mu_n^2)} \exp(-\mu_n^2 Fo). \quad (3.130)$$

где  $J_0(\mu_n)$ ,  $J_0(\mu_n \bar{r})$  – обычные функции Бесселя, определенные в специальной литературе, например [38; 188].

И вновь отметим, что аналогичным будет и решение задачи массопереноса. При этом у величин  $\mu$ ,  $Bi$ ,  $Fo$  нижним индексом становится величина « $m$ ».

В безразмерных переменных краевая задача теплопереноса при равномерном начальном распределении температур для **сферы** примет вид:

$$\frac{\partial \theta(\bar{r}, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}^2} + \frac{2}{\bar{r}} \cdot \frac{\partial \theta(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}}; \quad Fo > 0; \quad 0 \leq \bar{r} \leq 1; \quad (3.131)$$

$$\theta(\bar{r}, 0) = 1. \quad (3.132)$$

Граничные условия для задачи теплопереноса при равномерном начальном распределении температур для сферы аналогичны (3.65), (3.66).

Произведем замену переменной, обозначив:

$$U(\bar{r}, Fo) = \bar{r} \theta(\bar{r}, Fo). \quad (3.133)$$

Нетрудно убедиться, что эта подстановка приводит уравнение (2.131) к виду:

$$\frac{\partial U(\bar{r}, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 U(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}^2}. \quad (3.134)$$

Приведем это, выполнив дифференцирование (2.133) по  $\bar{r}$  и  $Fo$ :

$$\frac{\partial U(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}} = (\bar{r})' \cdot \theta(\bar{r}, Fo) + \bar{r} [\theta(\bar{r}, Fo)]' = \theta(\bar{r}, Fo) + \bar{r} \frac{\partial \theta(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}}; \quad (3.135)$$

$$\frac{\partial^2 U(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}^2} = \frac{\partial \theta(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial \bar{r}}{\partial \bar{r}} \cdot \frac{\partial \theta(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}} + \bar{r} \frac{\partial^2 \theta(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}^2}; \quad (3.136)$$

$$\frac{\partial U(\bar{r}, Fo)}{\partial Fo} = \bar{r} \frac{\partial \theta(\bar{r}, Fo)}{\partial Fo}. \quad (3.137)$$

Из этого следует и справедливость подстановки (3.133), и идентичность уравнений (3.131) и (3.134), что дает возможность получить для (3.131) решение в области изображений по комплексной переменной  $s$ .

$$\theta(\bar{r}, s) - \frac{1}{s} = A \cdot \frac{ch(\sqrt{s}\bar{r})}{\bar{r}} + B \cdot \frac{sh(\sqrt{s}\bar{r})}{\bar{r}}. \quad (3.138)$$

Граничные условия в области изображений запишем следующим образом:

$$\frac{d\theta(0, s)}{d\bar{r}} = 0; \quad \theta(0, s) \neq \infty; \quad (3.139)$$

$$\frac{d\theta(1, s)}{d\bar{r}} = -Bi \cdot \theta(1, s). \quad (3.140)$$

Из граничного условия (3.139) следует, что  $A=0$ .

Дифференцируя (3.138) по  $\bar{r}$ , получаем:

$$\frac{d\theta(\bar{r}, s)}{d\bar{r}} = B \cdot \frac{\sqrt{s} \cdot ch(\sqrt{s}\bar{r}) - sh(\sqrt{s}\bar{r})}{\bar{r}^2}. \quad (3.141)$$

Подставляем (3.138) и (3.141) в условие (3.140):

$$B(\sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s} - sh\sqrt{s}) = -Bi \left( \frac{1}{s} + B \cdot sh\sqrt{s} \right). \quad (3.142)$$

Отсюда, для константы  $B$ :

$$B = -\frac{Bi}{s \left[ (Bi-1)sh\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s} \right]}. \quad (3.143)$$

С учетом этого запишем окончательное решение задачи (3.131)-(3.132) в области изображений:

$$\theta(\bar{r}, s) = \frac{1}{s} + \frac{(-Bi)sh(\sqrt{s}\bar{r})}{\bar{r}s \left[ (Bi-1)sh\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s} \right]}. \quad (3.144)$$

Числитель и знаменатель дроби не являются обобщенными полиномами относительно  $s$ , но приводятся к ним делением на  $\sqrt{s}$ .

$$\varphi_1(s) = \frac{\varphi(s)}{\sqrt{s}} = \frac{1}{\sqrt{s}} sh(\sqrt{s}\bar{r}) = \frac{1}{\sqrt{s}} \left[ (\sqrt{s}\bar{r}) + \frac{(\sqrt{s}\bar{r})^3}{3!} + \dots \right] = \bar{r} + \frac{s\bar{r}^3}{3!} + \dots; \quad (3.145)$$



$$\begin{aligned}
\psi_1(s) &= \frac{\Psi(s)}{\sqrt{s}} = \sqrt{s} \left[ (Bi-1)sh\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s} \right] = \\
&= (Bi-1) \cdot \sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s} = (Bi-1) \cdot \sqrt{s} \left[ \sqrt{s} + \frac{(\sqrt{s})^3}{3!} + \dots \right] + \\
&+ s \left[ 1 + \frac{(\sqrt{s})^2}{2!} + \dots \right] = s \left[ (Bi-1) \left( 1 + \frac{s}{3!} + \dots \right) + \left( 1 + \frac{s}{2!} + \dots \right) \right].
\end{aligned} \tag{3.146}$$

Для определения однократного нулевого корня ( $s=0$ ) продифференцируем (3.146) по  $s$ :

$$\begin{aligned}
\psi_1'(s) &= s'[\sim] + s[\sim]' = \left[ (Bi-1) \left( 1 + \frac{s}{3!} + \dots \right) + \left( 1 + \frac{s}{2!} + \dots \right) \right]. \\
&= (Bi-1) \cdot \sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s} = (Bi-1) \cdot \sqrt{s} \left[ \sqrt{s} + \frac{(\sqrt{s})^3}{3!} + \dots \right] + \\
&+ s \left[ 1 + \frac{(\sqrt{s})^2}{2!} + \dots \right] = s \left[ (Bi-1) \left( 1 + \frac{s}{3!} + \dots \right) + \left( 1 + \frac{s}{2!} + \dots \right) \right].
\end{aligned} \tag{3.147}$$

Таким образом:

$$\varphi_1(0) = \bar{r}; \quad \psi_1'(0) = Bi. \tag{3.148}$$

Следовательно, для нулевого корня запишем:

$$\frac{\varphi_1(0)}{\psi_1'(0)} = \frac{\bar{r}}{Bi}. \tag{3.149}$$

Для нахождения множества корней необходимо определиться с характеристическим уравнением, которое для данного случая имеет вид:

$$(Bi - 1) \cdot sh\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s} = 0. \quad (3.150)$$

Переходя от гиперболических функций к тригонометрическим, получаем:

$$(Bi - 1) \frac{1}{i} \sin(i\sqrt{s}) + \sqrt{s} \cdot \cos(i\sqrt{s}) = 0. \quad (3.151)$$

Из этого следует, что:

$$tg\mu = -\frac{\mu}{Bi - 1}. \quad (3.152)$$

Продифференцируем  $\Psi_1(s)$  по  $s$ :

$$\begin{aligned} \Psi_1'(s) &= (\sqrt{s})' [(Bi - 1) \cdot sh\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s}] + \sqrt{s} [(Bi - 1) \cdot sh\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s}]' = \\ &= \sqrt{s} \left[ (Bi - 1) \frac{1}{2\sqrt{s}} ch\sqrt{s} + \frac{1}{2\sqrt{s}} ch\sqrt{s} + \sqrt{s} \frac{1}{2\sqrt{s}} sh\sqrt{s} \right] = \\ &= \frac{1}{2} (Bi \cdot ch\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s}). \end{aligned} \quad (3.153)$$

Условие второй теоремы разложения соблюдены. Поэтому возвращение выражения (3.144) в область оригиналов будем рассчитывать по выражению:

$$L^{-1}[\theta(\bar{r}, s)] = L^{-1}\left[\frac{1}{s}\right] + \frac{(-Bi)}{\bar{r}} \left\{ \frac{\varphi_1(0)}{\psi_1'(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi_1(s_n)}{\psi_1'(s_n)} \exp(s_n^2 Fo) \right\}. \quad (3.154)$$

Предварительно преобразуем выражение для  $\varphi_1(s)$  и  $\psi_1'(s)$ , переходя от гиперболических функций к тригонометрическим:

$$\varphi_1(s) = \frac{1}{i\sqrt{s}} \sin(i\sqrt{s}\bar{r}) = \frac{1}{\mu} \sin(\mu\bar{r}); \quad (3.155)$$

$$\psi_1'(s) = \frac{1}{2} \left[ Bi \cdot \cos(i\sqrt{s}) + \frac{\sqrt{s}}{i} \sin(i\sqrt{s}) \right]. \quad (3.156)$$

Умножим оба выражения на  $i^2$ :

$$i^2 \varphi_1(s) = -\frac{1}{\mu} \sin(\mu\bar{r}); \quad (3.157)$$

$$i^2 \psi_1'(s) = \frac{1}{2} \left[ i^2 Bi \cdot \cos(i\sqrt{s}) + i\sqrt{s} \cdot \sin(i\sqrt{s}) \right] = \frac{1}{2} (\mu \cdot \sin \mu - Bi \cdot \cos \mu). \quad (3.158)$$

Подстановка (3.144), (3.157) и (3.158) в (3.154) приводит к записи:

$$L^{-1}[\theta(\bar{r}, s)] = L^{-1}\left[\frac{1}{s}\right] + \frac{(-Bi)}{\bar{r}} \left\{ \frac{\bar{r}}{Bi} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin(\mu_n \bar{r}) \cdot \exp(-\mu_n^2 Fo)}{\mu_n (\mu_n \cdot \sin \mu_n - Bi \cdot \cos \mu_n)} \right\}. \quad (3.159)$$

Как видим, окончательное решение краевой задачи теплопроводности для сферы будет иметь вид:

$$\theta(\bar{r}, Fo) = \frac{2Bi}{\bar{r}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\mu_n \bar{r})}{\mu_n (\mu_n \cdot \sin \mu_n - Bi \cdot \cos \mu_n)} \cdot \exp(-\mu_n^2 Fo). \quad (3.160)$$

Для того, чтобы получить решение краевых задач тепло- и массопереноса для области малых значений чисел Фурье для неограниченной пластины, необходимо рассмотреть выражение (3.165) и преобразовать его, учитывая свойства гиперболических функций в области больших и малых значений аргументов [105]:

$$ch\sqrt{s} = \frac{1}{2} \left( e^{\sqrt{s}} + e^{-\sqrt{s}} \right) \equiv \frac{1}{2} e^{\sqrt{s}} \quad (3.161)$$

$$sh\sqrt{s} = \frac{1}{2} \left( e^{\sqrt{s}} - e^{-\sqrt{s}} \right) \equiv \frac{1}{2} e^{\sqrt{s}} \quad (3.162)$$

$$ch\sqrt{s\bar{x}} = \frac{1}{2} \left( e^{\sqrt{s\bar{x}}} + e^{-\sqrt{s\bar{x}}} \right) \quad (3.163)$$

$$sh\sqrt{s\bar{x}} = \frac{1}{2} \left( e^{\sqrt{s\bar{x}}} - e^{-\sqrt{s\bar{x}}} \right) \quad (3.164)$$

$$\begin{aligned} \theta(\bar{x}, s) = \frac{1}{\sqrt{s} (Bich\sqrt{s} + \sqrt{s} sh\sqrt{s})} & \left\{ Bich(\sqrt{s\bar{x}}) \int_0^1 \theta_0(\xi) sh\sqrt{s} (1-\xi) d\xi + \right. \\ & \left. + \sqrt{s} \cdot ch(\sqrt{s\bar{x}}) \int_0^1 \theta_0(\xi) ch\sqrt{s} (1-\xi) d\xi \right\} - (Bich\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s}) \int_0^{\bar{x}} \theta_0(\xi) \times \\ & \times sh\sqrt{s} (\bar{x} - \xi) d\xi \}. \end{aligned} \quad (3.165)$$

Рассмотрев по отдельности каждое слагаемое из фигурной скобки, запишем:

– первое слагаемое:

$$\begin{aligned}
 & Bi ch \sqrt{s \bar{x}} \int_0^1 \theta_0(\xi) sh \sqrt{s} (1 - \xi) d\xi = \frac{Bi}{2} \left( e^{\sqrt{s \bar{x}}} + e^{-\sqrt{s \bar{x}}} \right) \times \\
 & \times \int_0^1 \theta_0(\xi) \frac{1}{2} \left( e^{\sqrt{s} (1 - \xi)} - e^{-\sqrt{s} (1 - \xi)} \right) d\xi = \frac{Bi}{4} \left[ e^{\sqrt{s} (1 + \bar{x})} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s} \xi} d\xi + \right. \\
 & + e^{\sqrt{s} (1 - \bar{x})} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s} \xi} d\xi - e^{\sqrt{s} (\bar{x} - 1)} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s} \xi} d\xi - \\
 & \left. - e^{-\sqrt{s} (1 + \bar{x})} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s} \xi} d\xi \right]; \tag{3.166}
 \end{aligned}$$

– второе слагаемое:

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{s} \cdot ch \sqrt{s \bar{x}} \int_0^1 \theta_0(\xi) ch \sqrt{s} (1 - \xi) d\xi = \frac{\sqrt{s}}{4} \left[ e^{\sqrt{s} (1 + \bar{x})} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s} \xi} d\xi + \right. \\
 & + e^{\sqrt{s} (1 - \bar{x})} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s} \xi} d\xi + e^{\sqrt{s} (\bar{x} - 1)} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s} \xi} d\xi + \\
 & \left. + e^{-\sqrt{s} (1 + \bar{x})} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s} \xi} d\xi \right]; \tag{3.167}
 \end{aligned}$$

– третье слагаемое:

$$\begin{aligned}
 & -\left(Bich\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s}\right) \int_0^{\bar{x}} \theta_0(\xi) sh\sqrt{s}(\bar{x} - \xi) d\xi = \\
 & = \frac{Bi}{4} \left[ e^{\sqrt{s}(1+\bar{x})} \int_0^{\bar{x}} \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi - e^{\sqrt{s}(1+\bar{x})} \int_0^{\bar{x}} \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi \right] + \\
 & + \frac{\sqrt{s}}{4} \left[ e^{\sqrt{s}(1-\bar{x})} \int_0^{\bar{x}} \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi - e^{\sqrt{s}(1+\bar{x})} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi \right]; \tag{3.168}
 \end{aligned}$$

– знаменатель дроби:

$$\sqrt{s} \left( Bich\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s} \right) = \frac{\sqrt{s}}{2} e^{\sqrt{s}} \left( Bi + \sqrt{s} \right). \tag{3.169}$$

Проанализируем (3.166) – (3.169), представив первые слагаемые в (3.166) и (3.167) как сумму интегралов. В результате для фигурной скобки (3.165) получаем:

$$\begin{aligned}
 \{\sim\} = & \frac{Bi + \sqrt{s}}{4} \left[ e^{\sqrt{s}(1+\bar{x})} \int_0^{\bar{x}} \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi + e^{\sqrt{s}(1+\bar{x})} \int_{\bar{x}}^1 \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi + \right. \\
 & \left. + e^{\sqrt{s}(1-\bar{x})} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi - e^{\sqrt{s}(1+\bar{x})} \int_0^{\bar{x}} \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + e^{\sqrt{s}(1-\bar{x})} \int_0^{\bar{x}} \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi \left. \right] - \frac{Bi - \sqrt{s}}{4} \left[ e^{\sqrt{s}(\bar{x}-1)} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi + \right. \\
& \left. + e^{-\sqrt{s}(1+\bar{x})} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi \right]. \tag{3.170}
\end{aligned}$$

Произведя преобразования и подставляя результат с учетом (3.169) в выражение (3.165), окончательно запишем в области изображений:

$$\begin{aligned}
\theta(\bar{x}, s) = & \frac{1}{2\sqrt{s}} \left\{ \int_0^{\bar{x}} \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}(\xi-\bar{x})} d\xi + \int_{\bar{x}}^1 \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}(\bar{x}-\xi)} d\xi + \right. \\
& \left. + \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(\bar{x}+\xi)} d\xi \right\} - \frac{Bi - \sqrt{s}}{2\sqrt{s}(Bi + \sqrt{s})} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi \times \\
& \times \left[ e^{\sqrt{s}(\bar{x}-2)} + e^{-\sqrt{s}(\bar{x}+2)} \right]. \tag{3.171}
\end{aligned}$$

Учитывая правило линейности обратного преобразования Лапласа, возвращение в область оригиналов будем производить почленно. Для первого слагаемого, меняя операции преобразования и интегрирования, имеем:

$$L^{-1} \left[ \frac{1}{2\sqrt{s}} \int_0^{\bar{x}} \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}(\xi-\bar{x})} d\xi \right] = \frac{1}{2} \int_0^{\bar{x}} \theta_0(\xi) L^{-1} \left[ \frac{1}{\sqrt{s}} e^{-\sqrt{s}(\bar{x}-\xi)} \right] d\xi. \tag{3.172}$$

Обратное преобразование Лапласа для выражения, стоящего в квадратной скобке правой части (3.172) известно [178; 183]. Поэтому запишем формулу соответствия:

$$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-\sqrt{s}(\bar{x}-\xi)} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} \exp\left[-\frac{(\bar{x}-\xi)^2}{4Fo}\right]. \quad (3.173)$$

Тогда для первого слагаемого в области оригиналов получим:

$$L^{-1}[1] = \frac{1}{2\sqrt{\pi Fo}} \int_0^{\bar{x}} \theta_0(\xi) \exp\left[-\frac{(\bar{x}-\xi)^2}{4Fo}\right] d\xi. \quad (3.174)$$

Аналогично, для второго слагаемого:

$$L^{-1}[2] = \frac{1}{2\sqrt{\pi Fo}} \int_{\bar{x}}^1 \theta_0(\xi) \exp\left[-\frac{(\xi-\bar{x})^2}{4Fo}\right] d\xi. \quad (3.175)$$

Выражение (3.174) справедливо при  $0 \leq \xi \leq \bar{x}$ , а (3.175) – при  $\bar{x} \geq \xi \geq 1$ .

Однако заметим, что квадрат разности величин  $\xi$  и  $\bar{x}$  в этих выражениях всегда будет положительным. Поэтому, вместо двух слагаемых можно записать одно в виде:

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi Fo}} \int_0^1 \theta_0(\xi) \exp\left[-\frac{(\bar{x}-\xi)^2}{4Fo}\right] d\xi. \quad (3.176)$$

Оригинал от третьего слагаемого будет иметь вид:

$$L^{-1}[3] = \frac{1}{2\sqrt{\pi Fo}} \int_0^1 \theta_0(\xi) \exp\left[-\frac{(\bar{x}+\xi)^2}{4Fo}\right] d\xi. \quad (3.177)$$



В целях придания большей компактности формулам, введем следующую форму записи:

$$f(\bar{x} \pm \xi) = f(\bar{x} + \xi) + f(\bar{x} - \xi). \quad (3.178)$$

Тогда, суммируя (3.176) и (3.177), получаем:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\sqrt{\pi Fo}} \int_0^1 \theta_0(\xi) \exp\left[-\frac{(\bar{x} - \xi)^2}{4Fo}\right] d\xi + \frac{1}{2\sqrt{\pi Fo}} \int_0^1 \theta_0(\xi) \times \\ & \times \exp\left[-\frac{(\bar{x} + \xi)^2}{4Fo}\right] d\xi = \frac{1}{2\sqrt{\pi Fo}} \int_0^1 \theta_0(\xi) \exp\left[-\frac{(\bar{x} \pm \xi)^2}{4Fo}\right] d\xi. \end{aligned} \quad (3.179)$$

Таким же образом преобразуем последнее слагаемое в (3.171):

$$\begin{aligned} \{4\} &= -\frac{Bi - \sqrt{s}}{2\sqrt{s}(Bi + \sqrt{s})} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(2\pm\bar{x}-\xi)} d\xi = \frac{-Bi}{2\sqrt{s}(Bi + \sqrt{s})} \times \\ & \times \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(2\pm\bar{x}-\xi)} d\xi + \frac{1}{2(\sqrt{s} + Bi)} \int_0^1 \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(2\pm\bar{x}-\xi)} d\xi. \end{aligned} \quad (3.180)$$

Переведем в область оригиналов первое слагаемое в последнем выражении:

$$L^{-1}[1] = L^{-1} \left[ -\frac{Bi}{2} \int_0^1 \theta_0(\xi) L^{-1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{s}(\sqrt{s} + Bi)} e^{-\sqrt{s}(2\pm\bar{x}-\xi)} \right\} d\xi \right] =$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{Bi}{2} \int_0^1 \theta_0(\xi) \exp \left[ Bi(2 \pm \bar{x} - \xi) + Bi^2 Fo \right] \operatorname{erfc} \left[ \frac{2 \pm \bar{x} - \xi}{2\sqrt{Fo}} + Bi\sqrt{Fo} \right] d\xi = \\
&= -\frac{Bi}{2} \exp Bi^2 Fo \int_0^1 \theta_0(\xi) \exp \left[ Bi(2 \pm \bar{x} - \xi) \right] \operatorname{erfc} \left[ \frac{2 \pm \bar{x} - \xi}{2\sqrt{Fo}} + Bi\sqrt{Fo} \right] d\xi.
\end{aligned} \tag{3.181}$$

Второе слагаемое в соответствии с таблицей изображений [170; 175], получит вид:

$$\begin{aligned}
L^{-1}[2] &= \frac{1}{2} \int_0^1 \theta_0(\xi) L^{-1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{s} + Bi} e^{-\sqrt{s}(2 \pm \bar{x} - \xi)} \right\} d\xi = \\
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi Fo}} \int_0^1 \theta_0(\xi) \exp \left[ -\frac{(2 \pm \bar{x} - \xi)^2}{4Fo} \right] d\xi - \\
&\quad - \frac{Bi}{2} \int_0^1 \theta_0(\xi) \exp \left[ Bi(2 \pm \bar{x} - \xi) + Bi^2 Fo \right] \operatorname{erfc} \left[ \frac{2 \pm \bar{x} - \xi}{2\sqrt{Fo}} + Bi\sqrt{Fo} \right] d\xi.
\end{aligned} \tag{3.182}$$

Таким образом, с использованием (3.179), (3.181) и (3.182) выражение (3.171) в области оригиналов окончательно запишется так:

$$\begin{aligned}
\theta(\bar{x}, Fo) &= \frac{1}{2\sqrt{\pi Fo}} \left\{ \int_0^1 \theta_0(\xi) \exp \left[ -\frac{(\bar{x} \pm \xi)^2}{4Fo} \right] d\xi + \int_0^1 \theta_0(\xi) \exp \left[ -\frac{(2 \pm \bar{x} - \xi)^2}{4Fo} \right] d\xi \right\} - \\
&\quad - Bi \exp(Bi^2 Fo) \int_0^1 \theta_0(\xi) \times \exp \left[ Bi(2 \pm \bar{x} - \xi) \right] \operatorname{erfc} \left( \frac{2 \pm \bar{x} - \xi}{2\sqrt{Fo}} + Bi\sqrt{Fo} \right) d\xi.
\end{aligned} \tag{3.183}$$

При решении краевой задачи тепло- и массопереноса для области малых значений чисел Фурье для неограниченной пластины, необходимо рассмотреть выражение (3.165) в области изображений:

$$\begin{aligned} \theta(\bar{r}, s) = & \frac{I_0(\sqrt{s\bar{r}})}{\psi(s)} \left\{ \psi_1(s) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\xi}) d\xi + \psi(s) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) K_0(\sqrt{s\xi}) d\xi \right\} - \\ & - \frac{\psi(s)}{\psi(s)} \left\{ I_0(\sqrt{s\bar{r}}) \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) K_0(\sqrt{s\xi}) d\xi - K_0(\sqrt{s\bar{r}}) \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\xi}) d\xi \right\}. \end{aligned} \quad (3.184)$$

Внеся за скобку  $J_0(\sqrt{s\bar{r}})$ , его можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \theta(\bar{r}, s) = & \frac{1}{\psi(s)} \left\{ \sqrt{s} K_1(\sqrt{s}) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\bar{r}}) I_0(\sqrt{s\xi}) d\xi - \right. \\ & - Bi K_0(\sqrt{s}) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\bar{r}}) I_0(\sqrt{s\xi}) d\xi + \\ & + \sqrt{s} I_1(\sqrt{s}) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\bar{r}}) K_0(\sqrt{s\xi}) d\xi + \\ & - Bi I_0(\sqrt{s}) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\bar{r}}) K_0(\sqrt{s\xi}) d\xi - \\ & \left. - \sqrt{s} I_1(\sqrt{s}) \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\bar{r}}) K_0(\sqrt{s\xi}) d\xi - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -BiI_0(\sqrt{s}) \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\bar{r}}) K_0(\sqrt{s\xi}) d\xi + \\
& + \sqrt{s} I_1(\sqrt{s}) \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) K_0(\sqrt{s\bar{r}}) I_0(\sqrt{s\xi}) d\xi + \\
& + BiI_0(\sqrt{s}) \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) K_0(\sqrt{s\bar{r}}) I_0(\sqrt{s\xi}) d\xi \left. \vphantom{\int_0^{\bar{r}}} \right\}.
\end{aligned} \tag{3.185}$$

Производя сокращение подобных членов и последующую группировку, приходим к выражению вида:

$$\begin{aligned}
\theta(\bar{r}, s) = \frac{1}{\psi(s)} & \left\{ \sqrt{s} I_1(\sqrt{s}) \left[ \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) K_0(\sqrt{s\bar{r}}) I_0(\sqrt{s\xi}) d\xi + \right. \right. \\
& + \int_{\frac{1}{\bar{r}}}^1 \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\bar{r}}) K_0(\sqrt{s\xi}) d\xi \left. \vphantom{\int_0^{\bar{r}}} \right] + BiI_0(\sqrt{s}) \left[ \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) K_0(\sqrt{s\bar{r}}) I_0(\sqrt{s\xi}) d\xi + \right. \\
& + \int_{\frac{1}{\bar{r}}}^1 \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\bar{r}}) K_0(\sqrt{s\xi}) d\xi \left. \vphantom{\int_0^{\bar{r}}} \right] + \sqrt{s} K_1(\sqrt{s}) I_0(\sqrt{s\bar{r}}) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\xi}) d\xi - \\
& \left. - BiK_0(\sqrt{s}) I_0(\sqrt{s\bar{r}}) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\xi}) d\xi \right\}.
\end{aligned} \tag{3.186}$$

Используем асимметрические разложения для функций Бесселя от мнимого аргумента [94]:

$$I_K(z) = \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left[ 1 - \frac{4K^2 - 1^2}{1 \cdot 8z} + \dots \right]; \quad (3.187)$$

$$K_K(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left[ 1 + \frac{4K^2 - 1^2}{1! \cdot 8z} + \dots \right]. \quad (3.188)$$

Ограничиваясь первыми членами разложения, запишем для функций, входящих в (3.186):

$$I_0(\sqrt{s}) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\sqrt{s}}} \cdot e^{\sqrt{s}}; \quad I_0(\sqrt{s\bar{r}}) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\bar{r}\sqrt{s}}} \cdot e^{\sqrt{s\bar{r}}};$$

$$I_0(\sqrt{s\xi}) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\xi\sqrt{s}}} \cdot e^{\sqrt{s\xi}}; \quad I_1(\sqrt{s}) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\sqrt{s}}} \cdot e^{\sqrt{s}}; \quad (3.189)$$

$$K_0(\sqrt{s}) = \sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{s}}} \cdot e^{-\sqrt{s}}; \quad K_0(\sqrt{s\bar{r}}) = \sqrt{\frac{\pi}{2\bar{r}\sqrt{s}}} \cdot e^{-\sqrt{s\bar{r}}};$$

$$K_0(\sqrt{s\xi}) = \sqrt{\frac{\pi}{2\xi\sqrt{s}}} \cdot e^{-\sqrt{s\xi}}; \quad K_1(\sqrt{s}) = \sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{s}}} \cdot e^{-\sqrt{s}}. \quad (3.190)$$

На примере преобразований последнего слагаемого фигурной скобки покажем «технологию» возвращения в область оригиналов выражения (3.186).

$$-Bi \cdot K_0(\sqrt{s}) I_0(\sqrt{s\bar{r}}) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) I_0(\sqrt{s\xi}) d\xi =$$

$$= -Bi \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) \left\{ K_0(\sqrt{s}) I_0(\sqrt{s\bar{r}}) I_0(\sqrt{s\xi}) \right\} d\xi. \quad (3.191)$$

Выделим фигурную скобку из последнего выражения и преобразуем, используя формулы (3.189), (3.191):

$$\begin{aligned} \{\sim\} &= \sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{s}}} \cdot e^{-\sqrt{s}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2\pi\bar{r}\sqrt{s}}} \cdot e^{\sqrt{s}\bar{r}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2\pi\xi\sqrt{s}}} \cdot e^{\sqrt{s}\xi} = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{\bar{r}\xi}\sqrt{s^3}} \exp\left[-\sqrt{s}(1-\bar{r}-\xi)\right]. \end{aligned} \quad (3.192)$$

Для функции  $\psi(s)$  имеем:

$$\psi(s) = \sqrt{s}I_1(\sqrt{s}) + BiI_0(\sqrt{s}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{s}(\sqrt{s} + Bi)} e^{\sqrt{s}}. \quad (3.193)$$

Для двух последних выражений получаем:

$$\frac{1}{\psi(s)} \{\sim\} = \frac{1}{2\sqrt{\bar{r}\xi}\sqrt{s}(\sqrt{s} + Bi)} \exp\left[-\sqrt{s}(2-\bar{r}-\xi)\right]. \quad (3.194)$$

Используя таблицы обратных преобразований [178; 183], запишем окончательно в области оригиналов по временной переменной  $Fo$ :

$$\begin{aligned} L^{-1}\left[\frac{1}{\psi(s)}\{\sim\}\right] &= -\frac{Bi}{2\sqrt{\bar{r}}} \int_0^1 \xi^{1/2} \theta_0(\xi) \exp\left[Bi(2-\bar{r}-\xi) + Bi^2 Fo\right] \times \\ &\quad \times \operatorname{erfc}\left[\frac{(2-\bar{r}-\xi)}{2\sqrt{Fo}} + Bi\sqrt{Fo}\right] d\xi. \end{aligned} \quad (3.195)$$

Это и есть решение краевой задачи теплопроводности цилиндра (3.97) – (3.98) для области малых значений чисел Фурье.

Итак, для решения краевой задачи тепло- и массопереноса для области малых значений чисел Фурье для сферы необходимо рассмотреть выражение (3.196) и преобразовать его, используя разложения (3.161) – (3.164). Предварительно перепишем следующим образом:

$$\begin{aligned} \theta(\bar{r}, s) = \frac{sh(\sqrt{s\bar{r}})}{\bar{r}\sqrt{s}[(Bi-1)sh\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s}]} & \left\{ \sqrt{s} \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) ch\sqrt{s}(1-\xi) d\xi + \right. \\ & \left. + (Bi-1) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) sh\sqrt{s}(1-\xi) d\xi \right\} - \frac{1}{\bar{r}\sqrt{s}} \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) sh\sqrt{s}(\bar{r}-\xi) d\xi. \end{aligned} \quad (3.196)$$

$$\begin{aligned} \theta(\bar{r}, s) = \frac{sh(\sqrt{s\bar{r}})}{\bar{r}\sqrt{s}D(s)} & \left\{ \sqrt{s} \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) ch\sqrt{s}(1-\xi) d\xi + \right. \\ & \left. + (Bi-1) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) sh\sqrt{s}(1-\xi) d\xi \right\} - \frac{D(s)}{\bar{r}\sqrt{s}D(s)} \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) sh\sqrt{s}(\bar{r}-\xi) d\xi. \end{aligned} \quad (3.197)$$

где 
$$D(s) = (Bi-1)sh\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s}. \quad (3.198)$$

Преобразуем (3.197), внося сомножитель и последнее слагаемое в фигурную скобку, а также используя свойства гиперболических функций:

$$\theta(\bar{r}, s) = \frac{1}{\bar{r}\sqrt{s}D(s)} \left\{ (Bi-1)sh(\sqrt{s\bar{r}}) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) sh\sqrt{s}(1-\xi) d\xi + \right.$$

$$\left. +\sqrt{s} \cdot sh(\sqrt{s}\bar{r}) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) ch\sqrt{s}(1-\xi) d\xi - \mathcal{D}(s) \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) sh\sqrt{s}(\bar{r}-\xi) d\xi \right\}. \quad (3.199)$$

Рассмотрим по отдельности каждое слагаемое в фигурной скобке:

– первое слагаемое:

$$\begin{aligned} (I) &= \frac{(Bi-1)}{2} \left( e^{\sqrt{s}\bar{r}} - e^{-\sqrt{s}\bar{r}} \right) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) \frac{1}{2} \left( e^{\sqrt{s}(1-\xi)} - e^{-\sqrt{s}(1-\xi)} \right) d\xi = \\ &= \frac{(Bi-1)}{4} \left[ \left( e^{\sqrt{s}(\bar{r}+1)} - e^{-\sqrt{s}(\bar{r}-1)} \right) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) \cdot e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi - \right. \\ &\quad \left. - \left( e^{\sqrt{s}(\bar{r}-1)} - e^{-\sqrt{s}(\bar{r}+1)} \right) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi \right]. \end{aligned} \quad (3.200)$$

– второе слагаемое:

$$\begin{aligned} (II) &= \frac{\sqrt{s}}{2} \left( e^{\sqrt{s}\bar{r}} - e^{-\sqrt{s}\bar{r}} \right) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) \frac{1}{2} \left( e^{\sqrt{s}(1-\xi)} + e^{-\sqrt{s}(1-\xi)} \right) d\xi = \\ &= \frac{\sqrt{s}}{4} \left[ \left( e^{\sqrt{s}(\bar{r}+1)} - e^{-\sqrt{s}(\bar{r}-1)} \right) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) \cdot e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi + \right. \\ &\quad \left. + \left( e^{\sqrt{s}(\bar{r}-1)} - e^{-\sqrt{s}(\bar{r}+1)} \right) \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi \right]. \end{aligned} \quad (3.201)$$



– третье слагаемое:

$$\begin{aligned}
 (III) &= \frac{(Bi-1) + \sqrt{s}}{2} e^{\sqrt{s}} \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) \frac{1}{2} \left( e^{\sqrt{s}(\bar{r}-\xi)} - e^{-\sqrt{s}(\bar{r}-\xi)} \right) d\xi = \\
 &= -\frac{(Bi-1) + \sqrt{s}}{4} \left[ e^{\sqrt{s}(\bar{r}+1)} \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) \cdot e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi - e^{\sqrt{s}(1-\bar{r})} \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi \right].
 \end{aligned} \tag{3.202}$$

– знаменатель дроби:

$$\bar{r}\sqrt{s} \left[ (Bi-1)sh\sqrt{s} + \sqrt{s} \cdot ch\sqrt{s} \right] = \frac{\bar{r}\sqrt{s}}{2} \left[ (Bi-1) + \sqrt{s} \right] e^{\sqrt{s}}. \tag{3.203}$$

Просуммируем выражения (3.200) – (3.202), группируя подобные члены. Опуская утомительные промежуточные преобразования, запишем окончательный результат:

$$\begin{aligned}
 (I) + (II) + (III) &= \frac{(Bi-1) + \sqrt{s}}{2} \left\{ e^{\sqrt{s}(\bar{r}+1)} \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi - \right. \\
 &\quad \left. - e^{-\sqrt{s}(\bar{r}-1)} \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi - e^{\sqrt{s}(\bar{r}+1)} \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi - \right. \\
 &\quad \left. - e^{-\sqrt{s}(\bar{r}-1)} \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi \right\} + \frac{(Bi-1) - \sqrt{s}}{4} \left\{ e^{-\sqrt{s}(\bar{r}+1)} \times \right. \\
 &\quad \left. \times \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi - e^{\sqrt{s}(\bar{r}-1)} \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) e^{\sqrt{s}\xi} d\xi \right\}.
 \end{aligned} \tag{3.204}$$

Рассмотрим первое и третье слагаемые в первой фигурной скобке полученного выражения, используя свойство определенного интеграла:

$$\begin{aligned}
 e^{\sqrt{s}(\bar{r}+1)} \left[ \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi - \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi \right] = \\
 = e^{\sqrt{s}(\bar{r}+1)} \int_{\bar{r}}^1 \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}\xi} d\xi.
 \end{aligned} \tag{3.205}$$

С учетом (3.200) – (3.202) выражение (3.199) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned}
 \theta(\bar{r}, s) = \frac{1}{2\bar{r}\sqrt{s}} \left\{ \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(\bar{r}-\xi)} d\xi + \int_{\bar{r}}^1 \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(\xi-\bar{r})} d\xi - \right. \\
 \left. - \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(\bar{r}+\xi)} d\xi \right\} + \frac{(Bi-1) - \sqrt{s}}{2\bar{r}\sqrt{s}[(Bi-1) + \sqrt{s}]} \times \\
 \times \left\{ \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(2+\bar{r}-\xi)} d\xi - \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(2-\bar{r}-\xi)} d\xi \right\}.
 \end{aligned} \tag{3.206}$$

Применим правило линейности обратного преобразования Лапласа, в соответствии с которым осуществим почленный переход из области изображений в область оригиналов.

$$L^{-1} \left[ \frac{1}{2\bar{r}\sqrt{s}} \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(\bar{r}-\xi)} d\xi \right] =$$

$$= \frac{1}{2\bar{r}\sqrt{\pi Fo}} \int_0^{\bar{r}} \xi \theta_0(\xi) \exp\left[-\frac{(\bar{r}-\xi)^2}{4Fo}\right] d\xi, \quad 0 \leq \xi \leq \bar{r}; \quad (3.207)$$

$$\begin{aligned} & L^{-1} \left[ \frac{1}{2\bar{r}\sqrt{s}} \int_{\bar{r}}^1 \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(\xi-\bar{r})} d\xi \right] = \\ & = \frac{1}{2\bar{r}\sqrt{\pi Fo}} \int_{\bar{r}}^1 \xi \theta_0(\xi) \exp\left[-\frac{(\xi-\bar{r})^2}{4Fo}\right] d\xi, \quad \bar{r} \leq \xi \leq 1; \end{aligned} \quad (3.208)$$

$$\begin{aligned} & L^{-1} \left[ \frac{1}{2\bar{r}\sqrt{s}} \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(\bar{r}+\xi)} d\xi \right] = \\ & = \frac{1}{2\bar{r}\sqrt{\pi Fo}} \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) \exp\left[-\frac{(\bar{r}+\xi)^2}{4Fo}\right] d\xi, \quad 0 \leq \xi \leq 1. \end{aligned} \quad (3.209)$$

Для последнего слагаемого (3.206), запишем переход в оригиналы:

$$\begin{aligned} & (\pm) L^{-1} \left[ \frac{(Bi-1)-\sqrt{s}}{2\bar{r}\sqrt{s}[(Bi-1)+\sqrt{s}]} \left\{ \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) e^{-\sqrt{s}(2\bar{r}-\xi)} d\xi \right\} \right] = \\ & = (\pm) \left\{ \frac{1}{2\bar{r}\sqrt{\pi Fo}} \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) \exp\left[-\frac{(2\bar{r}-\xi)^2}{4Fo}\right] d\xi - \frac{(Bi-1)}{\bar{r}} \exp[(Bi-1)^2 Fo] \times \right. \\ & \left. \times \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) \exp[(Bi-1)(2\bar{r}-\xi)] \operatorname{erfc}\left[-\frac{2\bar{r}-\xi}{2\sqrt{Fo}} + (Bi-1)\sqrt{Fo}\right] d\xi \right\}. \end{aligned} \quad (3.210)$$

Здесь и далее применяется обозначение:

$$(\pm)A(\mp B) = +A(-B) - A(+B). \quad (3.211)$$

Окончательное решение в области оригиналов запишется так:

$$\begin{aligned} \theta(\bar{r}, Fo) = & \frac{(\pm)1}{2\bar{r}\sqrt{\pi Fo}} \left\{ \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) \exp\left[-\frac{(\bar{r} \pm \xi)^2}{4Fo}\right] d\xi + \right. \\ & \left. + \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) \exp\left[-\frac{(2 \pm \bar{r} - \xi)^2}{4Fo}\right] d\xi \right\} - (\pm) \frac{(Bi-1)}{\bar{r}} \exp\left[(Bi-1)^2 Fo\right] \times \\ & \times \int_0^1 \xi \theta_0(\xi) \exp\left[(Bi-1)(2 \mp \bar{r} - \xi)\right] \operatorname{erfc}\left[-\frac{2 \mp \bar{r} - \xi}{2\sqrt{Fo}} + (Bi-1)\sqrt{Fo}\right] d\xi. \end{aligned} \quad (3.212)$$

Это выражение позволяет производить расчеты полей температур в сфере при малых значениях чисел Фурье.

Как уже отмечалось выше, решения задач теплопроводности и диффузии для тел, в том числе канонической формы, получают в форме рядов Фурье [206–215], что характерно для условий с неравномерным начальным распределением потенциалов переноса теплоты и массы вещества, но решений для малых значений чисел Фурье в источниках не приводится. Вместе с тем, чем меньше время процесса, тем меньше числовые значения критериев Фурье и тем самым больше членов бесконечного ряда, что влечет за собой нарастание ошибки при вычислении.

В работе приведены решения для тел канонической формы – пластины, цилиндра и сферы, также представлены номограммы безразмерной температуры поверхности тела в зависимости от значений чисел Био и Фурье при конкретных

значениях числа  $Bi$ . При этом для простоты расчеты выполнены для условий равномерного начального распределения потенциалов переноса (рисунки 3.14 – 3.16).

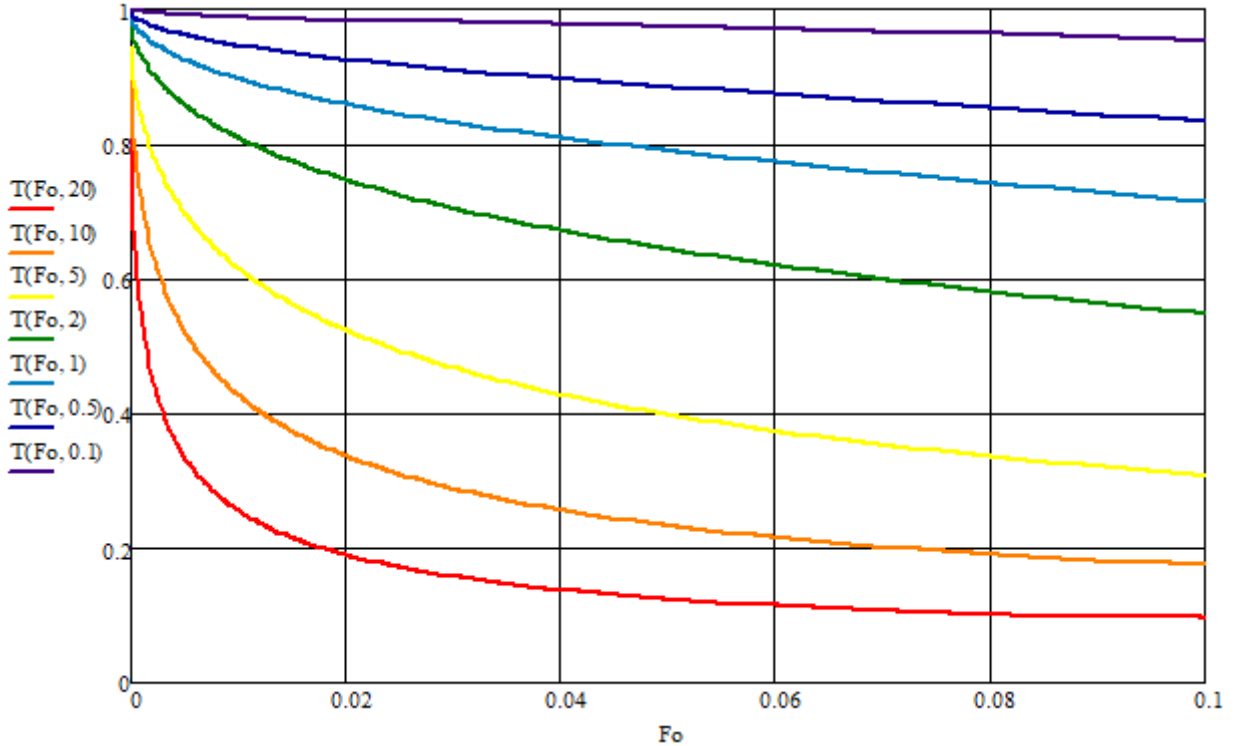


Рисунок 3.14 – Изменение безразмерной температуры поверхности пластины в зависимости от значений чисел Би и Фурье при  $Bi$ : 1) 20; 2) 10; 3) 5; 4) 2; 5) 1; 6) 0,5; 7) 0,1

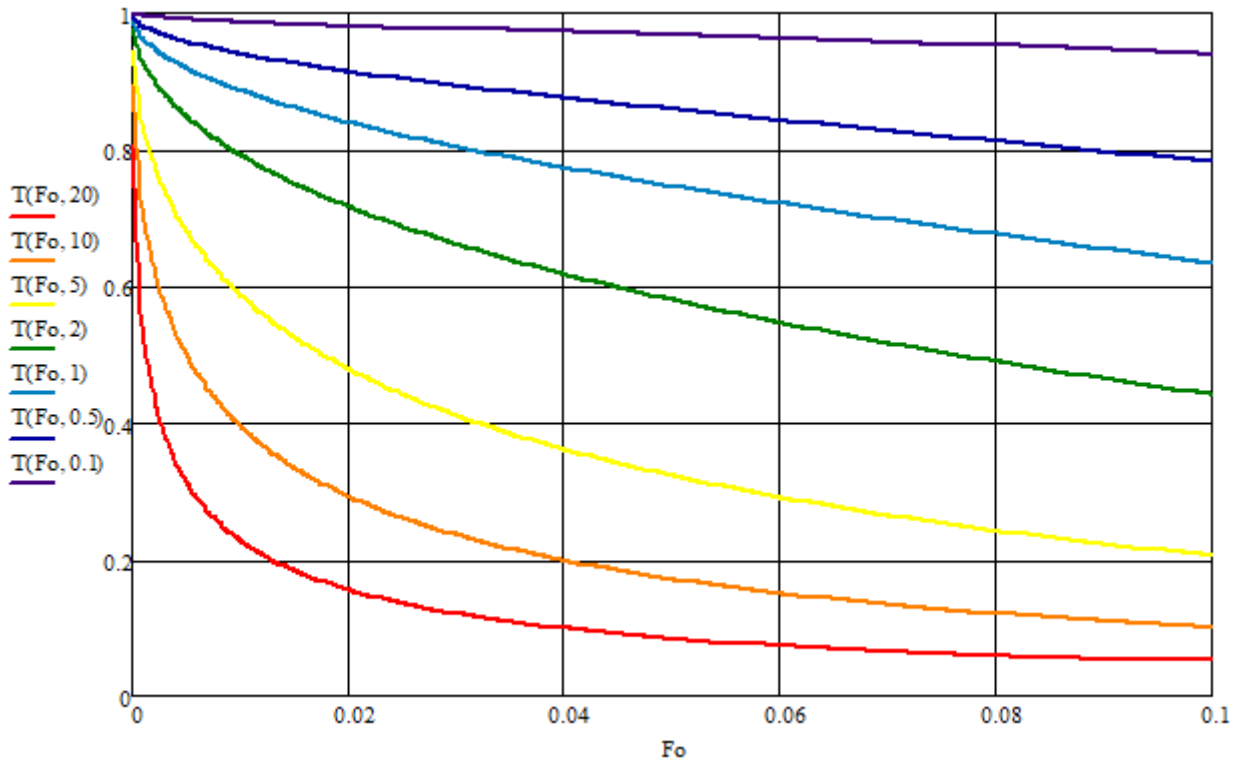


Рисунок 3.15 – Изменение безразмерных температур поверхности сферы в зависимости от чисел Био и Фурье при  $Bi$ : 1) 20; 2) 10; 3) 5; 4) 2; 5) 1; 6) 0,5; 7) 0,1

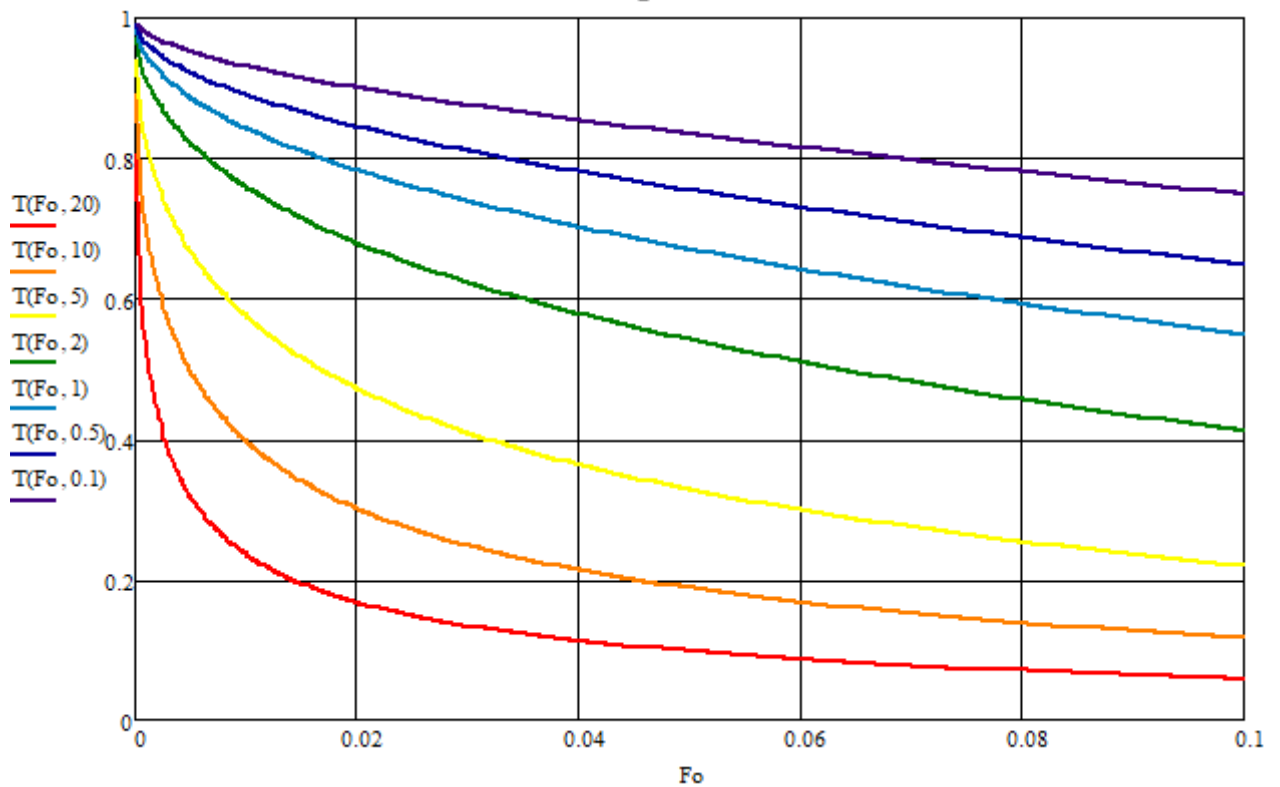


Рисунок 3.16 – Изменение безразмерной температуры поверхности цилиндра при  $Bi$ : 1) 20; 2) 10; 3) 5; 4) 2; 5) 1; 6) 0,5; 7) 0,1

Номограммы позволяют с помощью простых геометрических операций (например, прикладывания линейки) исследовать функциональные зависимости температуры на поверхности тел канонической формы в зависимости от значений чисел Био и Фурье без громоздких вычислений при малых значениях числа Фурье, что способствует исключению ошибок при реализации методов расчета с использованием «зонального» метода [226; 227; 228] и метода «микропроцессов» [168; 169; 183].

### **3.6 Выводы по главе**

В главе рассмотрены концептуальные подходы и методы моделирования профиля температуры в сырьевой смеси для получения пеностекла. Разработаны математическая модель и метод расчета, позволяющие интерпретировать распределения температурных полей в структуре материала при различных значениях числа Фурье и начальных распределениях температуры на поверхности материала. По результатам исследования, проведенного в главе, можно сделать следующие выводы:

1. Полностью решена задача по созданию еще одного важного компонента общей методологии моделирования процесса получения пеностекла: разработана математическая модель нестационарных процессов теплопереноса в сырьевой смеси для получения пеностекла, которая обладает высокой универсальностью и достаточной простотой.

2. Полученные результаты математического моделирования в виде номограмм, позволяют исследовать функциональные зависимости температуры на поверхности тел канонической формы в зависимости от значений чисел Био и Фурье без громоздких вычислений при малых значениях числа Фурье, что способствует исключению ошибок при реализации методов расчета с использованием «зонального» метода [138; 139; 227] и метода «микропроцессов» [168; 169; 183].

3. Анализ полученных характеристик температурных полей в сырьевой смеси для получения пеностекла позволяет сделать вывод о том, что эти зависимости в полной мере соответствуют представлениям о таких физических процессах, а также результатам, представленным в литературных источниках, что свидетельствует о достоверности предложенной в настоящей главе математической модели.

4. Методы, представленные в главах 2, 3, представляют объективный интерес для усовершенствования методики расчета процессов тепломассопереноса, в которых происходят интенсивные процессы фазовых переходов. Примерами тому являются результаты, приведенные в работах [206; 208; 209; 210; 212; 213; 214].

5. Поскольку сами исследования процессов теплопереноса в сырьевой смеси для получения пеностекла на стадии нагрева с помощью предложенных математических моделей (гл. 2 и 3) не дают полного представления о механизмах формирования пористой структуры материала, разработана и обоснована методика моделирования динамики роста радиуса пор в структуре пеностекла на стадии вспенивания, которая представлена в главе 4.



## ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ ПЕНОСТЕКЛА

### 4.1 Феноменологические особенности теплопереноса в зависимости от пористости материала

Характер пористой структуры (степень замкнутости пор) влияет на теплопроводность теплоизоляционных материалов неоднозначно. Это влияние проявляется по-разному, в зависимости от температуры среды. Кинетическая вязкость воздуха при снижении температуры с 350 до -100 °С уменьшается в 10 раз [204]. Воздух становится более текучим, за счет чего облегчается его конвекция внутри пористого теплоизоляционного материала. Поэтому для устройства тепловой изоляции, эксплуатируемой при отрицательной температуре, предпочтительны материалы с мелкой замкнутой пористостью (пеностекло).

В тех случаях, когда температура воздуха имеет небольшие положительные показатели, газовая среда в теплоизоляционном слое расширяется и в случае открытой пористости частично вытесняется из материала. Вследствие этого для ограждающих конструкций, работающих при невысоких положительных температурах, целесообразно применять теплоизоляционные материалы с равномерно распределенной открытой пористостью. Вместе с тем необходимо стремиться к уменьшению размеров пор.

При высоких температурах участвуют все три вида переноса теплоты. В этом случае конвекция существенно уменьшается в материалах с замкнутой структурой пор. Но при этом в таких материалах увеличивается передача теплоты излучением. По этой причине вопрос об оптимальной пористой структуре теплоизоляционного материала надо решать с учетом температурных режимов его эксплуатации, принимая во внимание доминирующее влияние того или иного вида теплопередачи, т.е. по результатам экспериментальных определений. Однако максимально возможное уменьшение размеров пор вне зависимости от их вида и в этом случае дает положительные результаты [43].

## 4.2 Геометрические модели пространственного расположения пор в теплоизоляционных материалах

Ячеистая пористость (макропористость) и пористость межпоровых перегородок (микропористость) формирует общую пористость материала с ячеистой структурой. На долю ячеистой пористости приходится примерно 90% от общего ее объема.

Объем ячеистой пористости определяется пространственным расположением пор (упаковкой), распределением пор по размерам, максимальным и средним размером пор, их формой, толщиной межпоровых перегородок. Наибольшие значения пористости при сферической форме пор достигаются в условиях геометрически правильной их укладки (упаковки), к которой относятся кубическая и гексагональная [67]. Известно, что при плотных кубических  $\Pi_{куб}$  или гексагональных  $\Pi_{гек}$  упаковках сферических пор любого одинакового диаметра в условиях их соприкосновения предельный объем (%) ячеистой пористости составит [204]:

$$\Pi_{куб} = \left[ \frac{\left( \frac{\pi D^3}{6} \right)}{D^3} \right] \cdot 100 = 52,4 \quad (4.1)$$

где  $D$  – диаметр пор.

$$\Pi_{гек} = \left[ \frac{\left( \frac{\pi D^3}{6} \right)}{\left( \frac{2\sqrt{2}D^3}{2} \right)} \right] \cdot 100 = 74,05 \quad (4.2)$$

В этом случае минимальная средняя плотность полимерных материалов составит  $330 \text{ кг/м}^3$ , а минеральных –  $735 \text{ кг/м}^3$  т.е. она значительно выше допустимой для теплоизоляционных и акустических изделий.

Но при ячеистой структуре в условиях соприкосновения пор, т.е. при отсутствии межпоровых перегородок, существование материала невозможно.

С учетом этого формулы (4.1) и (4.2) преобразовываются и принимают следующий вид [204]:

$$P_{куб} = 0,524 \left[ \frac{D}{(D + \delta)} \right]^3 \cdot 100 \quad (4.3)$$

$$P_{гек} = 0,74 \left[ \frac{D}{(D + \delta)} \right]^3 \cdot 100 \quad (4.4)$$

где  $\delta$  – толщина межпоровой перегородки в ее наиболее тонком сечении.

Следовательно, наличие перегородок, а также отклонение от идеальной гексагональной схемы упаковки пор (искажение укладки) в реальных материалах существенно уменьшают значения ячеистой пористости. Увеличение диаметра пор приводит к некоторому повышению объема пористости за счет уменьшения числа межпоровых перегородок и наоборот. Однако в крупных порах заметно возрастает конвективный теплообмен и теплопроводность такого материала и, несмотря на возрастание объема газовой фазы, не снижается. Кроме того, его прочностные характеристики падают.

Принципиально возможно увеличение объема пористости путем изменения характера пористой ячеистой структуры и межпоровых перегородок. Для этого необходимо иметь в материале поры различных размеров равномерно размещенных пор меньших размеров между порами больших диаметров. В этом случае для материалов с последовательно убывающим размером пор от  $D$  до  $d$  при определенном отношении  $d/D$  и количественном соотношении пор всех размеров решетки [204] постепенно переходят из одномерных (кубических или гексагональных) в бинарные, тройные, четырехмерные  $n$ -мерные. При этом предел пористости возрастает.

В случае равномерного распределения пор всех диаметров (с учетом геометрического расположения пор меньшего диаметра между порами большего диаметра (рисунок 4.1) и при их количественном соотношении 1:1:1:1) может быть достигнут наибольший объем пористости. Дальнейшее уменьшение  $d/D$  (переход к  $n$ -мерной решетке) дает ничтожно малый прирост пористости [204].

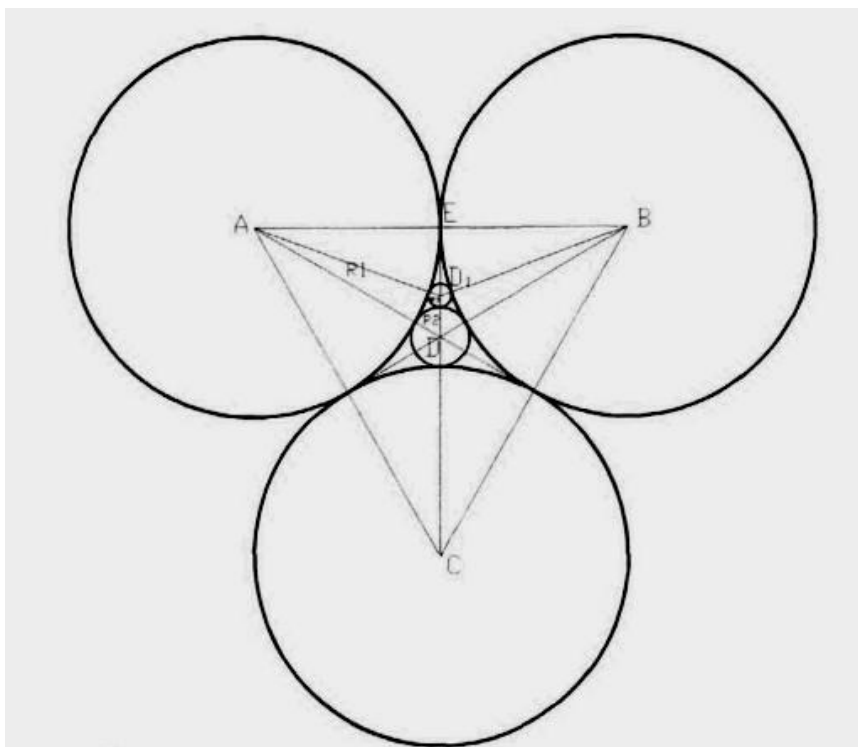


Рисунок 4.1 – Гексагональная трехмерная упаковка пор

Таким образом, в случае идеального распределения пор в четырехмерной гексагональной решетке достигается предел объема ячеистой пористости:

$$P_{я} = 0,812 \left[ \frac{D}{(D + \delta)} \right]^3 \cdot 100 \quad (4.5)$$

Повышенная пористость полимерных материалов, равно как и их пониженная средняя плотность, объясняется возможностью создания более тонких межпоровых перегородок, а также меньшей плотностью полимерного материала. Предельные значения возможной пористости ячеистых материалов, вытекающие из геометрического распределения пор, приведены в таблице 4.1.

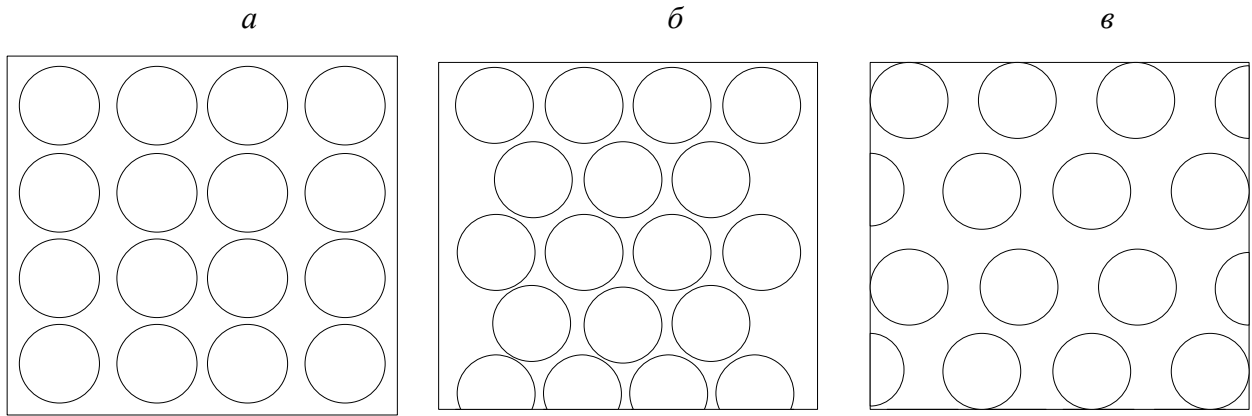
Таблица 4.1 – Предельные показатели ячеистой пористости и средней плотности материалов при сферической недеформированной пористости

Вид упаковки	Вид решетки	Максимальные значения пористости		Минимальные значения средней плотности, кг/м <sup>3</sup>	
Кубическая	Одномерная	52,4	4,7...49,3	570	1290
	Четырехмерная	80,9	73,7...76,1	260	600
Гексагональная	Одномерная	74,05	67,3...69,6	330	735
	Четырехмерная	81,2	73,8...76,3	250	590

На практике в материалах реализация строгого распределения пор по размерам невозможна. Обычно содержатся поры с размерами от  $d$  до  $D$ , а их количественное соотношение строго не выдерживается и зависит от множества факторов, главным образом, технологического характера. Поэтому реальные материалы только за счет полидисперсности макропор не могут иметь величину ячеистой пористости, характеризующуюся предельными значениями [204].

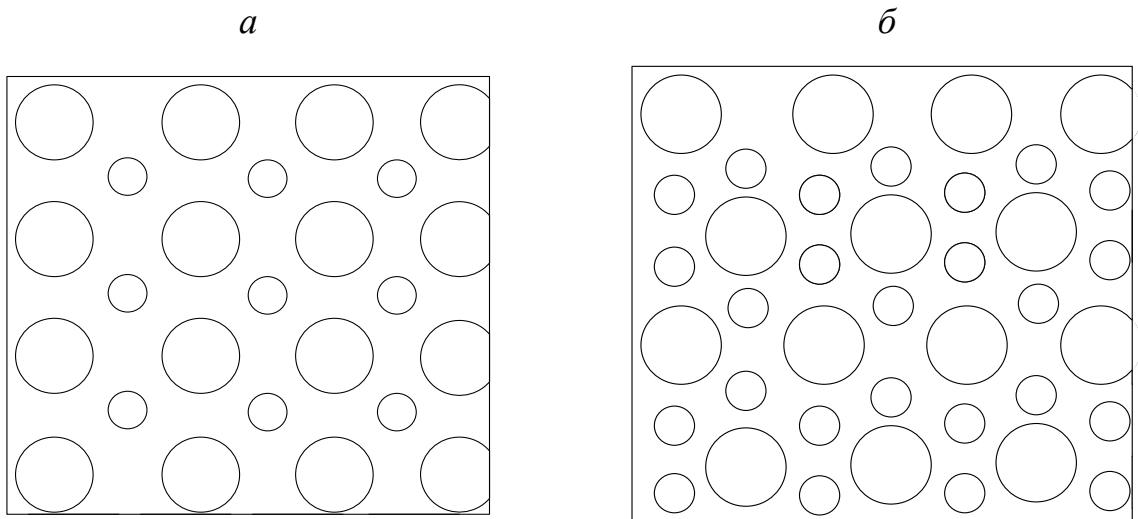
Но при этом промышленность выпускает высокопористые материалы ячеистой структуры как полимерные (пенопласты), так и неорганические (газобетон, пеностекло), которые характеризуются значительно меньшей средней плотностью и, следовательно, большей пористостью, чем максимальные значения этих показателей.

Из представленных в данном разделе подходов можно сделать вывод, что в материалах с высокой пористостью, с одной стороны, поры распределены гексагонально (максимальная упаковка пор), а с другой – геометрическая форма пор должна отличаться от шарообразной (ввиду превышения пористости существующих материалов максимальной теоретически возможной пористости) (рисунки 4.2–4.3).



а – кубическая упаковка; б – гексагональная упаковка; в – гексагональная упаковка при наличии несущего каркаса

Рисунок 4.2 – Геометрические модели плотной упаковки сферических пор одного диаметра



а – с раздвижкой крупных пор (объемно-центрированная кубическая упаковка);  
б – без раздвижки крупных пор

Рисунок 4.3 – Геометрическая модель упаковки пор сферической формы в бинарную решетку

### **4.3 Математическое описание процессов формирования пористой структуры пеностекла при высокотемпературной термической обработке**

#### **4.3.1 Математические подходы к описанию процесса формирования пористой структуры пеностекла на стадии вспенивания**

Для получения пеностекла порошковым способом смесь измельченного стекла и газообразователя подвергают термическому воздействию при температурах выше точки размягчения стекла и разложения газообразователя. Во время нагрева стеклянные частицы спекаются вместе, при этом образуются поры, в которые попадают частицы газообразователя [57]. Таким образом, формируются центры роста радиуса пор. Для получения пеностекла с низкой плотностью и с большой объемной массой внешние границы центров роста пор должны увеличиваться. Вследствие подобных процессов толщина образующихся межпоровых стекловидных перегородок уменьшается [59].

Термическое разложение газообразователя и увеличение содержания газовой фазы в пеностекольной шихте детерминирует порообразующий потенциал всей шихты. Формированию равномерной пористой структуры по всему объему материала способствует равновесное состояние давления газовой фазы внутри поры и поверхностного натяжения расплава стекла на их границах. Активация газообразователя, приводящая к увеличению давления газовой фазы и, как следствие, объема внутри поры, является инерционным потенциалом роста поры. Выделение газа зависит от массового переноса химически и физически растворенного кислорода в объеме стекла вокруг поверхности поры [20], при ее взаимодействии с углеродом образуется CO или CO<sub>2</sub> – газ.

Наиболее развитые модели, описывающие рост пор или усадку в стеклянном расплаве, рассматривают только единичную пору в бесконечном стеклянном расплаве, имеющую сферическую форму. Очевидным является вывод, что моделирование роста поры в пеностекольной шихте с учетом безграничного стеклянного расплава, окружающего последнюю, не даст адекватных

зависимостей и представлений о структурных превращениях в процессе термической обработки пеностекольной шихты.

Развитие теории роста радиуса поры происходило поэтапно, так в 1917 году в своих работах [217; 225] Rayleigh J.W.S. впервые теоретически описал скорость роста пузырька и вывел общее уравнение, для определения давления во всех внутренних точках жидкости:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} = -\frac{dv}{dt} - v \frac{dv}{dr}, \quad (4.6)$$

где  $v$  – скорость роста пузырька;  $r$  – радиус пузырька;  $\rho$  – плотность жидкости;  $t$  – время.

В 1958 году Черняк Я.Н. в своей работе [193] описал закон сокращения объема пузырька под действием капиллярных сил следующим уравнением:

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{\sigma}{\mu}, \quad (4.7)$$

где  $\sigma$  – поверхностное натяжение жидкости;  $\mu$  – вязкость жидкости.

Уравнения (4.6, 4.7) были обобщены, и представлено решение для изменения радиуса пузырька в невязкой, несжимаемой жидкости [74]:

$$\rho \left( r \frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 \right) = \Delta p \frac{2\sigma}{r}, \quad (4.8)$$

где  $\Delta p$  – разность между давлениями внутри пузырька и на большом расстоянии от него;  $\frac{2\sigma}{r}$  – давление внутри пузырька радиуса  $r$ , обусловленное поверхностным натяжением.



Для выражения вязкости и градиента скорости расплава пеностекла после преобразования уравнений (4.7, 4.8) сводится к виду:

$$-\frac{\Delta p}{p} = r \frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{4\mu}{r} \frac{dr}{dt} + \frac{2\sigma}{pr} \quad (4.9)$$

В работе [4] автор рассматривает сжимаемую жидкость и пренебрегает инерционными слагаемыми, что не в полной степени может отражать физико-химическую картину реального процесса формирования пор:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{r}{4\mu} \left( p_{gas} - p_a - \frac{2\sigma}{r} \right) \quad (4.10)$$

Однако, принимая при математическом моделировании сферическую форму пор с небольшими объемно-равными перекрытиями, как показано на рисунке 4.4, вместо полигонов, допустимая погрешность в этом случае не превысит 5%. Это соотношение было установлено путем сравнения моделей со структурой в виде сот с системами близко расположенных пор [224]. Наиболее яркие области на рисунке 4.4 представляют границы симметрии, обозначающие элементарную ячейку, таким образом, описав одну элементарную ячейку, затем можно аналогично описать остальные ячейки.

При разработке модели в работе [83] рассматривается единичная пора сферической формы с начальным радиусом, окруженная конечным объемом расплава пеностекольной шихты. Это позволяет свести трехмерную задачу к одномерной задаче в сферических координатах.

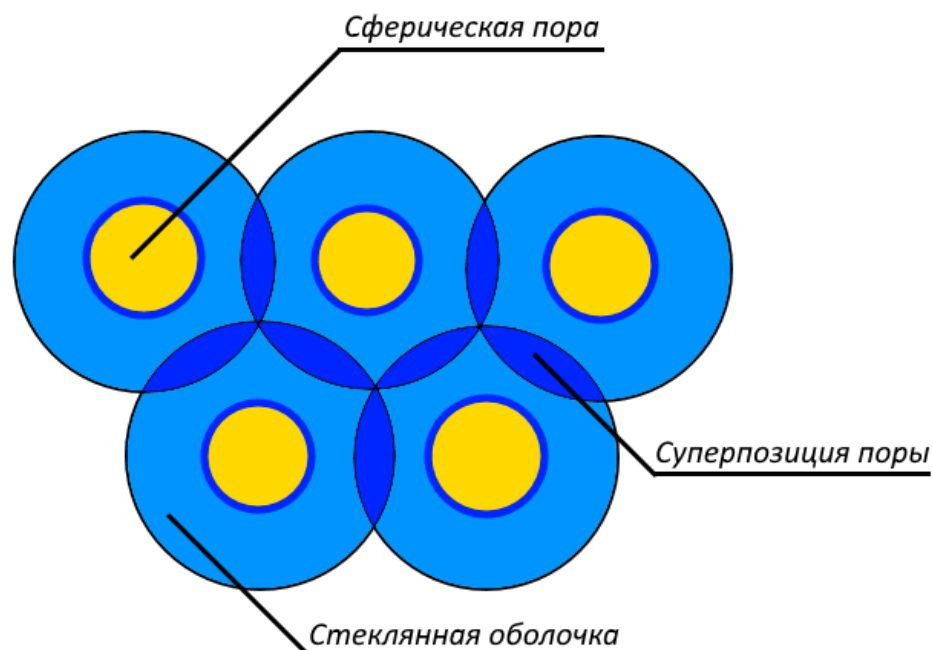


Рисунок 4.4 – Модель сферических пор в пеностекле

Важным аспектом моделирования процесса роста поры является влияние увеличения радиуса поры на объем расплава стекла. Учитывая сферическую форму поры, окруженную оболочкой стекла, толщина оболочки уменьшается при увеличении радиуса поры, поскольку предполагается постоянный объем формы для вспенивания. На начальной стадии частички стекла оплавляются, слипаются друг с другом и образуют пустоты. С ростом температуры происходит сначала усадка шихты в результате перехода с твердого состояния в расплавленное, затем начинает активизироваться газообразователь, находящийся внутри пустот, и повышаться внутренне давление, тем самым формируя пору. Усадка (уменьшение геометрических размеров) происходит до тех пор, пока давление внутри образующейся поры не сравняется с давлением на поверхности. Увеличение концентрации образующегося газа постепенно приводит к росту внутреннего давления и увеличению радиуса поры.

Для определения значений различных давлений, возникающих в стеклянном расплаве при  $r = R_1$  и  $r = R_2$ , а также влияния поверхностного натяжения на рост пор необходимо получить баланс сил. При отсутствии внешних сил на жидкость баланс сил можно получить в соответствии с рисунком 4.5.

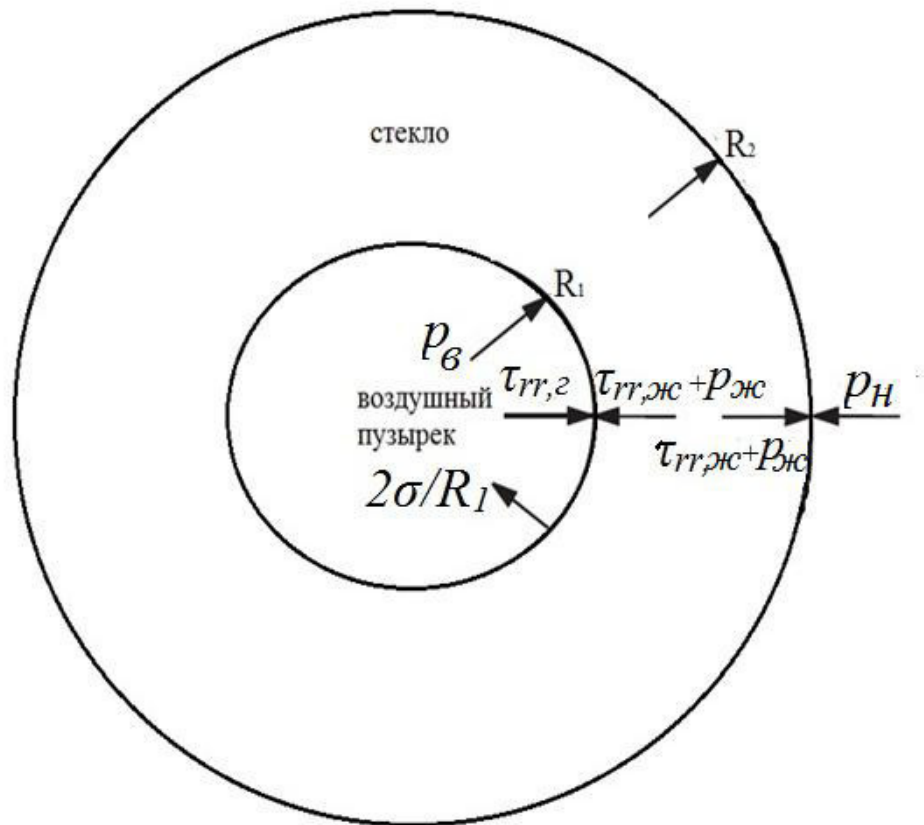


Рисунок 4.5 – Баланс сил на внешней и внутренней границах стеклянной оболочки (стрелки указывают направление сил)

Как уже отмечалось, внешняя граница поры при  $r=R_2$  не является реальной внешней границей, а является границей стеклянной оболочки соседней поры. Поскольку рассматривается одна пора с ее оболочкой, исходным давлением является давление, приложенное ко всей системе (пора + стеклянная оболочка). Учитывая симметрию структуры пор в рассматриваемой модели пористой структуры, давление, действующее на стеклянную оболочку при  $r = R_2$  (давление на внешней границе расплава стекла), образующееся в ходе реакции газообразования при термическом разложении газообразователя на этапах вспенивания, получим баланс сил:

1) для  $r=R_1$ :

$$p_в + \tau_{rr,г}(R_1) = p_жс(R_1) + \tau_{rr,жс}(R_1) + \frac{2\sigma}{R_1}, \quad (4.11)$$

где  $p_e$  – давление газа внутри поры,  $p_n$  – давление на внешней (наружной) границе расплава стекла,  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения [Н/м],  $2\sigma/R^2$  – напряжение, действующее перпендикулярно поверхности жидкости из-за поверхностного натяжения.

2) для  $r=R_2$ :

$$p_n = p_{ж}(R_2) + \tau_{rr,ж}(R_2) \quad (4.12)$$

Радиальное напряжение вязкости газовой фазы  $\tau_{rr,g}$  очень мало по сравнению с  $\tau_{rr,ж}$  жидкой фазы, и поэтому им можно пренебречь.  $\tau_{rr,ж}$  задается следующим уравнением:

$$\tau_{rr} = -\mu \left[ 2 \frac{\partial v_r}{\partial r} \right] + \left( \frac{2}{3} \mu - \right) (\nabla \cdot v), \quad (4.13)$$

где  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости жидкости [Па·с],  $\nu = \mu/\rho$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости [м<sup>2</sup>/с].

Объединяя уравнения (4.14, 4.15):

$$\tau_{rr} = -2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \quad (4.14)$$

$$r^2 v_r = const = R_1^2 v_{R_1} \leftrightarrow v_r = \frac{R_1^2}{r^2} v_{R_1} \quad (4.15)$$

где  $v_{R_1}$  – скорость роста радиуса поры  $R_1$ ,  $v_{R_1} = \frac{dR_1}{dt}$ .

Получим уравнение (4.16), описывающее напряжения во внутреннем радиусе ( $R_1$ ) и внешнем радиусе ( $R_2$ ):

$$\tau_{rr,жс}(R_1) = \frac{4\mu}{R_1} \cdot \frac{dR_1}{dt} \quad (4.16)$$

$$\tau_{rr,жс}(R_2) = \frac{4\mu}{R_2} \cdot \frac{dR_2}{dt} \quad (4.17)$$

Из баланса сил и уравнения:

$$p_{жс}(R_1) - p_{жс}(R_2) = 0 \quad (4.18)$$

получаем:

$$p_s - p_n - \frac{2\sigma}{R_1} - 4\mu \left( \frac{dR_1}{dt} \cdot \frac{1}{R_1} - \frac{dR_2}{dt} \cdot \frac{1}{R_2} \right) = 0 \quad (4.19)$$

Поскольку общий объем расплава стекла оболочки поры ( $V_{жс}$ ) принят нами постоянным,  $R_1$  и  $R_2$  будут связаны через уравнение:

$$V_{жс} = \frac{4}{3} \pi \cdot (R_2^3 - R_1^3) = const \quad (4.20)$$

Таким образом:

$$R_2 = \left[ \frac{V_{жс}}{\frac{4}{3} \pi} + R_1^3 \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4.21)$$

Чтобы получить формулу изменения радиуса  $R_1$ , необходимо вычислить изменение  $R_2$  в зависимости от  $R_1$ :

$$\frac{dR_2}{dt} = \frac{dR_2}{dR_1} \cdot \frac{dR_1}{dt} = \frac{R_1^2}{\left(\frac{3V_{жс}}{4\pi} + R_1^3\right)^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{dR_1}{dt} \quad (4.22)$$

Объединяя уравнения (5.20), (5.22) и (5.23), получаем уравнение для роста поры:

$$\frac{\partial R_1}{\partial t} = \frac{\frac{3V_{жс}}{4\pi} + R_1^3}{\mu \frac{3V_{жс}}{\pi}} \left[ (p_в - p_н) \cdot R_1 - 2\sigma \right] \quad (4.23)$$

где  $R_1$  – внутренний радиус пор [м];  $V_{жс}$  – объем расплава стекла в оболочке поры;  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения [Н/м];  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости жидкости [Па·с];  $p_в$  – давление газа внутри поры,  $p_н$  – давление на внешней (наружной) границе расплава стекла.

Рассмотренные математические модели достаточно точно позволяют описать рост единичной поры сферической формы и не совсем точно описывают реальный процесс, когда происходит формирование ячеистой структуры пеностекла по всему объему [59].

Основная сложность при использовании различных пузырьковых моделей заключается в переходе к объемной модели, состоящей из множества пузырьков. Пузырьки возникают в жидкости в разное время, растут с разной скоростью и периодически сливаются друг с другом.

Непрерывные исследования позволили адаптировать пузырьковую математическую модель к реальному процессу вспенивания пеностекла и разработать ячеечную модель [59]. В модели предлагается весь объем вспененной стекломассы рассматривать как микроскопические ячейки равной массы, состоящие из оболочки. Рост ячеек, соответственно увеличение объема пены, осуществляется за счет диффузии перегретого газа, находящегося внутри оболочки. Такая модель ячейки способна описать важные качественные

особенности реальной системы, состоящей из множества отдельных ячеек, растущих в непосредственной близости друг от друга, и может позволить провести анализ макроскопического процесса – расширения всего объема пены.

Анализ существующих математических моделей, описывающих формирование пористой структуры пеностекла [174], показал, что существует необходимость в разработке модели, которая позволит описывать процесс вспенивания не только на микроуровне (изменение единичной поры), но и на макроуровне (изменение размера всего объема шихты), так как для возможности описания температурных полей в пеностекляной шихте требуется решить краевую задачу с подвижными границами, а без знания закона изменения геометрических размеров шихты это практически не возможно. Моделирование распределения температурных полей в шихте является одним из ключевых вопросов в совершенствовании технологии производства пеностекла. В данной работе нами не ставились цели по описанию влияния закона изменения размера пор на решение уравнений теплопроводности в шихте, однако умолчать о данном факте мы не можем. Возвращаясь к вопросу моделирования роста пузырька, стоит отметить, что в идеале модель должна учитывать не только описанные нами выше эффекты вязкости стекла и поверхностного натяжения, но и протекающие процессы термодиффузии, так как именно теплоперенос расплавленного стекла определяет законы формирования пористой структуры пеностекла.

#### **4.3.2 Математические подходы к описанию процесса формирования пористой структуры пеностекла на стадии отжига и остывания пенообразующей смеси**

В рамках модели, описанной в работе [2], пеностекло рассматривается как система, состоящая из нескольких слоев стекла, при этом каждый слой соединяется между собой с помощью перегородок. При нагреве происходит процесс увеличения объема стекломассы, что ведет к деформации некоторых участков. Такая постановка позволила выделить два параметра, которые способны

описать состояние отдельно взятого слоя, это свободный и фактический размер слоя.

В работе [2] принимается, что свободный размер  $l'$  – это размер слоя в заданный момент времени, соответствующий ненапряженному состоянию материала. Фактическим размером  $l$  в работе [2] называют действительный линейный размер слоя в соответствующем направлении. При этом принимается, что фактический размер всех компонентов будет одинаков.

Величина деформации слоев определяется следующим выражением:

$$\Delta l = l - l' \quad (4.24)$$

Для определения величины свободного размера слоя используется коэффициент температурного (линейного) расширения стекла. Для определения величины фактического размера слоя рассчитываются среднеарифметические значения всех свободных размеров слоев исследуемого образца:

$$l = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{n} \quad (4.25)$$

Так как стекло относится к хрупким материалам, то его разрушение сопровождается упругими деформациями (возможно с небольшой долей пластических деформаций).

В соответствии с законом Гука, для упругих деформаций наличие деформации слоев образца сопровождается образованием в них различного рода напряжений.

В рамках рассмотренной в работе [2] геометрической модели пеностекла (рисунок 4.6) под воздействием температуры размеры отдельных слоев пеностекла стремятся к своим свободным величинам.



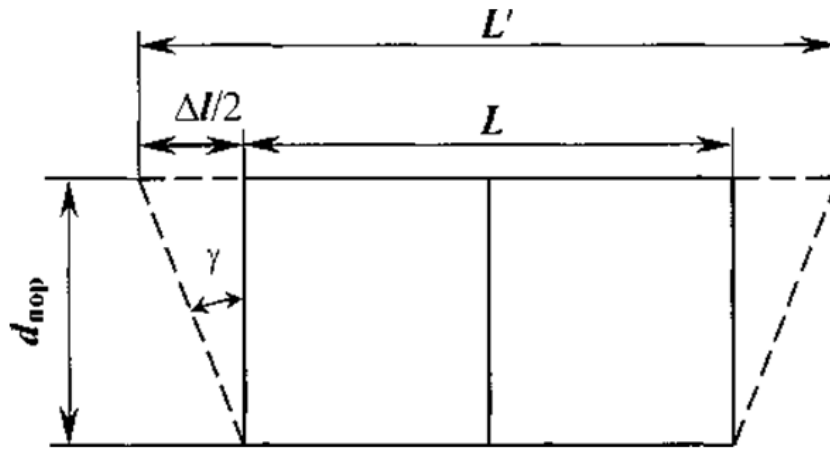


Рисунок 4.6 – Образование напряжений в блоке пеностекла

В результате в слоях имеет место деформация, величиной  $\Delta l$ , которая ведет к образованию нормальных напряжений в соответствии с законом Гука:

$$\sigma = \frac{E \cdot \Delta L}{L} \quad (4.26)$$

где  $E$  – модуль упругости.

С другой стороны, так как слои связаны друг с другом посредством перегородок, то в результате деформации одного из слоев перегородка будет стремиться отклониться на некоторый угол  $\gamma$ . В результате подобных угловых деформаций в перегородках возникают касательные напряжения.

В силу малой величины деформации угол  $\gamma$  можно определить как отношение деформации  $\Delta l$  к среднему диаметру пор:

$$\gamma = \frac{\Delta l}{(2d_{\text{пор}})} \quad (4.27)$$

Таким образом, формула для определения величины касательных напряжений в пеностекле будет выглядеть следующим образом:

$$\tau = \frac{(\Delta l) \cdot G}{2 \cdot d_{\text{пор}}} \quad (4.28)$$

В работе [2] предлагается прочность пеностекла рассчитывать по величине нормальных напряжений в слоях образца и касательных напряжений в перегородках между ними. Отметим, что в слоях пеностекла при отжиге имеют место процессы релаксации, оказывающие существенное влияние на величину напряжений. В связи с чем в рассматриваемой математической модели образованию напряжений в слое пеностекла уделяется основное внимание.

Математическая модель построена на принципе суперпозиции Больцмана. Весь процесс отжига разбивается на малые промежутки времени, в течение которых температура и свойства материала неизменны, а при переходе на следующий рассматриваемый промежуток происходит скачкообразное изменение температуры и свойств материала.

Для расчета релаксации напряжений предложен дискретный подход:

$$\frac{\sigma(\Delta t)}{\sigma(0)} = \exp \left[ - \left( \frac{t}{\tau_{\sigma}} \right)^{b_{\sigma}} \right] \quad (4.29)$$

Для стекол, применяемых в качестве сырьевой смеси, при производстве пеностекла  $b_{\sigma}$  примерно равен 0,5. Преобразование уравнения (4.29) с учетом данного факта приводит его к следующему виду:

$$\frac{\sigma(t_k)}{\sigma(t_0)} = \exp \left[ - \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k \Delta t_i}{\tau_{\sigma i}}} \right] \quad (4.30)$$

Учитывая закон Гаусса, уравнение для расчета суммарной релаксации для нормальных напряжений примет вид:

$$\sigma(t_k) = - \frac{E \cdot \Delta l}{l} \exp \left[ - \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k \Delta t_i}{\tau_{\sigma i}}} \right] \quad (4.31)$$

Приведем зависимость для расчета касательных напряжений:

$$\sigma(t_k) = -\frac{G \cdot \Delta l}{2d_{nop}} \exp \left[ -\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k \Delta t_i}{\tau_{\sigma i}}} \right] \quad (4.32)$$

Окончательные уравнения, которые описывают абсолютные значения возникающих напряжений в рассматриваемых слоях пеностекла, для нормальных напряжений приведены ниже:

$$\sigma_{рез,k} = \sum_{i=1}^k \sigma_i - \sigma_{p,k} \quad (4.33)$$

Соответственно для касательных напряжений:

$$\tau_{рез,k} = \sum_{i=1}^k \tau_i - \tau_{p,k} \quad (4.34)$$

Учет релаксации всей структуры пеностекла производится при вычислении структурной температуры, претерпевшей изменения на шаге  $k$ .

$$T_{f,k} = T_0 = \sum_{i=1}^k \left( 1 - \exp \left[ -\left( (\xi_k - \xi_i) \cdot \frac{K_s}{\eta_r} \right)^{b_s} \right] \cdot \Delta T_i \right) \quad (4.35)$$

При этом вязкость стекла, на каждом этапе расчета, предлагается рассчитывается по следующему уравнению:

$$\lg \eta_k = A + \frac{B}{T_{f,k} - T_0} \quad (4.36)$$

Точность расчетов будет зависеть от количества этапов расчета, чем меньше промежутков времени будет приниматься, тем точнее будут расчеты.

#### **4.4 Разработка расчетной схемы модели описания процесса формирования пористой структуры в объеме сырьевой смеси для получения пеностекла**

Перед описанием модели необходимо рассмотреть особенности формирования пористой структуры в пеностекле. В процессе формирования пористой структуры пеностекла вся масса материала представляет собой пластическую систему с высокими значениями вязкости, в которой равномерно распределен газообразователь, выделяющий газ и создающий устойчивую равномерную пену стекла. Механизм образования пены в производстве пеностекла до известной степени аналогичен механизму образования пены в высоковязких жидкостях [84; 99; 143; 145; 146].

Под пеной обычно подразумевают дисперсную систему различной устойчивости с развитой поверхностью раздела жидкость-газ, образующейся при пропускании газа через жидкость при ее кипячении или встряхивании. Пена до застывания является нестабильной системой, стремящейся уменьшить до минимума поверхность раздела, т.е. поверхность пленок пены. При образовании пены основное значение имеют определенная вязкость и поверхностное напряжение на границе жидкость-газ. Вязкость должна противодействовать разрыву пленки, а низкое поверхностное натяжение – способствовать уменьшению толщины.

Для жидкостей, способных вспениваться, различают два вида вязкости: внутреннюю вязкость, или внутренне трение, и поверхностную вязкость, которая тормозит движение вещества на поверхности раздела жидкость-газ [99].

В процессе порообразования немаловажное значение имеют такие параметры системы, как поверхностная вязкость и поверхностное сопротивление сдвигу. Плотность распределения молекул вещества на поверхности раздела очень высока, и поэтому такую поверхность можно назвать жесткой.

Устойчивость порам и всей системе в целом придают отдельные твердые частицы. Необходимым условием для образования устойчивой пены являются также определенный градиент концентрации в поверхностном слое и положительная или отрицательная адсорбция на границе раздела жидкость-газ.

Устойчивость пены, в которой содержатся твердые частицы, зависит от концентрации газообразователя, сродства между газообразователем, аморфно-твердой фазой и ее дисперсностью. Оптимальная дисперсность газообразователя в наиболее устойчивых пенах находится между коллоидной дисперсностью и дисперсностью грубых суспензий.

При термической обработке сырьевой смеси для получения пеностекла в интервале температур, близких к началу размягчения стекла, в первую очередь расплавляются приповерхностные слои измельченного стекла. Внутренние слои этих стеклянных крупинки остаются еще аморфно-твердыми. При дальнейшем повышении температуры, когда начинает проявляться действие газообразователя в результате диссоциации или сгорания, вся система увеличивается в объеме – вспенивается.

Основными факторами, обеспечивающими устойчивость пены до полного застывания пеностекла, являются:

- вязкость стекла;
- поверхностное натяжение;
- парциальное давление, развиваемое газообразователем.

Вначале сформулируем некоторую физическую модель процесса формирования пористой структуры в возможных ее стадиях или фазах.

#### 4.4.1 Физическая постановка задачи для моделирования процесса формирования пористой структуры в объеме сырьевой смеси для получения пеностекла

В качестве модели, описывающей механизм формирования пор в расплаве сырьевой смеси для получения пеностекла, нами предлагаются следующие положения:

1. Смесь сырья с газообразователем до нагрева в печи можно представить как пористую структуру, в которой порами выступают промежутки незаполненные измельченным стеклом (рисунок 4.7). Внутренняя поверхность каждой такой поры покрыта газообразователем (карбонат кальция). Пористость данной структуры можно менять различными технологическими операциями, например виброуплотнением. Однако в этом случае пористость низкотемпературного материала будет «игольчатоподобной» вследствие таковой формы самих осколков стекла.

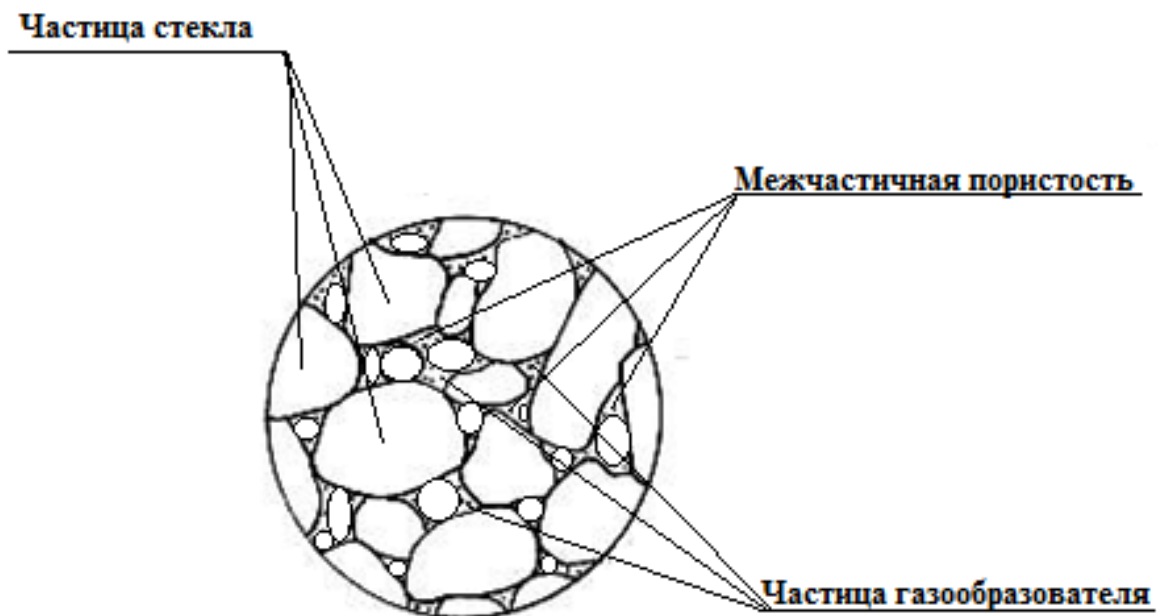


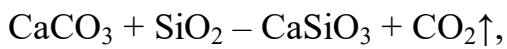
Рисунок 4.7 – Модель материала до термической обработки

2. Сырьевая смесь, находясь в печи, начинает спекаться, и поверхность контакта между частицами стекла оплавляется, поэтому при увеличении температуры их форма приближается к сферической.

3. При повышении показателей температуры газообразователь начинает разлагаться с выделением углекислого газа. Вместе с тем все газовыделения осуществляются с поверхности поры. Разложение карбоната кальция происходит по следующему механизму:

образование газовой фазы по реакциям:

– замещения



которая идет от 600 °С;

– разложения



которая начинается при температурах 795...900 °С [57].

4. Под влиянием давления газа на стенки пор, последние расширяются, увеличивая радиус пор в структуре материала.

5. Заканчивается этот процесс на том этапе (по времени), когда размеры пор создадут нужную по теплофизическим характеристикам (например, по теплопроводности полученного материала) структуру. Поэтому технические условия выдержки материала в печи должны учитывать изложенные выше моменты.

Рассмотрим вопрос о времени, необходимом для процесса размягчения пеностекляной шиты и газообразователя, до температуры инициализации газовыделения мелом.

Время нагрева измельченного стекла до температуры порядка 850–950 °С [86; 166; 173; 201] обозначим  $\tau_l$ . Конкретные математические модели, позволяющие описать особенности нагрева сырьевой смеси для получения пеностекла до температур размягчения и интенсификации газообразователя, приведены в главах 2, 3.

На первом этапе мы получили достаточно однородный расплав стекла и достигли температуры, необходимой для запуска в действие механизма активного выделения углекислого газа мелом (газообразователем), осевшим на стенки пор, которые к этому времени приобрели более сферические формы очень малых размеров [57].

Формально необходимо изучить процесс формирования единичного пузырька в расплаве сырьевой смеси. Остальные поры (в среднем по объему) будут развиваться аналогично. Время этого этапа  $\tau_2$  определяется временем формирования поры до определенного размера  $R$ .

В дальнейшем источники газовой выделения с поверхностей сфер для простоты будем называть «источниками».

Будем считать, что смесь шихты с газообразователем однородна по составу, пусть также в расплаве пеностекольной шихты эти источники распределены равномерно по объему и имеют одинаковую и постоянную интенсивность  $j$ , под которой будем понимать скорость производства массы газа в единицу времени:

$$j = \frac{dm}{dt} \quad (4.37)$$

Рассмотрим вторую стадию более подробно. Ее рассмотрение представляет собой построение модели роста единичной поры в пространстве пеностекольной шихты.

#### **4.4.2 Основные допущения при моделировании процесса роста единичной поры в расплаве пеностекольной шихты**

1. Считаем, что пора находится в окружении безграничной среды (расплав пеностекольной шихты), плотность которой равна плотности расплавленного стекла.
2. Считаем, что источники газообразования распределены равномерно.



3. Учитывая медленность процесса развития поры (низкие скорости деформации среды), напряжения, возникающие в среде, которая зависит от скорости деформации, можно разложить в ряд Тейлора по малым скоростям деформации и ограничиться линейным членом, а это соответствует свойствам Ньютоновской жидкости.

4. Взаимодействие между порами осуществляется благодаря обмену импульсами друг с другом через среду. Вследствие низких скоростей движения среды производная импульса также невысока, следовательно силы взаимодействия между порами также невысоки, что дает основание ими пренебречь.

5. Принимаем, что поры распределены равномерно, и плотность их распределения на единицу объема составляет 132 поры на  $\text{см}^3$  [167].

6. С точки зрения исследования теплофизических свойств пористых материалов необходимо учитывать две характеристики: пористость и плотность распределения пор на единицу объема.

#### **4.4.3 Математическая постановка задачи для моделирования процесса формирования пористой структуры в объеме сырьевой смеси для получения пеностекла**

Существуют различные модели [3; 178; 183], описывающие тепловые процессы, происходящие внутри шихты. Одной из таких является модель нагрева шихты Китайгородского [84], а также модернизированная модель Городова Р.В. [46], учитывающая степень черноты нагреваемой пеностекольной шихты. Однако обе эти модели не учитывают такой параметр, как пористость конечного материала и зависимость размера образованных пузырьков от времени нагрева. Нами предложена модель, позволяющая учесть этот параметр.

На рисунке 4.8 изображена пора с поверхностным (на поверхности поры) источником углекислого газа. Окружающее пространство – пеностекольная

шихта. Другие поры тоже растут, но они находятся далеко друг от друга, и будем считать, что не взаимодействуют между собой.

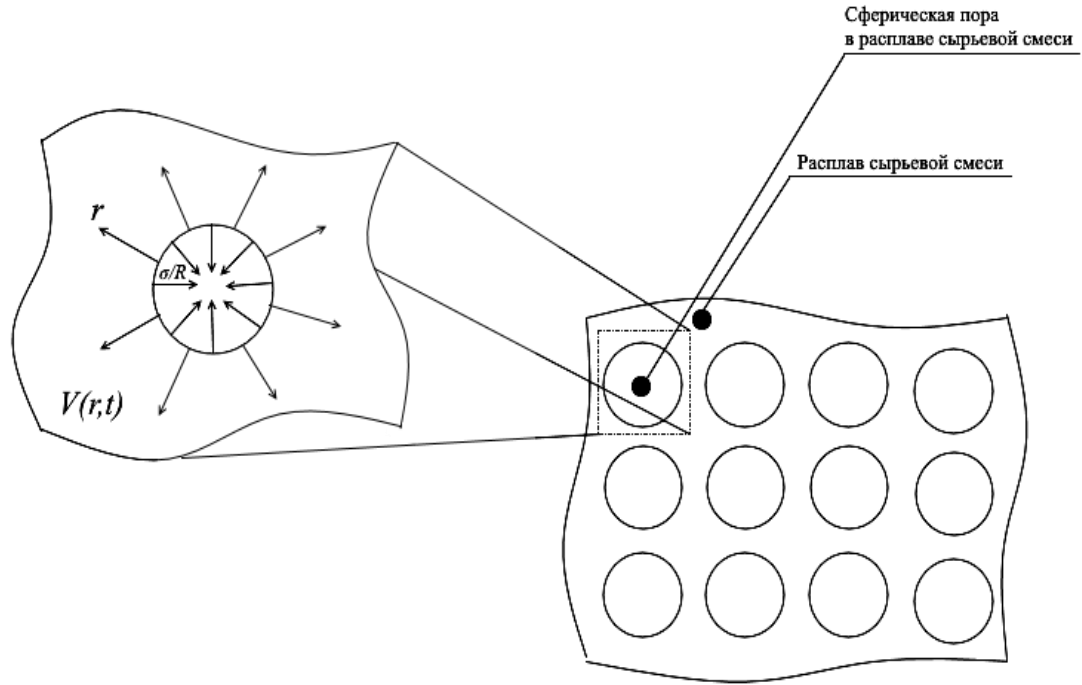


Рисунок 4.8 – Единичная пора с радиальным полем скоростей течения расплава вокруг него (стрелками с поверхности пузырька показано направления выброса газа)

Вводим функцию роста радиуса поры со временем –  $R(t)$ . В данном случае необходимо найти закон изменения радиуса поры от времени.

Введем параметр источника – его интенсивность  $j$  в соответствии с зависимостью (4.37). Расплав пеностекольной шихты будем характеризовать плотностью  $\rho$  и коэффициентом динамической вязкости  $\mu$  (или коэффициентом

кинематической вязкости  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ).

Запишем уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости (Навье-Стокса) и уравнение неразрывности в сферических координатах [99], принимая во внимание, что скорость движения жидкости  $v$  вокруг пузырька имеет только

радиальную составляющую, и вследствие сферической симметрии зависит только от  $r$  – расстояния от центра пузырька и  $t$  – времени процесса –  $v = v(r, t)$ , получим:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (4.38)$$

Уравнение неразрывности:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v) = 0 \quad (4.39)$$

Граничные условия: на поверхности поры скорость движения его границы –  $V(R)$ , давление на поверхности –  $P(t)$ , на бесконечности давление равно атмосферному –  $P_0$ , а скорость движения расплава шихты равна 0.

Уравнение (4.39) легко интегрируется:

$$r^2 v = F(t) \quad (4.40)$$

где  $F(t)$  – произвольная функция времени.

Подставив (4.40) в (4.38) вместо  $\frac{\partial v}{\partial t}$ , имеем:

$$\frac{F'}{r^2} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (4.41)$$

Интегрируем уравнение (4.41) по  $r$  от  $\infty$  до поверхности пузырька с радиусом  $R$ :

$$\int_{\infty}^R \frac{F'}{r^2} dr + \int_{\infty}^R v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \int_{\infty}^R \frac{\partial p}{\partial r} dr + v \int_{\infty}^R \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial v}{\partial r} \right) dr \quad (4.42)$$

Граничные условия:

Обозначим на поверхности поры скорость движения его границы –  $V(R)$ , давление на поверхности –  $P(t)$ , на бесконечности: давление равно атмосферному –  $P_0$ , скорость движения расплава шихты равна 0.

Интегрируя первые три слагаемых уравнения (4.42) с учетом граничных условий, получим:

$$-\frac{F'(t)}{R(t)} + \frac{V^2(R)}{2} = -\frac{1}{\rho}(P(t) - P_0) + \nu \int_{\infty}^R \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial v}{\partial r} \right) dr \quad (4.43)$$

Последний интеграл в (4.43) берем по частям:

$$\int_{\infty}^R \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial v}{\partial r} \right) dr = \frac{dV(R)}{dR} + 2 \int_{\infty}^R \frac{1}{r} dv \quad (4.44)$$

В уравнении (4.44) интеграл берем также по частям:

$$\int_{\infty}^R \frac{1}{r} dv = \frac{1}{R} V(R) + \int_{\infty}^R \frac{v}{r^2} dr \quad (4.45)$$

Подставив в (4.45) уравнение (4.40) вместо  $v$ , получим:

$$\int_{\infty}^R \frac{1}{r} dv = \frac{1}{R} V(R) + F(t) \int_{\infty}^R \frac{1}{r^4} dr = \frac{V(R)}{R} - \frac{F(t)}{R^3} \quad (4.46)$$

С учетом (4.46) уравнение (4.44) приводится к виду:

$$\int_{\infty}^R \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial v}{\partial r} \right) dr = \frac{dV(R)}{dR} + \frac{V(R)}{R} - \frac{F(t)}{R^3} \quad (4.47)$$

Следовательно (4.43) будет проинтегрировано:

$$-\frac{F'(t)}{R(t)} + \frac{V^2(R)}{2} = -\frac{1}{\rho}(P(t) - P_0) + v \left[ \frac{dV(R)}{dR} + \frac{V(R)}{R} - \frac{F(t)}{R^3} \right] \quad (4.48)$$

Уравнение (4.40) на поверхности пузырька имеет вид:

$$R^2(t)V(t) = F(t) \quad (4.49)$$

Принимая во внимание, что  $V = \frac{dR}{dt}$ , уравнение (4.48) для функции  $R(t)$  преобразуется к виду:

$$-\frac{3}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 - R(t) \frac{d^2R}{dt^2} = \frac{1}{\rho} (P_0 - P(t)) + v \left[ \frac{1}{\left( \frac{dR}{dt} \right)} \frac{d^2R}{dt^2} + \frac{4}{3R} \left( \frac{dR}{dt} \right) \right] \quad (4.50)$$

Уравнение (4.50) следует дополнить зависимостью  $P(t)$  – давлением на поверхности сферической поры. Кроме положительного давления со стороны газа, на поверхность также действует отрицательное лапласово давление. С учетом этого искомое давление на границе сферы:

$$P(t) = P_r(t) - \frac{\sigma}{R} \quad (4.51)$$

где  $P_r(t)$  – давление газовой фазы,  $\sigma/R$  – лапласово давление ( $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения расплава пеностекольной шихты).

Используя модель идеального газа, можно найти зависимость давления газа в поре как функцию времени процесса. С учетом того, что давление смеси газов – оставшегося в поре воздуха и действия источника углекислоты равно сумме их парциальных давлений, получим:

$$P_r(t)V(R) = \frac{m_0}{M_1} \tilde{R}T + \frac{m(t)}{M_2} \tilde{R}T \quad (4.52)$$

где  $V(R) = 4/3\pi R^3$  – объем поры,  $M_1$  – молярная масса газа, находящего до начала работы источника (обычно воздух),  $M_2$  – молярная масса источника газа (углекислоты),  $\tilde{R} = 8,31$  Дж/(моль·К) – газовая постоянная,  $T$  – температура среды,  $m(t)$  – масса газа в поре вследствие работы источника (она является функцией времени),  $m_0$  – первоначальная масса газа (воздух, не вышедший на поверхность расплава).

Если считать, что до окончания процесса работы источника, его интенсивность  $j$  постоянна, тогда из формулы (4.37), получим, что  $m(t) = j \cdot t$ .

Уравнение (4.52) с учетом наших высказанных выше предположений примет вид:

$$P_r(t) = \frac{m_0}{\frac{4}{3}\pi R^3 M_1} \tilde{R}T + \frac{m(t)}{\frac{4}{3}\pi R^3 M_2} \tilde{R}T = \frac{\beta' + \alpha' t}{R^3} \quad (4.53)$$

$$\alpha' = \frac{j\tilde{R}T}{\frac{4}{3}\pi M_2}, \quad \beta' = \frac{m_0\tilde{R}T}{\frac{4}{3}\pi M_1}.$$

где введены обозначения:

Их физический смысл понятен: поскольку коэффициент  $[\alpha'] = \text{Дж/с}$  содержит интенсивность источника, его молярную массу и температуру среды, он может быть назван активностью источника, а в коэффициент  $[\beta'] = \text{Дж}$  включена начальная масса газа, в основном воздуха – это можно назвать коэффициентом начальных условий процесса роста поры.

С учетом (4.53) уравнение (4.51) будет иметь вид:

$$P(t) = \frac{\beta' + \alpha' t}{R^3} - \frac{\sigma}{R} \quad (4.54)$$

Подставив (4.54) в уравнение (4.50), получим:

$$-\frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - R(t)\frac{d^2R}{dt^2} = \frac{1}{\rho}\left(P_0 + \frac{\sigma}{R}\right) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\beta' + \alpha't}{R^3} + v \left[ \frac{1}{\left(\frac{dR}{dt}\right)} \frac{d^2R}{dt^2} + \frac{4}{3R}\left(\frac{dR}{dt}\right) \right] \quad (4.55)$$

Таким образом, модель второй стадии процесса представляет собой нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение для  $R(t)$  роста радиуса поры со временем. Уравнение (4.55) требует применения инспекционного анализа для установления степени значимости каждого слагаемого. Далее его можно решать с помощью прикладных компьютерных программ. Сразу понятно, что слагаемое  $(\beta' + \alpha't)/R^3$  является в уравнении значимым (иначе процесса образования поры не было бы). Сделаем оценку по порядку величины левой части уравнения (4.55):

$$\frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - R(t)\frac{d^2R}{dt^2} \approx \frac{R^2}{\tau_2^2} \quad (4.56)$$

Принимаем в (4.57)  $R \approx 10^{-3}$  м – характерные размеры пузырьков, время процесса порядка нескольких минут:  $\tau_2 \approx 500$  с.

В правой части уравнения (4.55) оценка первого слагаемого может быть приведена к виду:

$$\frac{1}{\rho}\left(P_0 + \frac{\sigma}{R}\right) \approx \frac{P_0}{\rho} \quad (4.57)$$

Поясним упрощенную оценку в формуле (4.57):

$P_0 = 10^5$  Па – атмосферное давление,  $\sigma/R$  – лапласово давление расплава стекла. Сделаем теперь оценку лапласового давления. Поверхностное натяжение расплава ранее было указано –  $\sigma = 0,22$  Н/м. Тогда  $\sigma/R = 2 \cdot 10^2$  Па. Откуда следует,

что величина атмосферного давления на 3 порядка выше лапласова давлений. Вывод: поверхностное натяжение в формировании поры не играет роли и им можно пренебречь, что и сделано в формуле (4.57).

Принимая плотность расплава  $\rho=2,5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, найдем форму оценки последнего слагаемого в уравнении (4.55):

$$v \left[ \frac{1}{\left(\frac{dR}{dr}\right)} \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{2}{3R} \left(\frac{dR}{dt}\right) \right] \approx \frac{\mu}{\tau_2} \quad (4.58)$$

В (5.61), учитывая большой диапазон изменения вязкости  $10^3 \leq \mu \leq 10^7$  Па·с, кинематическая вязкость также меняется:  $0,4 \leq \nu \leq 4000$  м<sup>2</sup>/с,  $\tau_2 \approx 500$  с.

Из последнего соотношения видно, что диапазон изменения кинематической (и динамической) вязкости составляет несколько порядков. Такой факт может говорить о том, что на разных этапах порообразования вязкость оказывает разный вклад в этот процесс.

Составляя отношения размерных слагаемых друг к другу, получим безразмерные комплексы, которым и сделаем оценку:

Слагаемое (4.57) по отношению к (4.58):

$$\frac{\frac{R^2}{\tau_2^2}}{\frac{v}{\tau_2}} = \frac{R^2}{v\tau_2} \approx 10^{-9} \div 10^{-11}$$

Что свидетельствует о пренебрежимо малом значении левой части уравнения (4.55) по сравнению с вязкостным слагаемым правой части, и, следовательно, этим слагаемым можно пренебречь.

Слагаемое (4.57) по отношению к (4.58):



$$\frac{P_0}{\rho} \frac{1}{\tau_2} = \frac{P_0 \tau_2}{\rho \nu} = \frac{P_0 \tau_2}{\mu} \approx 5 \div 10^4$$

Что говорит о разной степени значимости  $P_0/\rho$  по сравнению с вязкостным слагаемым  $\nu/\tau_2$ .

Учитывая сказанное, и допуская, что вязкость уже не играет существенной роли в процессе, получим оценочное соотношение:

$$\frac{P_0}{\rho} - \frac{\beta' + \alpha' t}{\rho R^3} \approx 0 \quad (4.59)$$

Или, сокращая на  $\rho$ , получим окончательно, как экстраполяционно выглядит связь между временем процесса на стадии невысокой вязкости и радиусом поры:

$$t \approx \frac{P_0}{\alpha'} R^3 - \frac{\beta}{\alpha'} \quad (4.60)$$

Уравнение (4.60) показывает, что на рассматриваемой стадии процесса (с невысоким коэффициентом вязкости) время определяется атмосферным давлением, интенсивностью источника, начальным количеством газа в поре и необходимым размером поры. Зависимость времени процесса от радиуса поры находится в кубической степени.

Добавки плавней в пеностекольную шихту ведут к снижению или повышению вязкости [65; 68]. Однако снижение вязкости шихты также необходимо для создания в расплаве более точечных пор, т.к. по мере снижения вязкости расплав будет «заливать» все большие свободные пространства.

Формирование пористой структуры получаемого материала – следствие многочисленности появления таких единичных пор (рисунок 4.9). Будем считать, что источники в порах распределены равномерно по объему расплава  $\tilde{V}$ , пусть

также число таких источников равно  $N$ . Полагаем, что  $m_i$  – масса мела в таком единичном центре (считаем, что эта масса одинакова у всех источников).

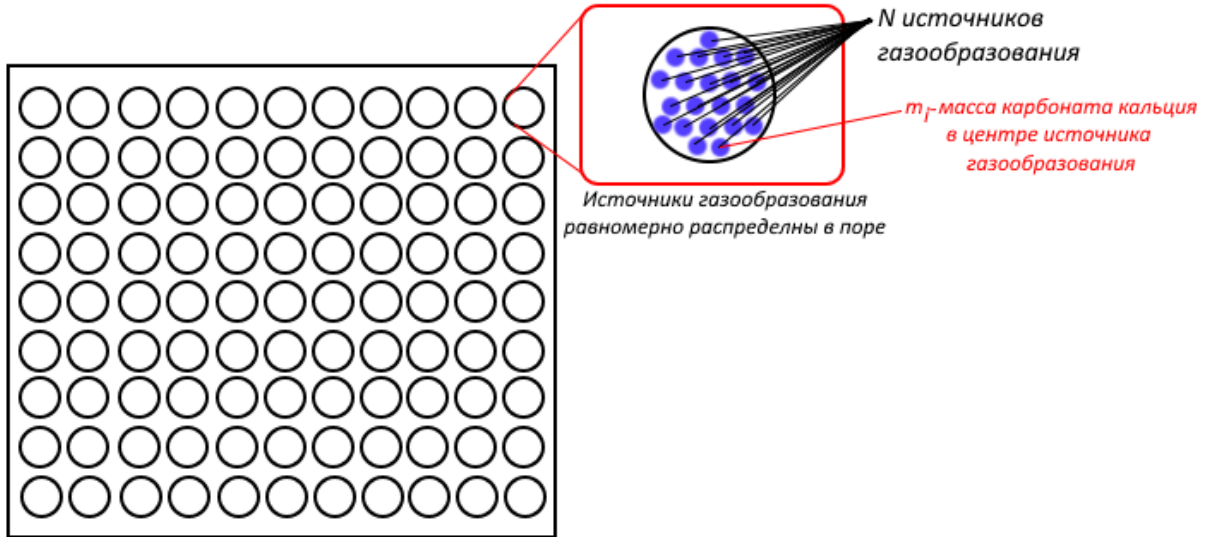


Рисунок 4.9 – Формирование пористой структуры по всему объему расплава

Если  $m$  – масса мела в расплаве, то  $m = m_i \cdot N$  (хотя последнее уравнение требует обоснований, потому что не вся масса мела может находиться в этих центрах). Если  $k, \%$  – массовая доля мела в расплаве, то справедлива формула:

$$\frac{m}{m_c} \cdot 100 = \frac{m_i \cdot N}{\rho \cdot \tilde{V}} \cdot N = k \quad (4.61)$$

где  $m_c = \rho \cdot \tilde{V}$  – масса измельченного стекла.

Введем коэффициент пористости стекла  $\Pi$ :

$$\Pi = \frac{V_{пор}}{\tilde{V} + V_{пор}} \quad (4.62)$$

где  $V_{пор}$  – объем всех пор в расплаве,  $\tilde{V}$  – объем расплава стекла.

Легко подсчитать объем всех пор, считая единичную пору сферической формы:

$$V_{пор} = \frac{4}{3} \pi R^3 N \quad (4.63)$$

С учетом формул (5.64) и (5.66) формула пористости расплава будет иметь вид:

$$\Pi = \frac{V_{пор}}{\tilde{V} + V_{пор}} = \frac{1}{1 + \frac{75m_i}{\pi \rho k R^3}} \quad (4.64)$$

Конечно, остается открытым вопрос о распределении источников по массе  $m_i$ . Однако, проведя дополнительные экспериментальные исследования, можно по известной величине  $\Pi$  определить  $m_i$ .

#### 4.4.4 Численные расчеты

Для того чтобы определить оптимальный режим сформированного пористого материала и определить характерный размер пор, а также времени их образования, необходимо в уравнении (4.55) сделать некоторые преобразования с учетом инспекционного анализа, проведенного выше.

Мы учтем пренебрежимо малый вклад левой части уравнения (4.55), малую значимость коэффициента поверхностного натяжения, а также допустим, что масса воздуха в поре незначительна по сравнению с массой газа, поставляемого источником. Поскольку вязкость на разных этапах процесса (при медленном нагревании смеси стекла и мела) оказывает разный вклад, мы учтем ее в общем уравнении. Тогда (4.55) будет иметь вид:

$$\left( p_0 - \frac{\alpha t}{R^3} \right) + \nu \left[ \frac{1}{\frac{dR}{dt}} \cdot \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{2}{3R} \cdot \frac{dR}{dt} \right] = 0 \quad (4.65)$$

Перепишем уравнение (4.65) в привычных обозначениях операторов производной (с помощью штриха), умножив дополнительно левую и правую

части на  $R^3 \frac{dR}{dt}$  :

$$R^3 R'' + \frac{2}{3} (RR')^2 + \frac{P_0}{\nu} R^3 R' = \frac{\alpha'}{\nu} R't \quad (4.66)$$

Замкнуть это уравнение поможет система начальных условий:

$$t = 0: R(0) = R_0, R'(0) = 0 \quad (4.67)$$

где  $R_0$  – начальный размер поры, а  $R'(0)$  – скорость роста поры в начальный момент времени. По данным наших исследований начальный размер поры составляет  $R(0) = R_0 \approx 0,1$  мм.

При исследовании уравнения (4.66) требуется внести значения параметров модели, но если  $P_0$  – атмосферное давление известно, то динамическая вязкость  $\nu$  очень значительно меняется в процессе нагрева, и коэффициент активности источника  $\alpha'$  требует также своей оценки.

Попробуем оценить коэффициент  $\alpha$  из следующих соображений.

В нашем эксперименте масса мела составляет  $m = 0,8$  г. При разложении согласно уравнению реакции выделяется углекислота  $CO_2$ .

Подсчитаем массу молекул углекислоты, приходящихся на 1 пору за время работы источника. Для этого подсчитаем сначала количество молекул мела  $N_{\text{мела}}$ , которые и определяют количество молекул углекислоты. Зная массу мела с молекулярной формулой  $CaCO_3$  и его молекулярный вес  $M_{\text{мела}} = 100 \text{ г/моль}$ , найдем:

$$N_{\text{мела}} = \frac{m}{M_{\text{мела}}} \cdot N_a = \frac{0,8}{100} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \approx 4,82 \cdot 10^{21}, \quad (4.68)$$

где  $N_a = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  – число Авогадро.

Так как по реакции выделения углекислоты на 1 молекулу мела приходится 1 молекула  $\text{CO}_2$ , то число молекул углекислоты  $N_{\text{CO}_2} = 4,82 \cdot 10^{21}$ . Тогда масса

углекислоты с учетом молярной массы ( $M_{\text{CO}_2} = 44 \text{ г/моль}$ ):  $m_{\text{CO}_2} = M_{\text{CO}_2} \cdot \frac{N_{\text{CO}_2}}{N_a} = 0,35 \text{ г}$ .

Количество пор на  $1 \text{ см}^2$   $N=26$ , следовательно, в единице объема ( $1 \text{ см}^3$ ) таких пор будет  $N\sqrt{N}$ , а в шихте размерами  $5 \times 5 \times 5 \text{ см}^3$  таких пор будет  $N\sqrt{N} \cdot 125 \approx 16572$ . Тогда масса углекислоты, приходящаяся на одну пору:

$m_p = \frac{m_{\text{CO}_2}}{16572} = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ г}$ . Считая закон действия источника линейным  $m_p = j \cdot t$  и за

время работы источника  $t \approx 500 \text{ с}$  реакция разложения вещества закончена (мел полностью разложился), то оценка интенсивности источника:

$j = \frac{2,1 \cdot 10^{-5}}{500} \approx 4,2 \cdot 10^{-8} \text{ г/с}$ . Так как активность источника  $\alpha' = \frac{j\tilde{R}T}{\frac{4}{3}\pi M_2}$ , где

$M_2 = 44 \text{ г/моль}$  – молярная масса источника газа (углекислоты  $\text{CO}_2$ ), то подставив полученные числовые значения, получим значение активности источника:

$$\alpha' = \frac{j\tilde{R}T}{\frac{4}{3}\pi M_2} \approx \frac{4,2 \cdot 10^{-8} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 1000^0 \text{ К}}{\frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 44 \text{ г/моль}} \approx 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$$

Полученное значение активности является приблизительным (порядковым), завышенным. Поэтому при анализе модели следует параметр активности

источника менять в диапазоне значений:  $10^{-6} \leq \alpha' \leq 10^{-7} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$ .

В модели также можно учесть тот факт, что коэффициент динамической вязкости меняется с температурой, а следовательно, и во времени процесса  $\nu(t)$ . В этом случае уравнение (4.66) с учетом начальных условий имеет вид:

$$R^3 R'' + \frac{2}{3} (RR')^2 + \frac{P_0}{\nu(t)} R^3 R' = \frac{\alpha'}{\nu(t)} R't \quad (4.69)$$

$$t = 0: R(0) = R_0, R'(0) = 0 \quad (4.70)$$

Коэффициент динамической вязкости в процессе находится довольно в широком диапазоне изменения:  $10^3 \leq \mu \leq 10^8$  (Па·с),  $\tau_2 \approx 1000$  (с). С уменьшением вязкости на процесс роста поры существенное влияние оказывает внешнее давление.

С учетом вышесказанного уравнение (4.55) преобразуется к виду:

$$R'' + \frac{2(R')^2}{3R} = R' \left( \frac{c \cdot t + k}{R^3} - b \right), \quad (4.71)$$

Исследуем уравнение (4.71) на этапе работы источника:  $T \geq 800^\circ \text{C}$ . Будем считать, что активность источника высока и выполняется неравенство  $c \cdot t \gg k$ . Такое упрощение вполне оправдано, т.к. активный рост пор начинается именно благодаря включению источника. Тогда уравнение (4.71) примет вид:

$$R'' + \frac{2(R')^2}{3R} = R' \left( \frac{c \cdot t}{R^3} - b \right), \quad (4.72)$$

с начальными условиями:

$$t = 0: R(0) = R_0 = 10^{-1} \text{ мм}, R'(0) = 0 \quad (4.73)$$

Оценка активности источника показала, что его значение может находиться в пределах:

$$0 \leq \alpha' \leq 10^{-6} \frac{\text{Дж}}{\text{с}} . \quad (4.74)$$

Если подставить в параметр  $c = \frac{\alpha'}{\nu}$  величину вязкости, найдем, что возможные значения величины:  $0 \leq c \leq 1, \text{ мм}^3/\text{с}^2$ . Параметр  $b = \frac{p_0}{\nu}$  также может меняться согласно неравенству  $b \geq 100 \text{ с}^{-1}$  (при фиксированном внешнем давлении).

Исследование уравнения (4.72) численными методами помогает получить следующие графические зависимости для различных значений активности источника при  $b = 100 \text{ с}^{-1}$  (рисунок 4.10):

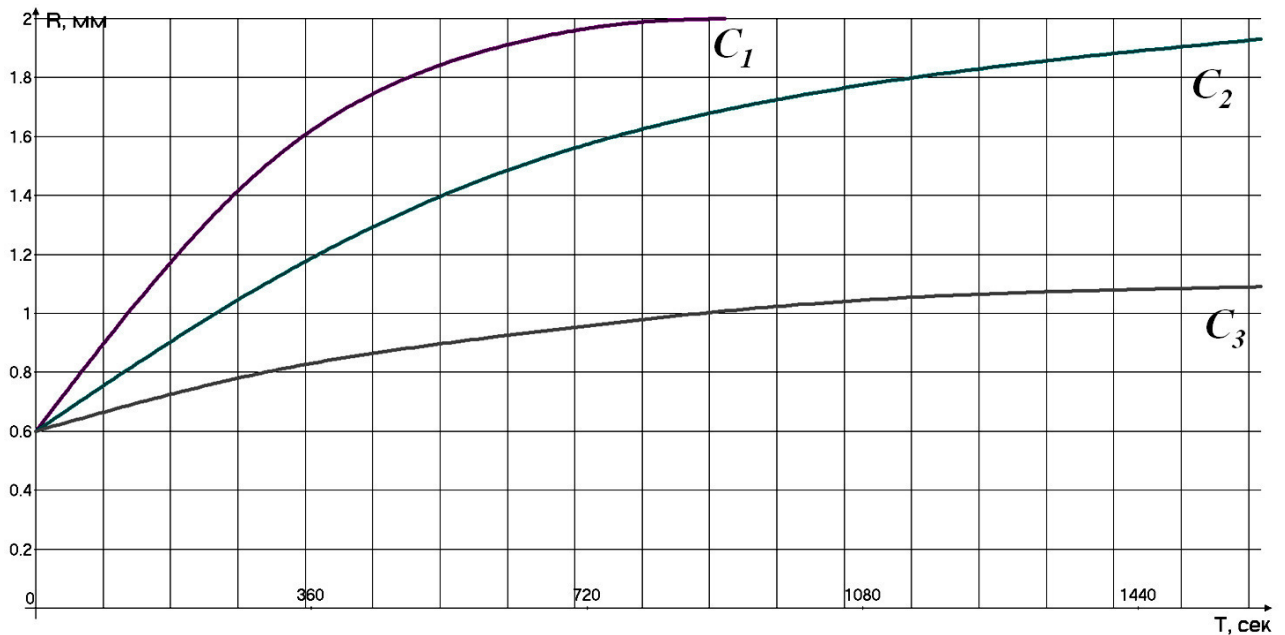


Рисунок 4.10 – Графические зависимости для различных значений активности источника при  $b = 100 \text{ с}^{-1}$ ,  $C_1 = 1 (\text{мм}^3/\text{с}^2)$ ;  $C_2 = 0,5 (\text{мм}^3/\text{с}^2)$ ;  $C_3 = 0,1 (\text{мм}^3/\text{с}^2)$

Как следует из графиков, повышение активности источника снижает время процесса формирования поры. В соответствии с этим при изменении параметра

$C$  ( $\text{мм}^3/\text{с}^2$ ), который учитывает влияние активности источника газообразования от вязкости расплава сырьевой смеси, изменяется время формирования поры с заданным радиусом. В свою очередь, коэффициент активности источника  $\alpha'$  на прямую зависит от массы газообразного продукта реакции термического разложения газообразователя и его интенсивности, что отражает физическую картину процесса формирования пористой структуры пеностекла.

Представим результаты получения поры нужных размеров в виде таблицы 4.2.

Таблица 4.2 – Показатели времени образования пористой структуры с заданными размерами пор в зависимости от активности источника газообразования

Активность, $\text{мм}^3/\text{с}^2$	Время образования поры, $\text{с}$		
	$R=1 \text{ мм}$	$R=2 \text{ мм}$	$R=3 \text{ мм}$
0,5	200	1600	5400
1	100	800	2700
2	50	400	1300

Как следует из таблицы, увеличение радиуса поры до 2 мм занимает в 8 раз больше времени, чем для формирования поры в 1 мм, а для формирования поры 3 мм – в 27 раз.

Анализируя уравнение (4.72) по порядковым величинам, получим оценочную взаимосвязь времени второй стадии процесса:

$$t \approx \frac{P_0}{\alpha'} R^3 \quad (4.75)$$

Уравнение (4.75) показывает, что на рассматриваемой стадии процесса время определяется атмосферным давлением, интенсивностью источника и необходимым размером поры. Зависимость времени процесса от радиуса поры находится в кубической степени.

Сделаем оценку времени процесса для получения пор радиусом  $R=1 \text{ мм}$ , 2 мм, 3 мм. Введем значения параметров:  $P_0 = 10^5 (\text{Па})$ ,  $\alpha' = 10^{-6} (\text{Дж}/\text{с})$  –



максимальное значение коэффициента активности источника. Тогда (4.75) будет иметь вид:

$$t \approx 10^2 \cdot R^3 \quad (4.76)$$

Из (4.76) следует соответствие оценочных результатов с представленным табличным решением задачи модели.

#### 4.5 Выводы по главе

Из предложенной математической модели формирования пористой структуры в расплаве стекла и мела можно сделать следующие выводы:

1. Время, необходимое для формирования нужной пористой структуры в расплаве сырьевой смеси, определяется суммарным временем процессов: временем доведения сырьевой смеси до температуры, которая запускает механизм газообразования в источниках, и временем формирования пор необходимых размеров.

2. Показано, что на первом этапе при формировании пор значительную роль играет высокая вязкость расплава стекла. С учетом поверхностного натяжения и высокой вязкости пора формируется в виде сферы.

3. Поверхностное натяжение расплава стекла не влияет на процесс роста поры, т.к. было показано, что лапласово давление на 2–3 порядка меньше атмосферного давления.

4. На втором этапе процесса формирования пор вязкость значительно снижается, и на действие механизма формирования поры оказывают влияние активность источника газообразования и внешнее давление. При этом зависимость времени процесса становится пропорциональной кубу размера поры и пропорциональной внешнему давлению и обратно пропорциональной активности источника.

5. Исходя из зависимости (4.72) можно предположить, что при увеличении давления в камере печи формируется достаточное количество газовой фазы внутри поры, на этапе активации газообразования следует снизить давление внутри камеры печи, и в соответствии с зависимостью (4.75) во столько же раз уменьшится время образования поры заданного размера.

6. Разработанная математическая модель роста радиуса поры в пеностекле не рассматривает физико-химические особенности формирования пор в приповерхностных слоях материала в связи с тем, что количество источников газообразования на участках в приповерхностных слоях материала во много раз меньше по сравнению со всем объемом пеностекла.

7. При математическом моделировании принимаем интенсивность источника газообразования  $j$  как постоянную по времени величину, что требует экспериментального подтверждения. Вместе с тем, при установлении иной зависимости  $j$  в ходе экспериментальных исследований, данный фактор необходимо учесть в зависимости (4.66).

8. Показано, что рациональным временем для формирования пористой структуры пеностекла является время, которое лимитируется активностью источника газообразования, то есть, когда источник перестает быть активным и термическое разложение газообразователя останавливается, необходимо переходить к следующему этапу термической обработки пеностекла - к стадии отжига.

## **ГЛАВА 5. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ПОЛУЧЕНИЯ ПЕНОСТЕКЛА НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ. СЕТЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Метод сетевого планирования и управления (СПУ) [69; 70] получил всеобщее признание и широкое распространение в тех областях деятельности, которые непосредственно связаны с планированием, организацией и контролем сложных комплексов работ (процессов), выполняемых в жестко определяемые сроки. Данный метод является эффективным средством в планировании и управлении технологическими процессами и операциями, отличаясь вместе с тем простотой и доступностью. Именно поэтому метод СПУ рекомендован к применению, как в народном хозяйстве, так и в бизнесе.

При производстве и отладке технологических операций и процессов метод сетевого планирования и управления может быть достаточно полно использован в ходе моделирования последовательно реализующихся технологических операциях и отдельных стадий технологии пеностекла.

Применение метода СПУ в сравнении с традиционно сложившимися методами планирования различных технологических операций и стадий имеет ряд преимуществ [42; 71; 90; 104]:

- 1) повышение качества планирования и управления при реализации технологических операций;
- 2) наглядность представления комплекса последовательно выполняемых и взаимосвязанных стадий и операций в рамках технологического цикла;
- 3) возможность выявления наиболее важных задач и стадий, определять временные параметры их реализации;
- 4) возможность выявления резервов времени, ресурсов и их оптимальное использование в целях выполнения технологических операций в более сжатые сроки, чем это определено директивными показателями;
- 5) возможность четко координировать воздействие всех внешних возмущений и воздействий на внутренние параметры технологической системы.

## 5.1 Основные понятия и элементы сетевого моделирования

Сетевое планирование (сетевые методы планирования и управления) – совокупность методов, использующих сетевую модель как основную форму представления информации об исследуемом (управляемом) процессе [42; 71; 90; 100].

Построение сетевой модели технологических процессов сводится к отображению в виде специального ориентированного графа множества событий и естественного порядка самих технологических процессов, а также некоторой необходимой числовой информации (например, время выполнения каждой технологической операции, ресурсы времени и энергии).

Ориентированный граф [64] – граф, каждому ребру которого приписана ориентация. Ориентированный граф задается множеством вершин и набором упорядоченных пар вершин, называемых дугами. Число дуг, исходящих из вершины, называется полустепенью исхода, а число дуг, входящих в вершину, – полустепенью захода данной вершины. Чередующаяся последовательность вершин и дуг называется (ориентированным) маршрутом. Маршрут называется замкнутым, если его первая и последняя вершины совпадают. Маршрут называется цепью, если все его ребра различны, и простой цепью, если все его вершины различны. Путь – это маршрут, в котором все вершины различны. Контур – это нетривиальный (т.е. содержащий хотя бы одну дугу) замкнутый маршрут, у которого все вершины различны, кроме первой и последней.

Первая работа по теории графов была написана выдающимся русским математиком, членом Санкт-Петербургской академии наук Леонардом Эйлером в 1736 году. Спустя два века, в 1936 году, венгерский математик Денеш Кениг ввел в оборот термин «граф».

Применение метода сетевого планирования и управления (СПУ) для планирования конкретного технологического процесса приведено на рисунке 5.1 [71].

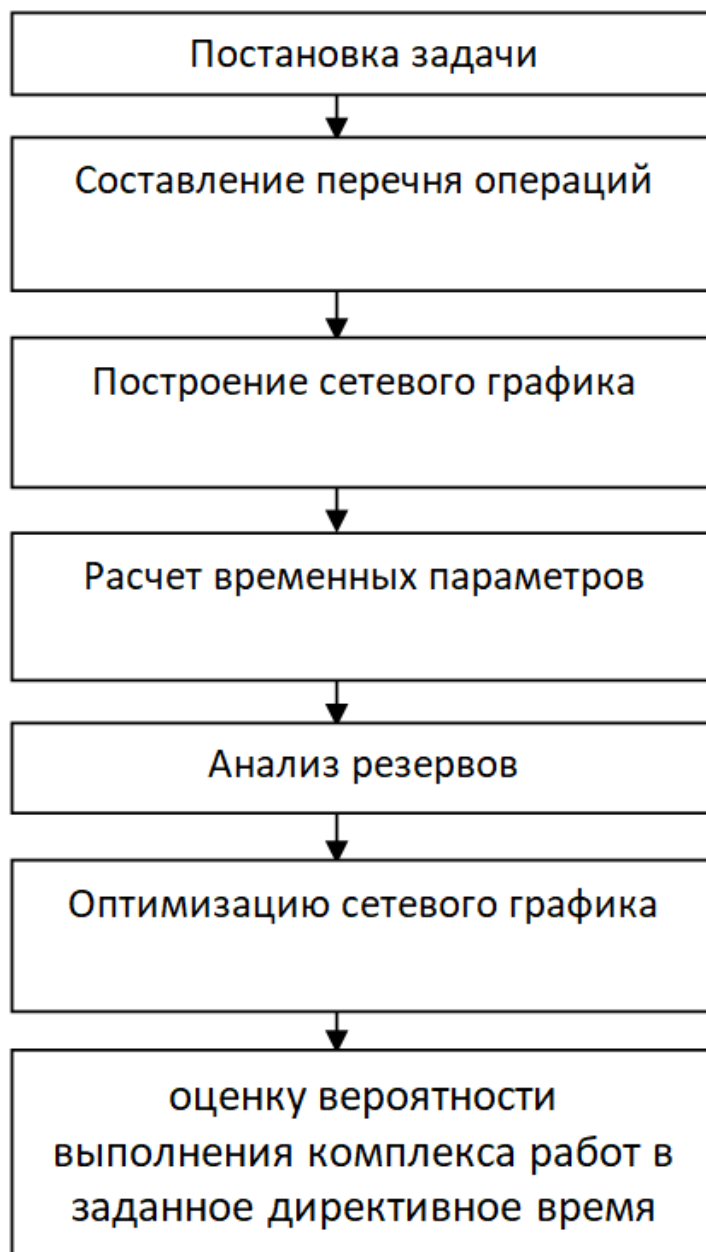


Рисунок 5.1 – Этапы моделирования технологического процесса с применением метода СПУ

При этом постановка задачи заключается в формулировании цели, замысла реализации и содержания планируемого технологического цикла или процесса в целом, определении его параметров и времени, обеспечивающих выполнение данных технологических операций. Кроме того, сюда входит описание требуемой последовательности всех технологических операций, их взаимосвязи и взаимодействия.

Перечень технологических операций представляется обычно в виде таблицы, в которой с детализацией, соответствующей уровню органа управления, указываются наименование технологической операции, коды, время ее выполнения и дисперсия времени выполнения операции. При этом время выполнения технологической операции оценивается по опытным или нормативным данным. Что касается времени выполнения технологической операций, планируемых впервые, то оно определяется экспертным путем. Обычно применяют две оценки [71]:

–  $t_{min}$  – минимальное время выполнения технологической операции (оптимистическая оценка);

–  $t_{max}$  – максимальное время выполнения технологической операции (пессимистическая оценка).

Среднее время  $t_{cp}$  и дисперсию времени выполнения технологической операции  $\sigma^2(t)$  рассчитывают по формулам (5.1) и (5.2) [71]:

$$t_{cp} = \frac{3t_{min} - 2t_{max}}{5}; \quad (5.1)$$

$$\sigma_t^2 = \left( \frac{t_{min} - t_{max}}{5} \right)^2; \quad (5.2)$$

Среднее время выполнения технологической операции используется для построения сетевого графика и расчета его временных параметров. Что касается дисперсии времени, то она необходима для определения вероятности выполнения технологической операции в заданное директивное время.

В некоторых случаях вместе с оценками минимального и максимального времени на основе опыта бывает известно время выполнения технологических операций в наиболее типичных, наиболее вероятных условиях  $t_{нв}$ . Для таких условий среднее время и дисперсию времени рассчитывают по формулам (5.3) и (5.4) [71]:

$$t_{CP} = \frac{t_{\min} + 4t_{HB} + 2t_{\max}}{6}; \quad (5.3)$$

$$\sigma_t^2 = \left( \frac{t_{\max} - t_{\min}}{6} \right)^2. \quad (5.4)$$

В общем виде сетевой график как адекватная сетевая модель комплекса технологических операций представляет собой ориентированный граф, отображающий отношения предшествования между отдельными технологическими операциями комплекса и характеризующий последовательность их выполнения. Основными элементами сетевого графика являются [42; 90]:

- технологические операции, изображаемые стрелками;
- этапы технологического процесса, обозначаемые кружками.

Операции, протекающие во времени и представляющие собой технологический процесс или ожидание, требующие реальных затрат времени или ресурсов, называют действительными технологическими операциями и изображают сплошными прямолинейными, ломаными или дуговыми стрелками. Наряду с действительными технологическими операциями в СПУ имеют место так называемые фиктивные технологические операции, не требующие затрат труда и времени, но указывающие на связь между отдельными технологическими операциями или изменение параметров с одной технологической операции на другую, например, что одна технологическая операция может начаться лишь после завершения другой. Фиктивные технологические операции принято изображать на сетевом графике пунктирными стрелками.

Под этапами понимается результат произведенной технологической операции. Этапы не имеют продолжительности. Они характеризуют лишь состояние процесса выполнения технологической операции и объясняют смысл момента начала или окончания технологической операции. Например, применительно к технологической операции «Гомогенизация шихты для производства пеностекла» этапами, определяющими состояние этой

технологической операции, будут: начальное событие – «Гомогенизация начата»; конечное – «Гомогенизация закончена». Все этапы на сетевом графике нумеруются числами натурального ряда:  $1, 2, \dots, i, \dots, j, \dots$ . Работа кодируется двумя числами – номерами начального и конечного этапа для данной технологической операции, например, работы  $(1,3)$ ,  $(7,12)$ , или в общем виде работа  $(i,j)$ . Нумерацию этапов и кодирование работ выполняют после построения сетевого графика [71].

Этап, за которым непосредственно начинается технологическая операция, называется начальным для данной технологической операции и обозначается символом  $i$ . Этап, которому непосредственно предшествует данная технологическая операция, называется конечным для данной технологической операции и обозначается символом  $j$ .

Этап, располагающийся в сети непосредственно перед данным этапом так, что между ними нет никаких промежуточных этапов, называется предшествующим. Этап, располагающийся в сети непосредственно после данного этапа так, что между ними нет никаких промежуточных этапов, называется последующим.

Самый первый этап в сети, не имеющий предшествующих ему этапов и означающий начало выполнения всего комплекса технологических операций, называется исходным. Этап в сети, не имеющий последующих этапов и означающий окончание выполнения всего комплекса технологических операций, достижение конечной цели, называется завершающим.

## **5.2 Специфика разработки сетевого графика технологического процесса**

Построить сетевой график, на котором правильно отображаются взаимосвязи отдельных процессов, последовательность их выполнения, можно только на основе четкого представления об организации выполнения всего планируемого технологического процесса. Опыт показывает, что специалисты, имеющие достаточные навыки в выполнении тех или иных мероприятий



практического порядка, могут правильно формулировать цель, замысел и содержание планируемого технологического процесса, определять необходимые средства и исполнителей. Кроме того, они в состоянии составить перечень этапов, дать оценку времени выполнения этапов и воплотить в сетевом графике замысел, взаимосвязи и последовательность выполнения технологических операций. В любом случае построению сетевого графика предшествует подготовительная работа с участием специалистов, обладающих достаточным опытом.

Учитывая тот факт, что сетевой график представляет собой строго ориентированный граф и имеет определяющее значение для расчета временных параметров на ЭВМ, то следует соблюдать правила построения сетевого графика [71]:

- 1) график строят слева направо, от исходного до завершающего этапа;
- 2) график должен иметь по возможности простую форму без лишних пересечений;
- 3) все процессы изображают стрелками произвольных длины и направления так, чтобы обеспечить максимальную наглядность изображения комплекса технологических операций;
- 4) каждый процесс заключается между двумя этапами: начальным и конечным;
- 5) на графике не должно быть этапов, в которые не входит ни один процесс (кроме исходного процесса);
- 6) на графике не должно быть двух и более процессов с одинаковым кодом;
- 7) между любой парой этапов может проходить только один процесс;
- 8) на графике не должно быть тупиков, то есть этапов, из которых не выходит ни один процесс (кроме завершающего этапа);
- 9) наличие тупиков указывает на то, что выполнение процессов, предшествующих этому (тупиковому) этапу, для достижения цели необязательно;
- 10) на графике не должно быть замкнутых контуров, все процессы (стрелки) должны иметь направление от исходного этапа к завершающему.

После построения сетевого графика производится ранжирование процессов и нумерация этапов. При этом процессы, выходящие из исходного этапа, относят к первому рангу и помечают I, процессы, выходящие из этапов, в которые вошли процессы первого ранга, относят ко второму рангу и помечают II и т.д. Этапы нумеруются числами натурального ряда, начиная с исходного и далее в порядке рангов, а в одном и том же ранге – сверху вниз, номер последующему этапу присваивается после нумерации предшествующего этапа. Если в этап входят несколько процессов с различными рангами, то выходящие из него процессы должны иметь ранг, следующий за наибольшим рангом процессов, входящих в этот этап. Если в этап входят несколько процессов с различными рангами, то выходящие из него процессы должны иметь ранг, следующий за наибольшим рангом работ, входящих в этот этап [42; 90].

В ряде случаев для наглядности строят масштабные сетевые графики. С этой целью внизу под самым графиком наносится ось времени, а процессы располагаются в соответствии со временем их наступления. Над каждой стрелкой – процессом на графике указывают среднее время выполнения работы  $t_{\text{раб}}$ , под стрелкой – другие ключевые параметры процесса, определяющие его эффективность. Чтобы сетевой график был более нагляден, над стрелками надписывают краткие наименования процессов [42; 90].

### **5.3 Основные параметры сетевого графика при моделировании технологического процесса**

Подобно тому, как для отдельной технологической операции характеристиками ее служили среднее время и дисперсия времени ее выполнения, для сетевого графика основными характеристиками являются время и дисперсия времени выполнения комплекса технологических операций в целом. Кроме этого, важно учесть резервы времени для использования их в целях сокращения времени производства комплекса технологических операций.

Вместе с тем для определения времени выполнения такого комплекса технологических операций необходимо знать продолжительность полных путей, т.е. любых возможных путей, от исходного до завершающего этапа.

Продолжительностью полного пути является сумма среднего времени выполнения технологической операции на данном пути, т.е. [42; 90]:

$$T(L_k) = \sum_{(i,j) \in L_k} t_{CP}(i,j) \quad (5.5)$$

При построении сетевого графика необходимо иметь в виду, что среди полных путей находится один (или несколько), имеющий наибольшую продолжительность. Такой полный путь с максимальной продолжительностью называется критическим путем и обозначается  $L_{KP}$ . Продолжительность критического пути, в свою очередь, называется критическим временем  $T_{KP}$ , равным [42; 90]:

$$T_{KP} = \max T(L_k) = \max \sum_{(i,j) \in L_k} t_{CP}(i,j) \quad (5.6)$$

Понятия критического пути и критического времени в СПУ имеют большое значение. Действительно, критическое время представляет собой среднее время выполнения комплекса технологических операций. Чтобы сократить время выполнения всего комплекса технологических операций, необходимо, прежде всего, изыскать пути уменьшения времени на критическом пути. Кроме того, при управлении комплексом технологических операций в ходе реализации наибольшее внимание следует уделять контролю за выполнением технологических операций на критическом пути.

Полагая распределение времени выполнения комплекса технологических операций нормальным со средним значением  $t_{CP}$  и дисперсией критического времени [42; 90]:

$$\sigma^2(T_{KP}) = \sum_{(i,j) \in L_k} \sigma^2[t(i,j)] \quad (5.7)$$

где  $\sigma^2[t(i,j)]$  – дисперсия времени выполнения технологических операций  $(i,j)$ , находящейся на критическом пути  $L_k$ ;  $\sum_{(i,j) \in L_k} \sigma^2[t(i,j)]$  – сумма дисперсий времени  $T_{KP}$  выполнения технологических операций, принадлежащих критическому пути, можно дать оценку вероятности выполнения комплекса технологических операций в заданное директивное время  $T_\delta$ .

Принято вероятность выполнения комплекса технологических операций в директивное время рассчитывать с помощью функции Лапласа для нормального распределения, приведенной по формуле [42; 90]:

$$P(T_{KP} < T_\delta) = \Phi\left(\frac{T_\delta - T_{KP}}{\sigma(T_{KP})}\right) \quad (6.8)$$

С тем, чтобы повысить вероятность выполнения комплекса технологических операций в заданные директивные сроки, необходимо стремиться к сокращению критического времени и времени выполнения технологических операций на критическом пути. Для решения данной проблемы, прежде всего, важно установить резервы времени, имеющиеся на работах и полных путях сетевого графика. Причем расчет резервов времени требует знания ранних и поздних сроков наступления этапа.

В частности, ранний срок наступления этапа  $j$  определяется максимальной продолжительностью пути до этапа  $i$ , предшествующего этапу  $j$ , плюс продолжительность технологической операции  $(i,j)$  [42; 90]:

$$t_p(i) = \max_{i < j} \langle t_p(i) + t(i,j) \rangle \quad (5.9)$$

Так как путей, предшествующих этапу  $i$ , может быть несколько, то ранним сроком наступления этапа  $i$  будет тот, который имеет наибольшую продолжительность.

Поздний срок наступления этапа  $i$  определяется разностью между критическим временем и максимальной продолжительностью пути, следующего за этапом  $i$ , т.е. [42; 90]:

$$t_n(i) = T_{KP} - \max \langle t[L_c(i)] \rangle \quad (5.10)$$

где  $t[L_c(i)]$  – продолжительность пути от этапа  $i$  до завершающего этапа.

Так как путей, следующих за этапом, может быть несколько, то из значения критического времени следует вычитать продолжительность того пути, для которого она будет наибольшей.

Или же поздний срок наступления этапа можно рассчитать по формуле [42; 90]:

$$t_n(i) = \min_{i>j} \langle t_n(j) - t(i, j) \rangle \quad (5.11)$$

Резерва времени этап на критическом пути не имеют. В отличие от этого этапа на некритических путях имеются резервы времени, которые могут быть найдены для каждого этапа как разности между поздним и ранним сроками их наступления [42; 90]:

$$R(i) = t_n(i) - t_p(i) \quad (5.12)$$

Резерв времени этапа  $R(i)$  показывает, на какой срок можно задержать наступление этапа, не вызывая увеличения времени выполнения всего комплекса технологических операций.

Для обстоятельного анализа сетевого графика необходимо знать не только резервы времени наступления всех этапов, но и резервы времени всех технологических операций и полных путей. При этом различают полный и свободный резервы времени технологических операций.

Полный резерв времени технологической операции  $(i, j)$  определяется в виде разности между поздним сроком наступления этапа  $j$  и ранним сроком наступления этапа  $i$  за вычетом среднего времени выполнения технологической операции  $(i, j)$  [42; 90]:

$$R_n(i, j) = t_n(j) - t_p(i) - t(i, j) \quad (5.13)$$

Полный резерв времени технологической операции показывает, насколько может быть увеличена ее продолжительность  $(i, j)$  или отсрочено ее начало. В то же время необходимо учитывать, что использование полного резерва на процессе  $(i, j)$  ликвидирует резервы времени на всех других процессах данного полного пути.

Свободный резерв времени технологической операции  $(i, j)$  определяют как разность между ранними сроками наступления этапа и за исключением среднего времени выполнения технологической операции  $(i, j)$  [42; 90]:

$$R_c(i, j) = t_p(j) - t_p(i) - t(i, j) \quad (6.14)$$

Свободный резерв времени показывает, насколько может быть увеличена продолжительность технологической операции  $(i, j)$  или отсрочено ее начало без изменения ранних сроков начала последующих технологических операций на данном полном пути.

Обычно резервы времени полных путей определяют в виде разности между критическим временем и продолжительностью полных путей, т.е. [42; 90]:

$$R(L_k) = T_{KP} - T(L_k) \quad (6.15)$$

Резерв времени полного пути свидетельствует о том, насколько можно увеличить продолжительность технологических операций на этом пути без увеличения критического времени выполнения комплекса технологических операций.

#### **5.4 Исследование сетевого графика при моделировании технологического процесса**

Прежде всего, нужно проверить правильность исходных данных, то есть оценок ожидаемой длительности выполнения технологических операций. Анализ сетевого графика планируемого комплекса технологических операций производят после перерасчета временных параметров, к которым относят критическое время, резервы времени работ, полных путей. На основании результатов анализа принимается решение на оптимизацию сетевого графика с целью сокращения времени выполнения комплекса технологических операций. В заключение дается оценка вероятности выполнения комплекса технологических операций в заданные директивные сроки и устанавливаются временные нормативы.

Анализ используемых в практике сетевых графиков и их временных параметров показывает, что при необходимости время выполнения комплекса технологических операций может быть уменьшено за счет сокращения времени их выполнения на критическом пути. При этом время выполнения технологических операций на некритических путях может остаться прежним или даже увеличиться без ущерба для общего времени их выполнения. Очевидно, сокращение или увеличение продолжительности технологических операций связано с возрастанием или уменьшением затрат сил и средств на эти операции. Возможность различных вариантов сетевого графика с неодинаковым уровнем затрат позволяет судить о возможности поиска оптимальных вариантов. При этом различают две постановки задачи оптимизации сетевого графика [42; 71; 90; 100]:

1. При заданной общей продолжительности построить сетевой график комплекса технологических операций, реализуемого с наименьшими затратами сил и средств.

2. При заданных затратах сил и средств или минимальном их увеличении построить сетевой график комплекса технологических операций, реализуемого в наиболее сжатые сроки.

При первой постановке задачи оптимизации необходимо таким образом составить сетевой график, чтобы при минимальных затратах средств и привлекаемых ресурсов обеспечить выполнение комплекса технологических операций в заданные сроки.

При второй постановке задачи оптимизации следует, используя штатные средства и силы, составить сетевой график, в соответствии с которым комплекс технологических операций будет выполнен в минимальное время. Данная постановка задачи встречается наиболее часто.

Построение оптимизированного сетевого графика следует начинать с выработки замысла реализации комплекса технологических операций штатными средствами. При этом необходимо тщательно продумать, какие средства должны быть назначены на каждую технологическую операцию, каким образом их распределить, в какой последовательности и взаимосвязи их реализовывать.

После составления перечня технологических операций, построения первого варианта сетевого графика целесообразно проанализировать его временные параметры и выявить резервы времени при выполнении технологических операций на некритических путях.

Оптимизация сетевого графика с целью сокращения времени выполнения комплекса технологических операций достигается рядом способов [42; 71; 90; 100]:

1. Заменой последовательности выполнения технологических операций на критическом пути параллельным.

2. Передачей ресурсов (средств, исполнителей) с операций на некритических путях на операции на критическом пути.



3. Привлечением для выполнения операции на критическом пути более высокопроизводительного оборудования и производительных средств.

4. Изысканием дополнительных ресурсов и их использованием, прежде всего, для усиления средств и сил на критическом пути.

Естественно, что в процессе построения оптимизированного сетевого графика испытываются несколько вариантов. В оптимизированном сетевом графике обычно изменяются временные параметры, число этапов и их нумерация. Последующий анализ, как правило, снова выявляет наличие резервов. Этот процесс продолжается до получения варианта, характеризующегося минимальным значением критического времени и максимальной вероятностью выполнения комплекса технологических операций в приемлемое время.

В литературе зачастую выделяют два основных метода сетевого анализа проектов [22]:

1. Метод критического пути – Critical Path Method (CPM) [229].
2. Метод оценки и обзора программы – Program Evaluation and Review Technique (PERT) [22].

Важной предпосылкой применения метода CPM является предположение о том, что время выполнения каждой технологической операции точно известно. В результате применения этого метода удастся получить ответы на следующие вопросы [229]:

1. За какое минимальное время можно реализовать технологический процесс?
2. В какое время должны начаться и закончиться отдельные этапы?
3. Какие технологические операции являются «критическими» и должны быть выполнены точно в установленное время, чтобы не было сорвано изготовление продукции?
4. На какое время можно отложить срок выполнения «некритической» операции, чтобы она не повлияла на время реализации технологического цикла в целом?

Метод PERT ориентирован на анализ таких процессов, для которых продолжительность выполнения всех или некоторых этапов не удастся определить точно; многие этапы не имеют аналогов, в результате чего возникает неопределенность в сроках реализации технологии в целом. Применение метода PERT позволяет получить ответы на следующие вопросы [22]:

1. Чему равно ожидаемое время выполнения технологической операции?
2. Чему равно ожидаемое время выполнения технологии в целом?
3. С какой вероятностью технологический процесс может быть выполнен за указанное время?

### **5.5 Сетевое моделирование технологического процесса получения пеностекла**

Рассматривая технологический процесс получения пеностекла, безусловно, необходимо отметить, что на всех этапах технологических операций во всей совокупности его комплекса он является сложной (большой) системой с присущими ему специфическими параметрами и условиями получения конечного продукта. Для управления такой системой необходимо знать ее свойства – такие как надежность, устойчивость, точность, помехозащищенность – в зависимости от параметров и структуры этой системы. Большинство современных сложных систем содержит большое количество различных случайных параметров, а эффективность их функционирования зависит от ряда случайных факторов. Таким образом, отсутствует необходимость говорить о том, что исследование таких технологических систем, в том числе технологий производства пеностекла, имеет большое научное и прикладное значения.

Для исследования будем рассматривать двухстадийный порошковый способ производства пеностекла. Для формализации технологических операций и этапов, на основе которых могут быть сформулированы операционные и функциональные задачи для различных отрезков времени, разобьем весь технологический процесс на несколько общих этапов, объединенных одной операционной задачей: этап проектирования технологического процесса; этап

подготовки стекольного порошка; этап подготовки шихты для получения пеностекла; этап высокотемпературной термической обработки пеностекла; этап подготовки готовой продукции (пеностекла). Для получения логико-математического описания этапов и алгоритмизации расчетов основных параметров этого процесса произведем декомпозицию общих этапов на более мелкие технологические операции, которые в них входят.

При разработке сетевой модели технологического процесса производства пеностекла по ходу реализации численных расчетов произведем параметрическое сравнение вклада в этап, на котором планируется весь технологический процесс с учетом математических моделей высокотемпературной термической обработки пеностекла и при классическом проектно-конструкторском планировании.

Этап подготовки стекольного порошка разделили на следующие технологические операции: сортировка стеклобоя; мойка стеклобоя; сушка стеклобоя; измельчение стеклобоя; тонкий помол стеклобоя. Показатели временных характеристик процесса рассчитывали из расчета на производство 1 м<sup>3</sup> пеностекла (таблица 5.1).

Этап подготовки шихты для получения пеностекла разделили на следующие технологические операции: дозирование компонентов шихты – помол пеностекольной шихты – перемешивание (гомогенизация) компонентов шихты – засыпка шихты в форму для вспенивания.

Этап высокотемпературной термической обработки пеностекла разделили на следующие технологические операции, которые отражают особенность двухстадийного порошкового способа производства пеностекла: нагрев шихты до температуры 800–850 °С с учетом циклического подвода тепла; вспенивание при 800–850 °С; стабилизация пористой структуры пеностекла; медленное охлаждение до 30–40 °С. Для этапа подготовки готовой продукции (пеностекла) было выделено две технологические операции: извлечение из форм пеностекла; опиловка готовой продукции.

Следует учесть следующие положения, которые непосредственно влияют на дальнейшее сетевое моделирование технологического процесса по производству

пеностекла, а именно все процессы реализуются последовательно, каждая технологическая операция активируется только после окончания предшествующего этапа технологического цикла, декомпозиция технологического этапа на процессы предусматривает те же принципы, что и для всего технологического этапа в целом. Каждый технологический процесс характеризуется двумя оценками по временным параметрам производства, а именно пессимистической ( $\min$ ) и оптимистической ( $\max$ ), для каждой технологической операции и этапа произведем расчет среднего времени ее выполнения и дисперсии.

На рисунке 5.2 представлен рабочий сетевой график технологического процесса производства пеностекла. На рисунке 5.3 представлен сетевой график технологического процесса производства пеностекла с учетом расчета необходимых параметров процесса, а именно среднего времени технологической операции  $t_{cp}$  и дисперсии времени выполнения операции  $\sigma^2(t)$ . На рисунке 5.3 представлен доработанный сетевой график технологического производства пеностекла с учетом применения математического моделирования. Параметры модернизированного сетевого графика технологического процесса производства пеностекла даны в таблице 5.2.

Таблица 5.1 – Параметры процессов исходного сетевого графика технологического процесса производства пеностекла

Наименование работы	Код	Время, мин.			D(t), мин. <sup>2</sup>
		$t_{min}$	$t_{max}$	$t_{cp}$	
Проектирование технологического процесса проектно-конструкторским методом	1,2	180	240	204	144
Подготовка стекольного порошка	2,8	107	184	137,8	52,76
Сортировка стеклобоя	2,3	25	40	31	9
Мойка стеклобоя	3,4	15	30	21	9
Сушка стеклобоя	4,5	20	30	24	4
Измельчение стеклобоя	5,6	12	24	16,8	5,76
Тонкий помол	6,7	35	60	45	25
Подготовка шихты для получения пеностекла	8,12	92	160	119,2	74,96
Дозирование компонентов шихты	8,9	6	15	9,6	3,24
Помол пеностекольной шихты	9,10	80	120	96	64
Перемешивание (гомогенизация) компонентов шихты	10,11	3	15	7,8	5,76
Засыпка шихты в форму для вспенивания	11,12	3	10	5,8	1,96
Высокотемпературная термическая обработка пеностекла	12,17	670	880	754	860
Нагрев шихты до температуры 800–850 °С	12,13	45	75	57	36
Вспенивание при 800–850 °С	13,14	15	45	27	36
Стабилизация пористой структуры пеностекла	14,15	30	40	34	4
Медленное охлаждение до 30–40 °С	15,16	580	720	636	784
Извлечение из форм	16,17	5	7	5,8	0,16
Опиловка готовой продукции	17,18	5	10	7	1

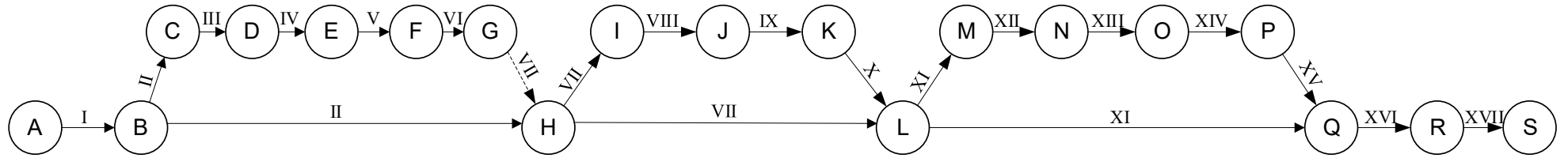


Рисунок 5.2 – Рабочий сетевой график технологического производства пеностекла

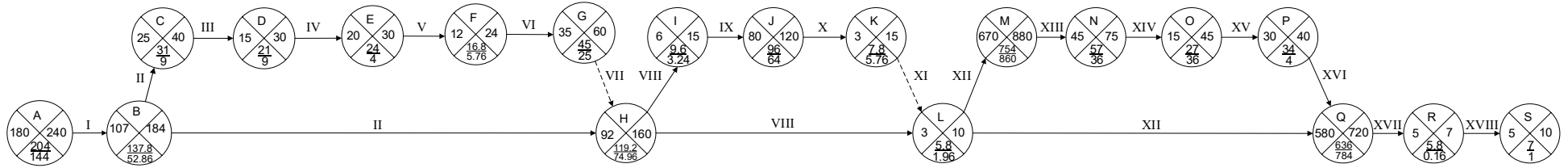


Рисунок 5.3 – Доработанный сетевой график технологического производства пеностекла

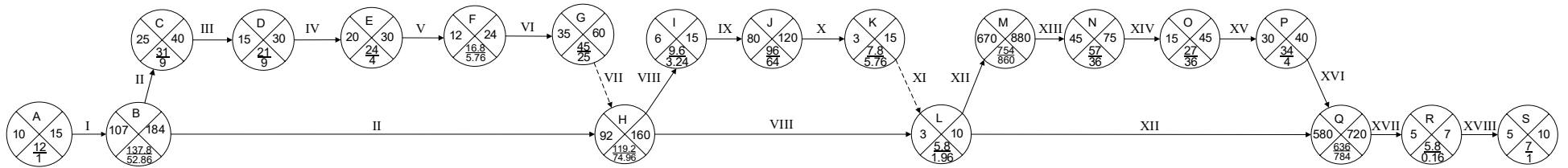


Рисунок 5.4 – Доработанный сетевой график технологического производства пеностекла с учетом применения математического моделирования

Таблица 5.2 – Параметры модернизированного сетевого графика технологического процесса производства пеностекла

Наименование работы	Код	Время, мин.			D(t), мин. <sup>2</sup>
		$t_{min}$	$t_{max}$	$t_{cp}$	
Проектирование технологического процесса проектно-конструкторским методом	1,2	10	15	12	1
Подготовка стекольного порошка	2,8	2,8	107	184	137,8
Сортировка стеклобоя	2,3	2,3	25	40	31
Мойка стеклобоя	3,4	3,4	15	30	21
Сушка стеклобоя	4,5	4,5	20	30	24
Измельчение стеклобоя	5,6	5,6	12	24	16,8
Тонкий помол	6,7	6,7	35	60	45
Подготовка шихты для получения пеностекла	8,12	8,12	92	160	119,2
Дозирование компонентов шихты	8,9	8,9	6	15	9,6
Помол пеностекольной шихты	9,10	9,10	80	120	96
Перемешивание (гомогенизация) компонентов шихты	10,11	10,11	3	15	7,8
Засыпка шихты в форму для вспенивания	11,12	11,12	3	10	5,8
Высокотемпературная термическая обработка пеностекла	12,17	12,17	670	880	754
Нагрев шихты до температуры 800–850 °С	12,13	12,13	45	75	57
Вспенивание при 800–850 °С	13,14	13,14	15	45	27
Стабилизация пористой структуры пеностекла	14,15	14,15	30	40	34
Медленное охлаждение до 30–40 °С	15,16	15,16	580	720	636
Извлечение из форм	16,17	16,17	5	7	5,8
Опиловка готовой продукции	17,18	17,18	5	10	7

В качестве функции принадлежности в сетевом моделировании при переходе технологических операций может быть использована плотность нормально-распределенной случайной величины.

В работе [156] отмечена аналогия между плотностью распределения случайной величины и функцией принадлежности. Поэтому при выполнении комплекса технологических операций необходимо рассматривать экспоненциальную функцию:

$$\mu_i = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t_k - t_{icp})^2}{2(\sigma)}\right), \quad (5.16)$$

где  $t$  – текущее значение реализации технологической операции;  $t_{icp}$  – среднее значение времени выполнения технологической операции  $[t_{i1}; t_{i2}]$ ;  $\sigma$  – дисперсия времени выполнения технологической операции.

Введем обозначение:

$$T_{Ai} = \frac{(t_k - t_{icp})}{2\sigma^2} \quad \text{при } t_k \in [t_{i1}; t_{i2}] \quad (5.17)$$

Тогда окончательно получим функцию принадлежности для комплекса технологических операций:

$$\mu_{Ai} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-T_{Ai}) \quad (5.18)$$

где  $i$  – номер технологической операции.

В свою очередь, справедливо от интервала значений  $t_k \in [t_{i1}; t_{i2}]$  для состояния  $V_i$  осуществить переход к оценочным параметрам интервала  $p_{icp}$  и  $\Delta p_i$ . Рассматривая технологический процесс получения пеностекла по временному параметру, необходимо иметь данные по среднему значению времени выполнения



технологической операции и дисперсию времени выполнения технологической операции.

Пусть  $t_k$  – временной параметр комплекса технологических операций и пусть задано множество значений состояния технологического процесса  $B_i$   $i=1, 2, \dots, n$ , каждому из которых соответствуют оценочные значения временного параметра технологической операции  $t_{i,cp}$  и  $\sigma$ . Тогда в случае если значение параметра технологической операции  $p_k$  одновременно принадлежит двум смежным состояниям  $B_i$  и  $B_{i+1}$ , то для интервала значений параметра технологической операции  $t_k \in [t_{i,cp}; t_{i+1,cp}]$  справедливо сопоставить промежуточное состояние технологической операции:

$$B_{i;i+1} = \frac{B_i}{1 + \frac{\sigma_i}{\sigma_{i+1}} \exp(T_i - T_{i+1})} + \frac{B_{i+1}}{1 + \frac{\sigma_{i+1}}{\sigma_i} \exp(T_{i+1} - T_i)}, \quad (5.19)$$

$$T_i = \frac{(t_k - t_{i,cp})}{2 \cdot \sigma_i^2}. \quad (5.20)$$

Пусть оценка промежуточного состояния будет рассчитана по формуле:

$$B_{i;i+1} = \frac{\mu_i B_i + \mu_{i+1} B_{i+1}}{\mu_i + \mu_{i+1}}, \quad (5.21)$$

$$\mu_i = \frac{1}{\sigma_i \cdot \sqrt{2\pi}} \exp(-T_i). \quad (5.22)$$

ИЛИ

$$B_{i;i+1} = \frac{\frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp(-T_i) B_i + \frac{1}{\sigma_{i+1} \sqrt{2\pi}} \exp(-T_{i+1}) B_{i+1}}{\frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp(-T_i) B_i + \frac{1}{\sigma_{i+1} \sqrt{2\pi}} \exp(-T_{i+1}) B_{i+1}}. \quad (5.23)$$

Произведем анализ дроби и разделим ее на два слагаемых:

$$I = \frac{\frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp(-T_i) B_i}{\frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp(-T_i) + \frac{1}{\sigma_{i+1} \sqrt{2\pi}} \exp(-T_{i+1})}, \quad (5.24)$$

тогда

$$II = \frac{\frac{1}{\sigma_{i+1} \sqrt{2\pi}} \exp(-T_{i+1}) B_{i+1}}{\frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp(-T_i) + \frac{1}{\sigma_{i+1} \sqrt{2\pi}} \exp(-T_{i+1})}. \quad (5.25)$$

Рассмотрим первое слагаемое и представим его в следующем виде:

$$I = \frac{\frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp(-T_i) B_i}{\frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp(-T_i) + \frac{1}{\sigma_{i+1} \sqrt{2\pi}} \exp(-T_{i+1})} = \frac{B_i}{1 + \frac{1}{\sigma_{i+1} \sqrt{2\pi}} \exp(-T_{i+1})}. \quad (5.26)$$

Аналогичное выполним и для второго слагаемого:

$$II = \frac{\frac{1}{\sigma_{i+1} \sqrt{2\pi}} \exp(-T_{i+1}) B_{i+1}}{\frac{1}{\sigma_{i+1} \sqrt{2\pi}} \exp(-T_{i+1}) \left( 1 + \frac{\sigma_i}{\sigma_{i+1}} \exp(T_i - T_{i+1}) \right)} = \frac{B_{i+1}}{1 + \frac{\sigma_i}{\sigma_{i+1}} \exp(T_i - T_{i+1})}. \quad (5.27)$$

Окончательно получим выражение:

$$B_{i,i+1} = \frac{B_i}{1 + \frac{\sigma_i}{\sigma_{i+1}} \exp(T_i - T_{i+1})} + \frac{B_{i+1}}{1 + \frac{\sigma_{i+1}}{\sigma_i} \exp(T_{i+1} - T_i)}. \quad (5.28)$$

На рисунке 5.5 представлены функции распределения времени реализации исходного и модернизированного сетевого графика технологического процесса производства пеностекла.

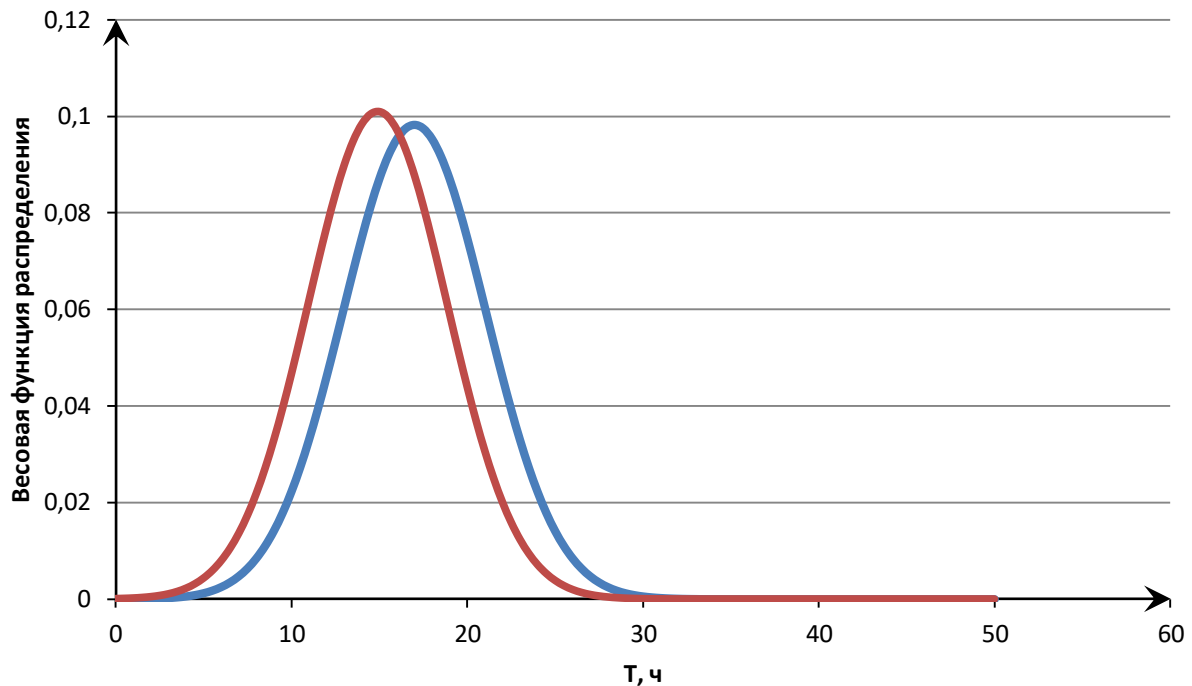


Рисунок 5.5 – Функции распределения времени реализации исходного и модернизированного сетевого графика технологического процесса производства пеностекла

Анализируя данные, представленные на рисунке, можно сделать вывод, что существенного изменения разброса данных по времени реализации сетевого графика не наблюдается, однако явно прослеживается смещение в меньшую сторону среднего времени, необходимого для реализации сетевого графика с использованием математической модели (красная линия) в сравнении с исходным сетевым графиком (синяя линия). Это факт определяет отсутствие влияния внедрения модели на возможную неопределенность необходимого времени работы, т.е. вероятностные характеристики каждого из укрупненных этапов работ остаются неизменными за исключением этапа, на котором применяется математическое моделирование физико-технических параметров конечного

продукта. В этой ситуации необходимо оценить, насколько улучшается процесс получения пеностекла за счет совершенствования этапа «Проектирование технологического процесса». Данную оценку необходимо представить в количественном и качественном виде, где количественный критерий – вероятность отклонения распределения времени работ двух сетевых графиков, а качественный критерий – интервальное значение D-функции Харрингтона, границы интервалов которой представлены на рисунке 5.6.

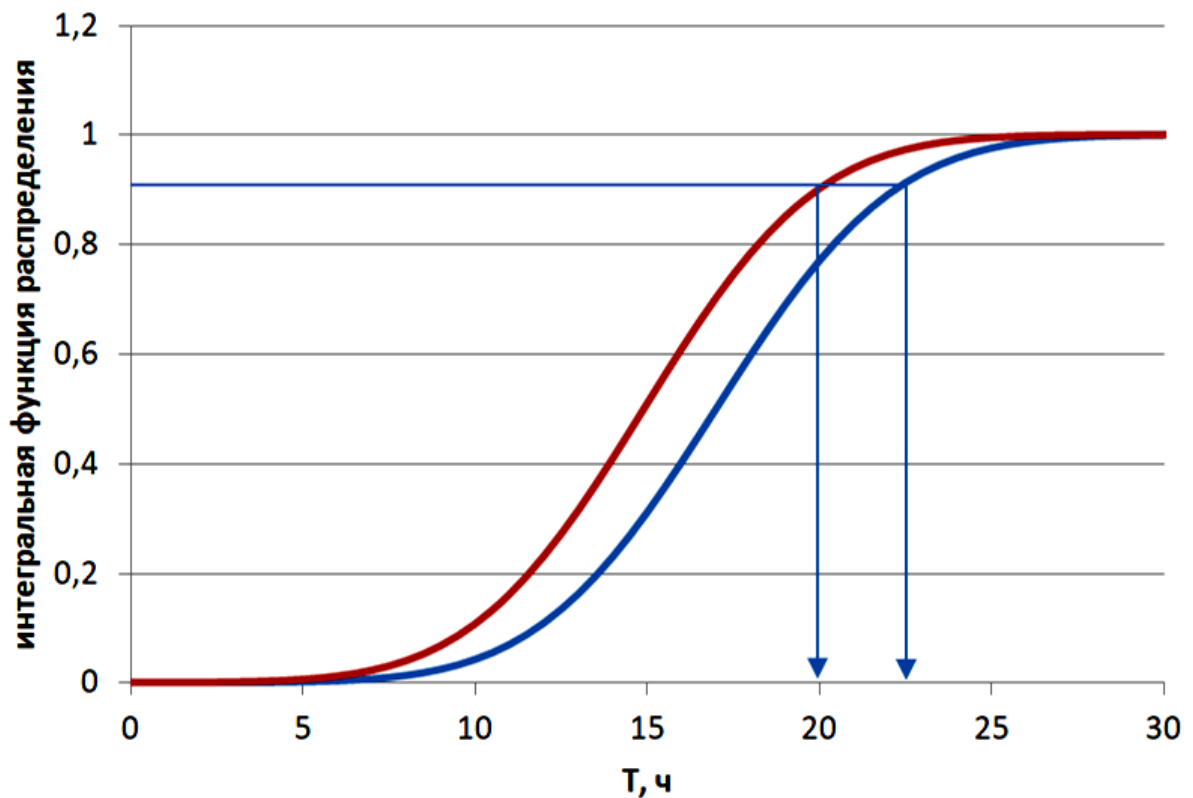


Рисунок 5.6 – Интегральная функция распределения времени выполнения цикла технологического процесса производства пеностекла

Количественной оценкой применения сетевого графика технологического процесса производства пеностекла является общее время реализации технологического процесса, полученное на основе наперед заданной вероятности. В выбранной постановке задачи сетевого моделирования на основе статистики распределения временных показателей отдельных технологических операций можно заключить, что при достоверности 0,9 – наперед заданной вероятности

время реализации рассматриваемого цикла технологического процесса без применения результатов математического моделирования составляет 22,2 часа (см. рисунок 5.6, синяя линия) и с применением результатов математического моделирования – 19,9 часов. На основе полученных данных можно сделать вывод, что время реализации технологического процесса снижается более чем на 10%. Полученная процентная характеристика является количественной оценкой повышения эффективности реализации технологического процесса по критерию времени выполнения. Для качественной оценки применим D функцию Харрингтона.

Одним из наиболее удобных способов построения обобщенного показателя эффективности сетевого моделирования при совершенствовании технологического процесса является функция желательности Харрингтона [72]. В основе построения этой обобщенной функции лежит идея преобразования натуральных значений частных показателей эффективности технологического процесса в безразмерную шкалу желательности или предпочтительности. Каждый частный показатель имеет свой физический смысл и свою размерность. Чтобы объединить различные показатели, прежде всего, приходится ввести для каждого из них некоторую безразмерную шкалу. Шкала должна быть однотипной для всех объединяемых факторов, это делает их сравнимыми. Выбор шкалы – задача, зависящая от априорной информации о частных факторах, а также от той точности, с которой определяется обобщенный признак.

Для построения шкалы желательности удобно использовать метод количественных оценок с интервалом значений желательности  $d$  от нуля до единицы, хотя возможны и другие варианты шкалы. Значение  $d=0$  (или  $D=0$ ) соответствуют абсолютно неприемлемому значению критерия, а  $d=1$  ( $D=1$ ) – самому лучшему значению, причем дальнейшее улучшение критерия или невозможно, или не представляет интереса. Промежуточные значения желательности и соответствующие им числовые отметки приведены в таблице 5.3.

Таблица 5.3 – Базовые отметки шкалы D функции Харрингтона

Количественная отметка на шкале желательности $D$	Желательность значения критерия $y$
0,80–1,00	Очень хорошо
0,63–0,80	Хорошо
0,37–0,63	Удовлетворительно
0,20–0,37	Плохо
0,00–0,20	Очень плохо

Построенная шкала  $D$  представляет собой безразмерную шкалу, при помощи которой отклик может быть преобразован так, чтобы его можно было интерпретировать в терминах полезности или желательности для любого специфического применения (рисунок 5.7).

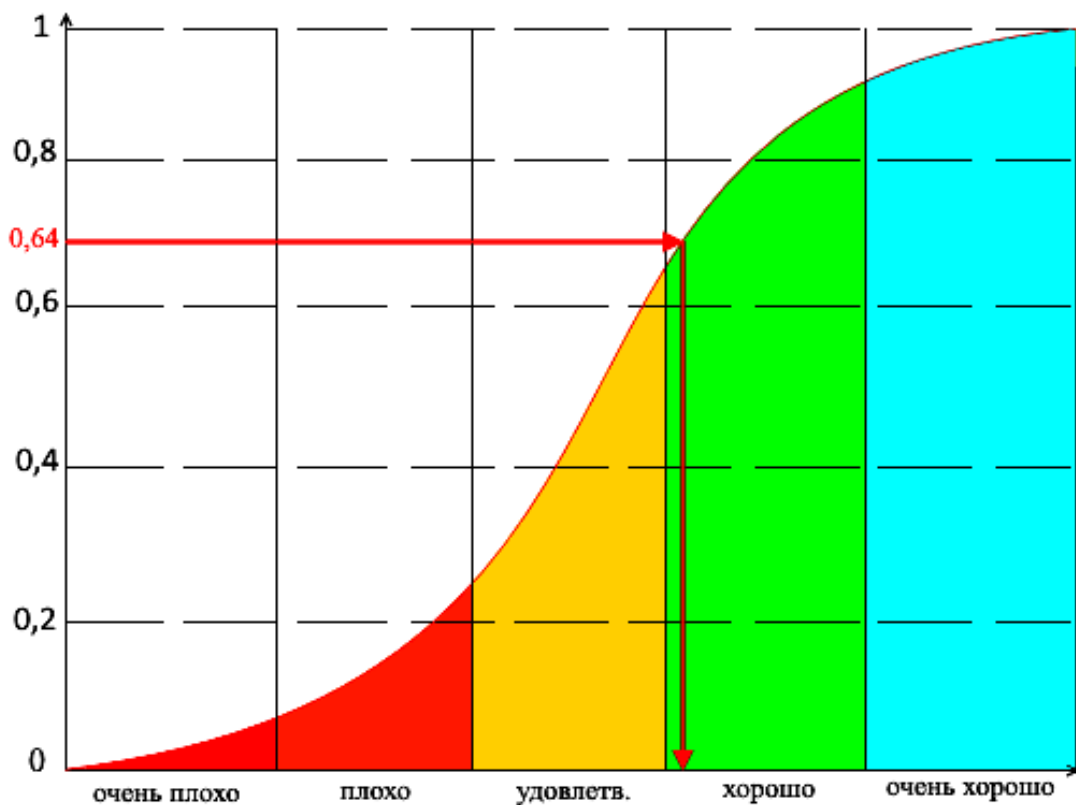


Рисунок 5.7 – Значения D-функции Харрингтона

Обобщенная функция желательности Харрингтона, представляющая собой среднее геометрическое желательностей отдельных параметров оптимизации  $K_i$ , в нашем случае временной параметр технологической операции:

$$D = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n K_i}, \quad (5.29)$$

где  $D$  – обобщенная желательность (значение интегрального показателя эффективности технологического процесса). В результате обобщенная функция желательности  $D$  оказывается единственным параметром оптимизации взамен многих.

Анализируя результаты, представленные на рисунке 5.7, можно сделать вывод, что интегральный показатель эффективности технологического процесса производства пеностекла с учетом использования на этапе планирования технологии математического моделирования макрофизических параметров процессов высокотемпературной термической обработки пеностекла составляет значение 0,64, что соответствует уровню «хорошо» по шкале D-функции Харрингтона.

Используя методы сетевого планирования технологических процессов и операций при производстве пеностекла, показана эффективность использования на этапе планирования технологического процесса математического моделирования макрофизических параметров процессов высокотемпературной термической обработки пеностекла, что повышает эффективность всего комплекса технологических операций на 10%. В отдельных случаях на производствах, в которых отсутствует стадия высокотемпературной термической обработки изделия, приведенные показатели не являются критическими. Вместе с тем на производствах, в которых присутствует стадия высокотемпературной термической обработки данные показатели будут существенны в силу энергоемкости представленной технологической стадии всего процесса, что будет влиять на себестоимость готовой продукции и варьирование издержек производства.

## 5.6 Выводы по главе

В результате исследований, проведенных в пятой главе, разработана совокупность новых теоретических результатов, позволяющая на основе методов сетевого моделирования представить логико-математическое описание технологического процесса производства пеностекла. В процессе исследования получены следующие основные результаты.

1. Разработана сетевая модель технологического процесса производства пеностекла по двухстадийной порошковой технологии. Разработана обобщенная совокупность этапов технологических операций, производства пеностекла, произведена декомпозиция отдельных последовательных технологических операций, объединенных единой функциональной задачей.

2. При разработке сетевой модели технологического процесса производства пеностекла по ходу реализации численных расчетов произведено параметрическое сравнение вклада в этап, на котором планируется весь технологический процесс с учетом математических моделей высокотемпературной термической обработки пеностекла и при классическом проектно-конструкторском планировании.

3. Показана эффективность внедрения на этапе планирования технологического процесса производства пеностекла математического моделирования макрофизических параметров, процессов высокотемпературной термической обработки пеностекла, что повышает эффективность всего технологического процесса на 10%. Оценка повышения эффективности процесса получения пеностекла представлена в количественном и качественном виде, где количественный критерий – вероятность отклонения распределения времени работ двух сетевых графиков, а качественный критерий – интервальное значение D-функции Харрингтона.

4. Произведена декомпозиция отдельных технологических операций на различных стадиях технологии по производству пеностекла, показывающая конечный набор более мелких технологических операций, объединенных одной



функциональной задачей с разработанными параметрами сетевой модели, а именно минимальное и максимальное время выполнения технологической операции, среднее время выполнения и дисперсия времени выполнения отдельной технологической операции.

5. Выполнена количественная оценка повышения эффективности технологического процесса производства пеностекла, которая показала снижение времени одного цикла технологического процесса на 10% при вероятности 0,9, так как процесс получения пеностекла масштабируем, то полученная оценка эффективности приводит к существенному влиянию применения теоретических положений в практической деятельности на перспективу.

6. Рассчитан интегральный показатель эффективности технологического процесса производства пеностекла с учетом использования на этапе планирования технологии математического моделирования макрофизических параметров процессов высокотемпературной термической обработки пеностекла, который составляет значение 0,64, что соответствует уровню «хорошо» по шкале D-функции Харрингтона.

## **ГЛАВА 6. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПЕРЕНОСА НА СТАДИИ ОСТЫВАНИЯ ПЕНОСТЕКЛА. ИССЛЕДОВАНИЕ АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛОПЕРЕНОСА**

Идентификация математического описания объекта является основным этапом в построении адекватной математической модели процесса и поэтому представляет собой одну из центральных задач математического моделирования технологических процессов. Для определения сходимости математической интерпретации физического процесса при термической обработке пеностекла необходимо произвести проверку адекватности математической модели распределения температурных полей в структуре пеностекла в процессе остывания блока пеностекла реальному процессу.

Одним из ключевых принципов, который определяет общие требования, которым должна удовлетворять правильно построенная модель, является принцип адекватности. Этот принцип предусматривает соответствие модели целям исследования по уровню сложности и организации, а также соответствие реальной системе относительно выбранного множества свойств. До тех пор, пока не решен вопрос правильно ли отображает модель исследуемую систему, ценность модели незначительна.

### **6.1 Оценка динамики температурных показателей при остывании пеностекольного блока**

Для оценки динамики температурных показателей при остывании блока пеностекла необходимо установить допустимые пределы изменения показателей температуры в исследуемых точках контроля и оценить влияние факторов, которые связаны с внешними условиями функционирования отдельных составляющих, что представляет собой суть натурального эксперимента. Также необходимо провести вычислительный эксперимент, который позволит с

помощью математической модели определить показатели температуры и сделать вывод о свойствах явлений теплопереноса при самопроизвольном остывании блока пеностекла, проанализировать профиль температур на дискретных временных интервалах, что даст возможность изучить специфику распределения неоднородных термических явлений и места их возникновения в структуре материала.

Для проведения вычислительного и натурного эксперимента пеностекольный блок был извлечен с конвейерной ленты на стадии извлечения блоков из форм (станция извлечения) и размещен на поддоне (на воздухе).

На пеностекольном блоке были смонтированы термоэлектрические преобразователи (термопары) на различном расстоянии от поверхностей граней блока и в вертикальном направлении:

Точка контроля №1 – место расположения термоэлектрического преобразователя на расстоянии 2 см от передней грани пеностекольного блока в ее геометрическом центре.

Точка контроля №2 – место расположения термоэлектрического преобразователя на расстоянии 10 см от передней грани пеностекольного блока в ее геометрическом центре.

Точка контроля №3 – место расположения термоэлектрического преобразователя на расстоянии 2 см от правой грани пеностекольного блока в ее геометрическом центре.

Точка контроля №4 – место расположения термоэлектрического преобразователя на расстоянии 10 см от передней грани пеностекольного блока ниже ее геометрического центра.

Точка контроля №5 – место расположения термоэлектрического преобразователя на расстоянии 2 см от верхней грани пеностекольного блока в ее геометрическом центре.

Точка контроля №6 – место расположения термоэлектрического преобразователя на расстоянии 10 см от передней грани пеностекольного блока выше ее геометрического центра.

Точка контроля №7 – место расположения термоэлектрического преобразователя на расстоянии 2 см от задней грани пеностекляного блока в ее геометрическом центре.

Точка контроля №8 – место расположения термоэлектрического преобразователя на расстоянии 2 см от левой грани пеностекляного блока в ее геометрическом центре.

На рисунке 6.1 приведена геометрическая схема с указанием точек расположения термоэлектрических преобразователей в блоке из пеностекла в аксонометрической проекции.

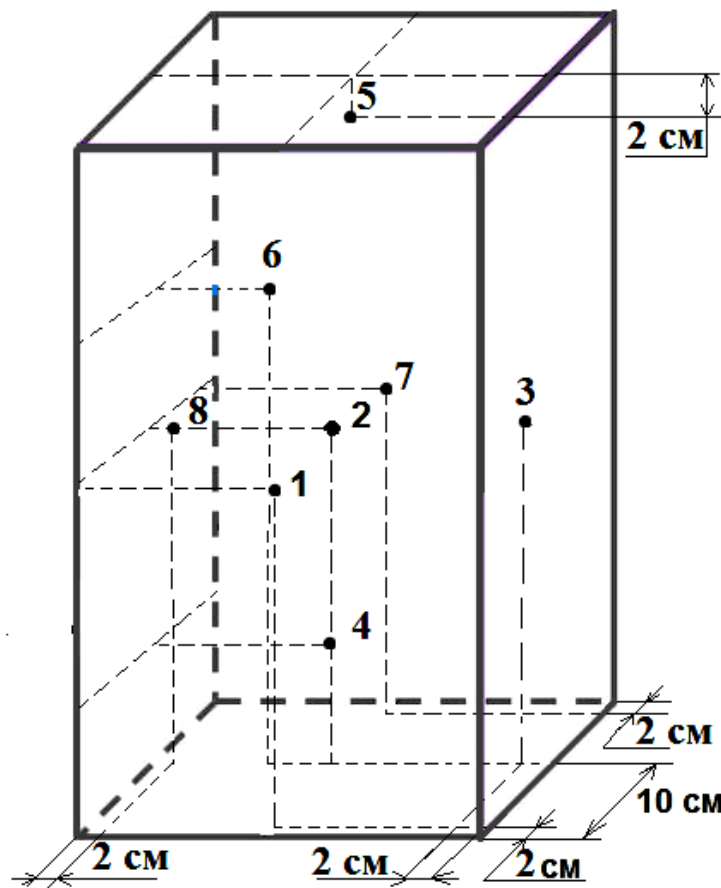


Рисунок 6.1 – Геометрическая схема с указанием точек расположения термоэлектрических преобразователей в блоке из пеностекла в аксонометрической проекции

Значения показаний термоэлектрических преобразователей в процессе самопроизвольного охлаждения блоков фиксировались специализированным

прибором – регистратором температуры DАTАRАQ, длина термоэлектрических преобразователей – 2 метра при диаметре 1,6 мм. Вес загрузки смеси в форму – 9,6 кг. Высота предварительно фрезерованного брутто-блока – 20 см.

В ходе измерения показателей температуры образец охлаждался от температуры  $t_1$  до  $t_2$  за время  $\tau$ . Следует учитывать, что показатели температуры, измеряемые на расстояниях близких к геометрическим центрам граней пеностеклянного блока, предположительно будут выше, чем показатели температуры в точках контроля ближе к поверхностям граней блока. Вместе с тем принимаем допущение, что показатели температуры на участках, которые расположены на гранях блока, будут стремиться к выравниванию с температурой окружающей среды.

Результаты, установленные в ходе измерения показателей температуры, приведены в приложении М (таблица М.1).

Результаты измерения показателей температуры в точках контроля приведены на рисунке 6.2.

Предполагаем, что для исследования показателей температуры необходимо рассмотреть показатели в точках контроля №1 и №2, так как их расположение может дать максимально близкое описание особенностей изменения показателей температуры на границе взаимодействия блока, а именно поверхность его граней и внутри материала. Результаты численного моделирования для точек контроля с №3 по №8 приведены в приложениях Н – Т.

На рисунке 6.3 приведена иллюстрация зависимости изменения показателей температуры от времени самопроизвольного остывания пеностеклянного блока в точках контроля №1 и №2.

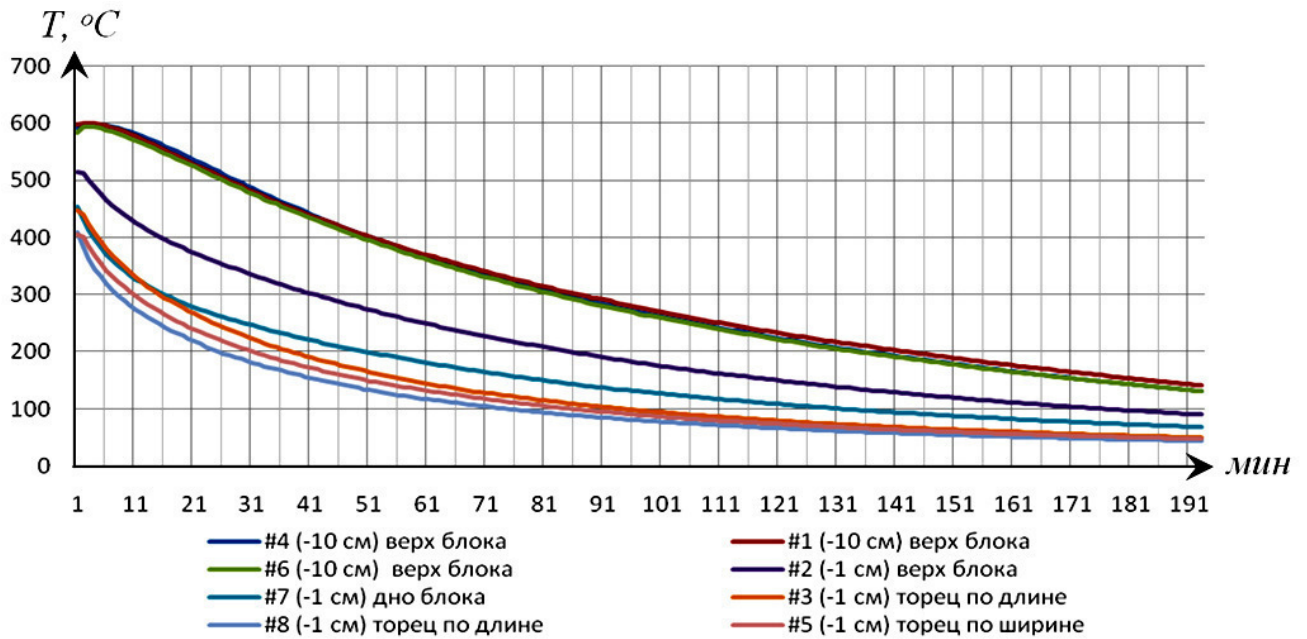


Рисунок 6.2 – График изменения показателей температуры блока из пеностекла в рассматриваемых точках контроля

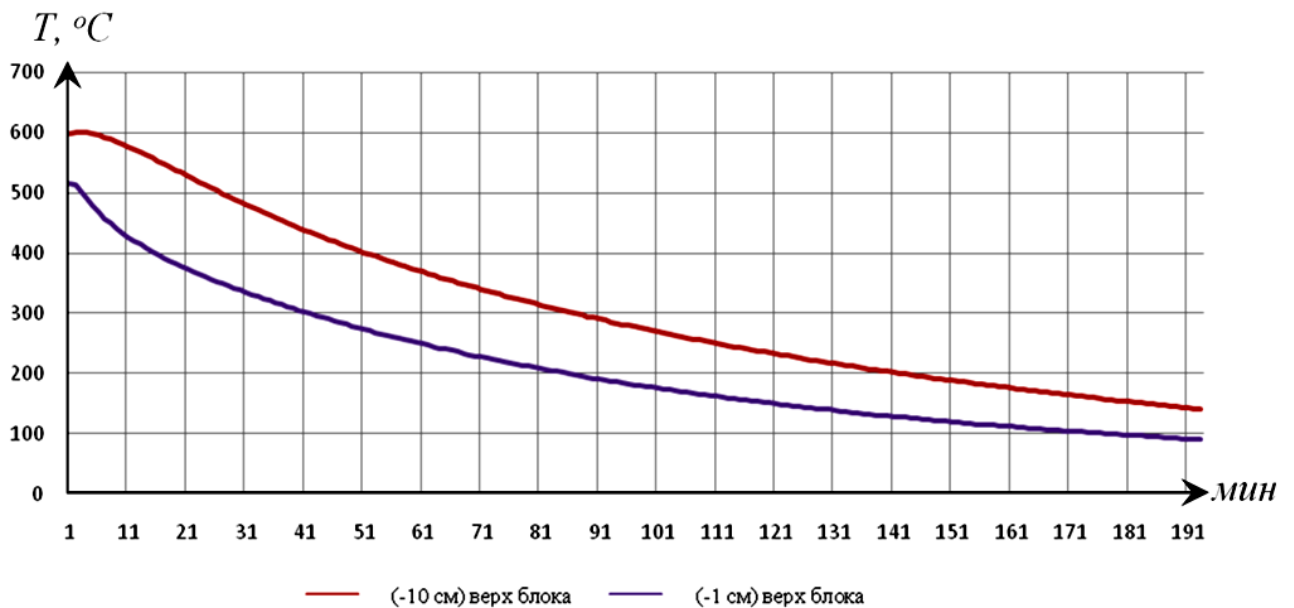


Рисунок 6.3 – График изменения показателей температуры в точке контроля №1 и №2 пеностеклового блока

Как показано на графиках, в процессе самопроизвольного остывания пеностеклового блока показатели температур на расстоянии 2 см от передней грани пеностеклового блока в ее геометрическом центре и на расстоянии 10 см от передней грани пеностеклового блока в ее геометрическом центре

демонстрируют схожую динамику с наличием устойчивой разностной привязкой. Данный факт свидетельствует о том, что имеет место сложный процесс переноса тепла. Также следует учитывать пористую структуру самого материала, что способствует задержке тепла внутри пеностеклянного блока. Исходные условия остывания и взаимодействие внешних граней пеностеклянного блока с окружающим воздухом не привели к резкому понижению температуры на его границах вследствие замкнутой структуры пор, что можно сказать и о показателях температуры в точке контроля №2. Процесс остывания пеностеклянного блока, исходя из динамики показателей температуры, проходит равномерно без резких колебаний и пиков показателей температуры, что свидетельствует о равномерной структуре материала и оптимальной поризации.

## **6.2 Моделирование процесса теплопереноса при самопроизвольном остывании пеностеклянного блока**

### **6.2.1 Математическая постановка задачи для расчета процессов теплопереноса при самопроизвольном остывании пеностеклянного блока**

Для проверки адекватности математической модели необходимо провести численное моделирование значений температур в точке контроля №2 и №1 пеностеклянного блока в одномерной постановке задачи. Для численного моделирования используем ранее полученную в главе 4 зависимость:

$$\begin{aligned}
 t(x, \tau) = t_n - (t_n - t_0) \cdot & \left( \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)} \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \cdot \bar{x} \right] \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo \right] + \right. \\
 & \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \cdot \bar{x} \right] \cdot \int_0^1 T_0(\xi) \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{2} (2n-1) \cdot \xi \right] d\xi \cdot \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4} (2n-1)^2 Fo \right] \right). \quad (6.1)
 \end{aligned}$$

Представленная выше математическая модель является симметричной задачей к процессам нагрева пеностекла, ключевым отличием будет являться интенсивность выравнивания показателей температуры в зависимости от скорости изменения тепловых условий в окружающей среде и скорости перестройки поля температуры внутри рассматриваемой системы. Учитывая определяющее влияние критерия Фурье при решении задач нестационарной теплопроводности, которые описываются уравнением теплопроводности для различных условий, появляется возможность реализовать исследование расчетных значений показателей температуры для различных точек контроля, которые позволяют определить скорость остывания блока пеностекла и скорость перестройки температурного поля в рассматриваемом материале.

### **6.2.2 Результаты численного моделирования процесса теплопереноса на поверхности пеностекла при самопроизвольном остывании**

Для реализации численного моделирования принимаем, что начальная температура пеностекольного блока  $600 \pm 10$  °С. Температура поверхности  $25 \pm 5$  °С соответствует температуре воздуха в цехе в момент проведения эксперимента.

Расчеты проводим на момент времени 1 минута, расчетное значение числа Фурье в указанный момент времени принимаем равным 0,001. По результатам расчетов строим графическую зависимость распределения показателей температуры в пеностекольном блоке.

Для наглядности строим общую функциональную зависимость распределения температурных полей с 1 по 90 минуты (рисунок 6.4).



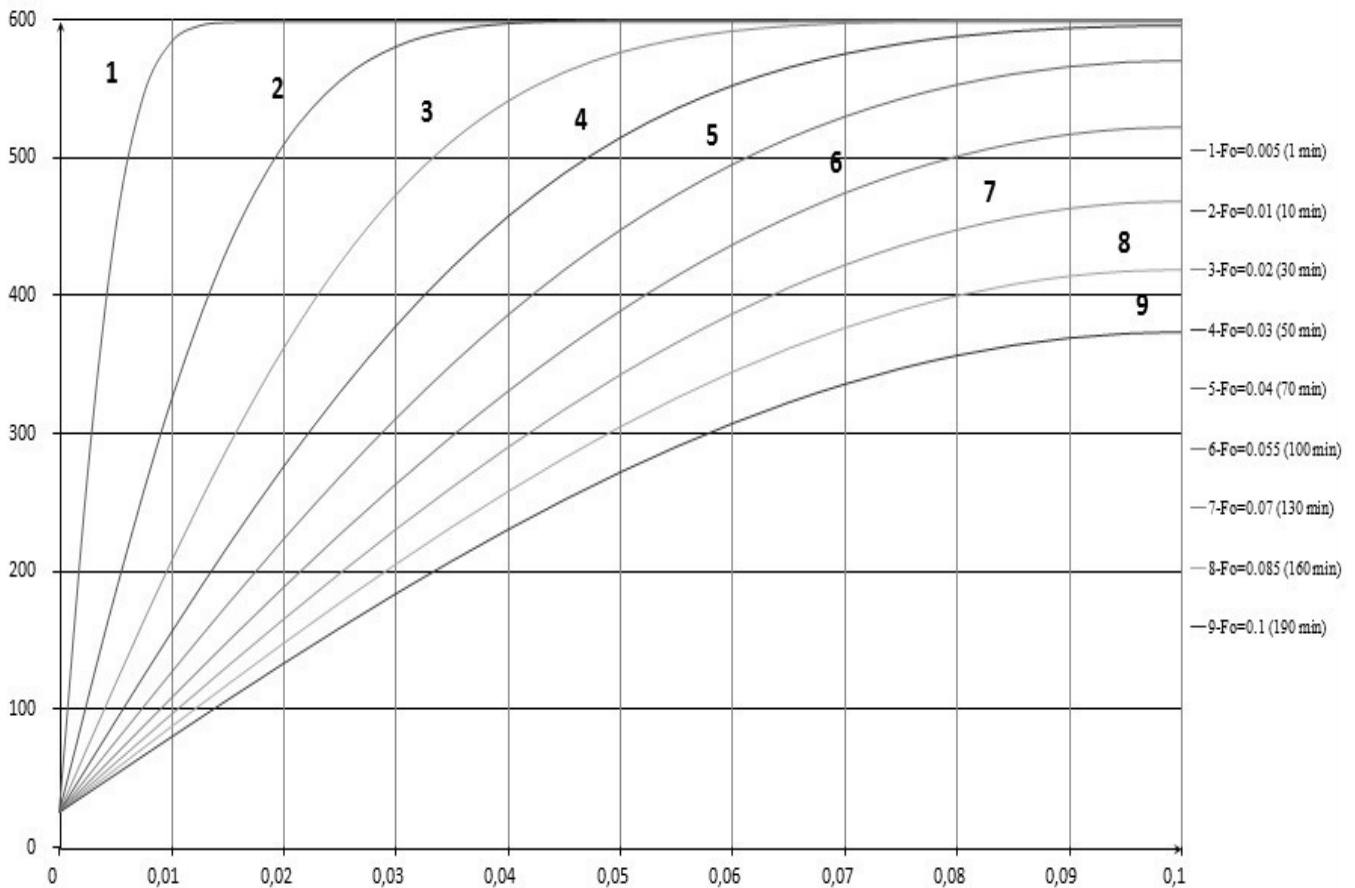


Рисунок 6.4 – График распределения температурных полей на поверхности пеностекла при его охлаждении с учетом данных, полученных термоэлектрическим преобразователем в точке контроля №1

### 6.2.3 Результаты численного моделирования процесса теплопереноса в центре пеностекольного блока при самопроизвольном остывании

Для реализации численного моделирования принимаем, что начальная температура пеностекольного блока  $600 \pm 10$  °С. Температура поверхности  $25 \pm 5$  °С соответствует температуре воздуха в цехе в момент проведения эксперимента.

Расчеты проводим на момент времени 1 минута, расчетное значение числа Фурье в указанный момент времени равен 0,005. Отличие значений числа Фурье, по сравнению с поверхностью, связано с тем, что градиент температур направлен от центра не только в рассматриваемом направлении, но и еще в трех других направлениях, поэтому в отличие от поверхности, скорость изменения температуры будет выше. В наших расчетах мы принимали его выше в 3 раза. По

результатам расчета строим график распределения показателей температуры в пеностеклянном блоке (рисунок 6.5) (приложения М – Н).

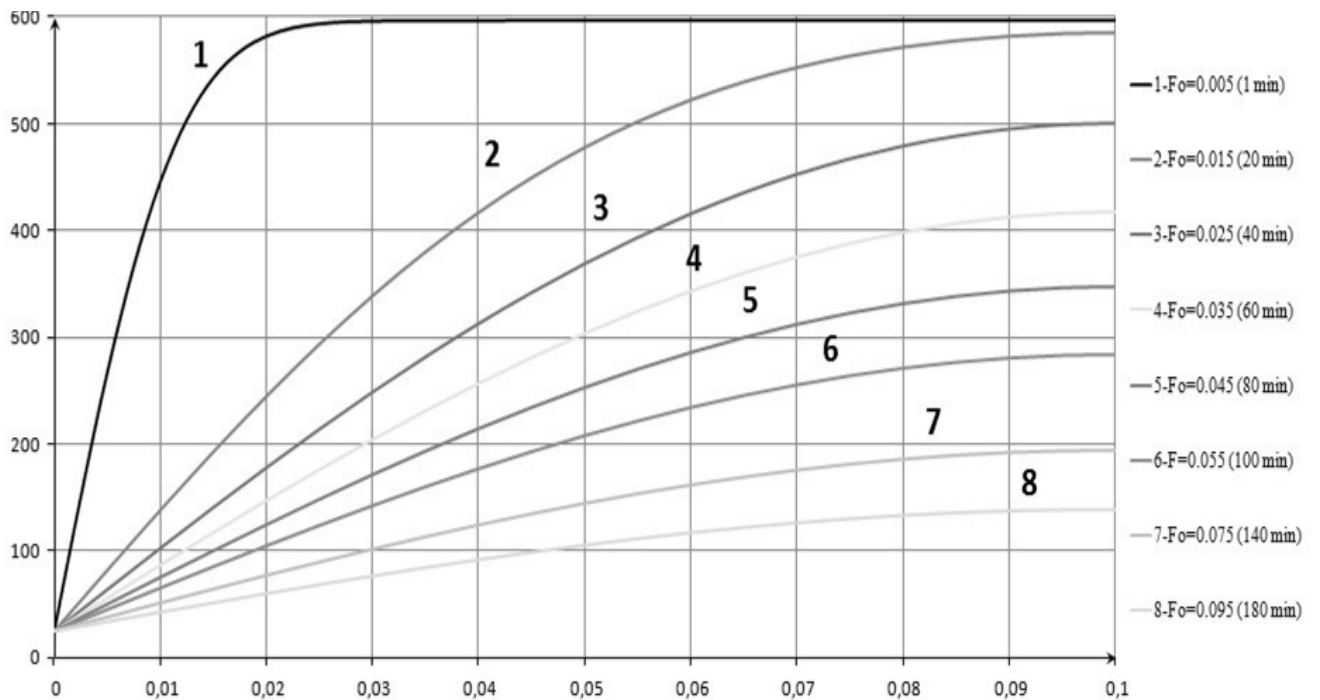


Рисунок 6.5 – График распределения температурных полей в центре пеностекла при его охлаждении с учетом данных, полученных термоэлектрическим преобразователем в точке контроля №2

Для возможности сравнения полученных расчетных и экспериментальных данных заносим результаты численного моделирования в таблицу 6.1.

Таблица 6.1 – Экспериментальные и расчетные значения показателей температуры в точке контроля №1 и №2

Время, мин.	Температура в центре, экспериментальные данные, °С	Температура на поверхности, экспериментальные данные, °С	Температура в центре, расчетные значения, °С	Температура на поверхности, расчетные значения, °С
1	597	515	597	584
10	580	433	595	509
20	533	378	585	417
30	484	338	547	361
40	441	305	500	296
50	404	276	456	275
60	371	251	412	245
70	342	229	380	223
80	316	210	347	214
90	292	192	307	200
100	271	177	283	188
110	251	163	258	183
120	234	151	237	173
130	218	140	217	165
140	203	130	194	161
150	189	121	178	154
160	177	112	164	147
170	165	105	151	144
180	154	98	139	138
190	144	92	126	133

По данным таблицы 6.1 строим график изменения расчетных и экспериментальных значений показателей температуры при остывании блока для точки контроля №1 (рисунок 6.6) и точки контроля №2 (рисунок 6.7).

Как видно из графиков изменения расчетных и экспериментальных значений показателей температуры при самопроизвольном остывании блока в точке контроля №1 на расстоянии 2 см от передней грани пеностекольного блока в ее геометрическом центре в течение 190 мин. (рисунок 6.6), динамика показателей температуры имеет нелинейный вид, что свидетельствует о наличии области интенсивного остывания и области стабилизации температуры. Наиболее интенсивное остывание наблюдается в промежутках времени от 0 до 1 минуты, далее наблюдается относительная стабилизация температуры. Представленный эффект показывает, что в начальный момент времени теплообмен проходит исключительно за счет перемешивания газовой фазы открытых форм граней пеностекольного блока с наружным воздухом помещения цеха, далее происходит сложный теплообмен с включением передачи тепла теплопроводностью (стенки пор), а также конвекцией (газовая фаза внутри пор).

На графиках изменения расчетных и экспериментальных значений показателей температуры при остывании блока в точке контроля №2 на расстоянии 10 см от передней грани пеностекольного блока в ее геометрическом центре в течение 190 мин. (рисунок 6.7) динамика показателей температуры также носит нелинейный характер, что свидетельствует о сложном теплообмене в центре пеностекольного блока.

Наблюдается передача тепла теплопроводностью (стенки пор), а также конвекцией (газовая фаза внутри пор). Ключевое влияние на особенности теплообмена в центре пеностекольного блока оказывает замкнутая структура пор внутри материала.

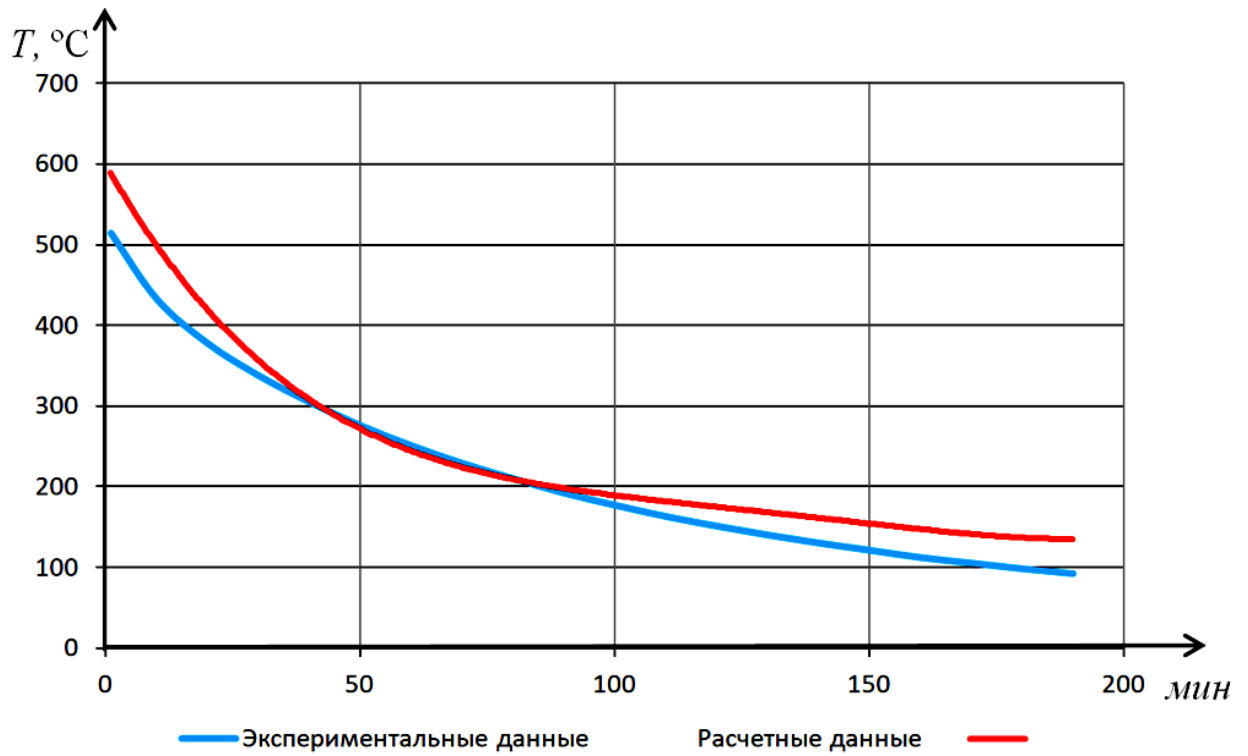


Рисунок 6.6 – График изменения расчетных и экспериментальных значений показателей температуры при остывании блока в точке контроля №1 в течение 190 мин.

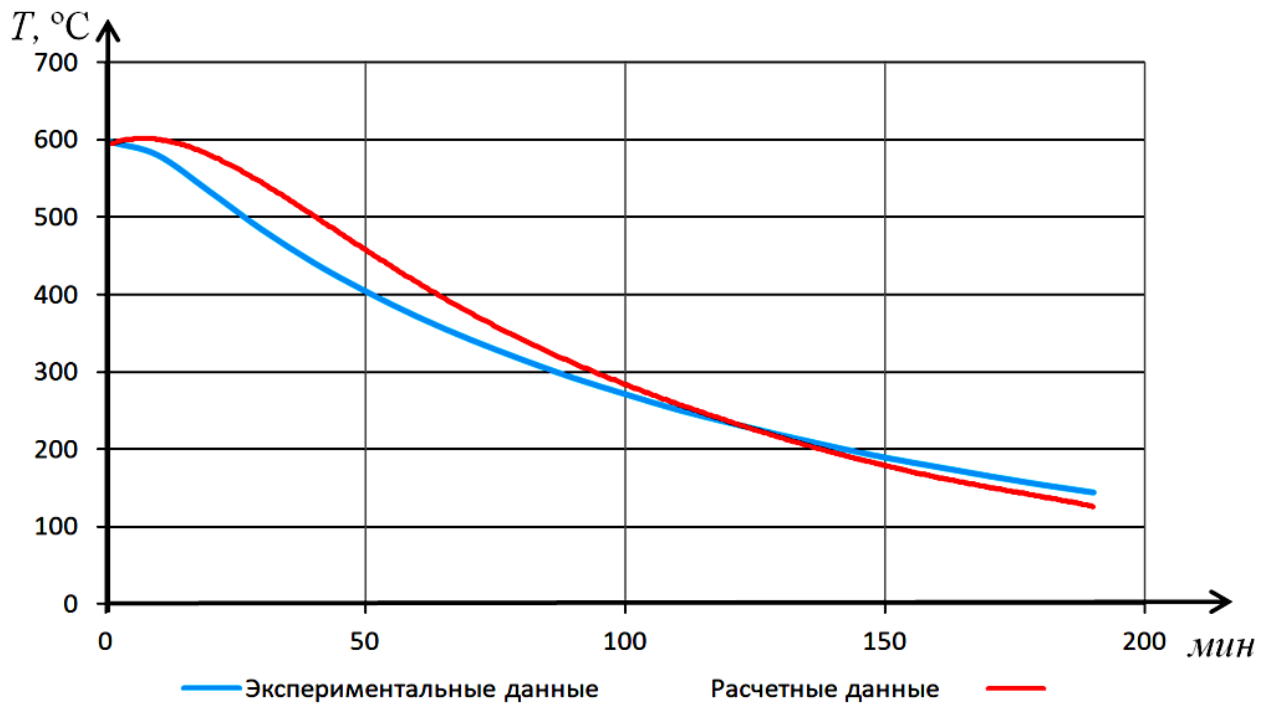


Рисунок 6.7 – График изменения расчетных и экспериментальных значений показателей температуры при остывании блока в точке контроля №2 в течение 190 мин.

### **6.3 Исследование адекватности математической модели теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла**

Оценка адекватности математической модели включает в себя подготовительный, основной и заключительный этапы.

На *подготовительном этапе* проводится оценка степени валидации модели, функциональных зависимостей с результатами экспериментального исследования на основе коэффициента детерминации Пирсона.

*Основной этап* включает в себя оценку доверительных интервалов экспериментальных данных и обсуждение схождения результатов аналитического расчета с результатами экспериментальных данных.

*Заключительный этап*, на котором дается комплексная оценка адекватности математической модели, включает в себя как результаты подготовительного, так и основного этапов.

#### **6.3.1 Подготовительный этап оценки адекватности математической модели теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла**

На подготовительном этапе анализа экспериментальных данных и результатов численного моделирования необходимо определить степень валидации модели, то есть соответствие или несоответствие полученной в работе функциональной зависимости результатам экспериментальных исследований. Для этого воспользуемся коэффициентом детерминации модели Пирсона, оцениваемого по формуле 6.2 [16]:

$$R^2 = \left( \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma(x) \cdot \sigma(y)} \right)^2, \quad (6.2)$$

где  $\bar{x}$  – математическое ожидание экспериментальных данных;  $\bar{y}$  – математическое ожидание результатов моделирования;  $\overline{xy}$  – математическое ожидание произведения экспериментальных данных и результат моделирования;  $\sigma(x); \sigma(y)$  – соответственно стандартные отклонения экспериментальных данных и результатов моделирования.

В качестве оценок математических ожиданий использовались формулы 6.3–6.5 [16; 132]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad (6.3)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i; \quad (6.4)$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i. \quad (6.5)$$

В свою очередь, в качестве стандартных отклонений  $\sigma(x), \sigma(y)$  используем их оценки, полученные по формулам 6.6 – 6.7 [16; 132]:

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2}; \quad (6.6)$$

$$\sigma(y) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\bar{y})^2}. \quad (6.7)$$

Проведем оценку критерия детерминации для точки контроля на поверхности, результаты представлены в таблице 6.2.

Таблица 6.2 – Расчетные значения для значений показателей температуры в точке контроля №1

№ п/п	x	y	x·y	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>
1	515	584	300760	265225	341056
2	433	509	220397	187489	259081
3	378	417	157626	142884	173889
4	338	361	122018	114244	130321
5	305	296	90280	93025	87616
6	276	275	75900	76176	75625
7	251	245	61495	63001	60025
8	229	223	51067	52441	49729
9	210	214	44940	44100	45796
10	192	200	38400	36864	40000
11	177	188	33276	31329	35344
12	163	183	29829	26569	33489
13	151	173	26123	22801	29929
14	140	165	23100	19600	27225
15	130	161	20930	16900	25921
16	121	154	18634	14641	23716
17	112	147	16464	12544	21609
18	105	144	15120	11025	20736
19	98	138	13524	9604	19044
20	92	133	12236	8464	17689
Суммы	4416	4910	1372119	1248926	1517840

Определим необходимые параметры:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{20} \cdot 4416 = 220,84;$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{1}{20} \cdot 4910 = 245,5;$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i = \frac{1}{20} \cdot 1372119 = 68605,95;$$

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{20} \cdot 1248926 - 220,8^2} = 117,02$$

;



$$\sigma(y) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i y_i^2 - (\bar{y})^2} = \sqrt{\frac{1}{20} \cdot 1517840 - 245,5^2} = 124,99$$
 ;

$$R^2 = \left( \frac{\bar{x}\bar{y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma(x) \cdot \sigma(y)} \right)^2 = \left( \frac{68605,95 - 220,8 \cdot 245,5}{117,02 \cdot 124,99} \right)^2 = 0,969.$$

Значение коэффициента детерминации 0,969 показывает наличие устойчивой функциональной связи между данными динамики температуры, полученными в результате расчета по модели, и данными, полученными в результате экспериментального измерения скорости остывания блока из пеностекла на его поверхности. Для более детального анализа сходимости расчетных и экспериментальных данных необходимо оценить вероятность, при которой доверительные интервалы экспериментальных измерений обеспечат принадлежность теоретических данных, полученных на основе разработанной модели.

Проведем аналогично оценку критерия детерминации для точки контроля №2, результаты представлены в таблице 6.3.

Таблица 6.3 – Расчетные значения для значений температур точки контроля №2

№ п/п	x	y	x·y	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>
1	597	597	356409	356409	356409
2	580	595	345100	336400	354025
3	533	585	311805	284089	342225
4	484	547	264748	234256	299209
5	441	500	220500	194481	250000
6	404	456	184224	163216	207936
7	371	412	152852	137641	169744
8	342	380	129960	116964	144400
9	316	347	109652	99856	120409
10	292	307	89644	85264	94249
11	271	283	76693	73441	80089
12	251	258	64758	63001	66564
13	234	237	55458	54756	56169
14	218	217	47306	47524	47089
15	203	194	39382	41209	37636
16	189	178	33642	35721	31684

## Продолжение таблицы 6.3

17	177	164	29028	31329	26896
18	165	151	24915	27225	22801
19	154	139	21406	23716	19321
20	144	126	18144	20736	15876
Суммы	6366	6673	2575626	2427234	2742731

Определим необходимые параметры:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{20} \cdot 6366 = 318,30;$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{1}{20} \cdot 6673 = 333,65;$$

$$\bar{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i = \frac{1}{20} \cdot 2575626 = 128781,30;$$

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{20} \cdot 2427234 - 318,3^2} = 141,59 \quad ;$$

$$\sigma(y) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\bar{y})^2} = \sqrt{\frac{1}{20} \cdot 2742731 - 333,65^2} = 160,67 \quad ;$$

$$R^2 = \left( \frac{\bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma(x) \cdot \sigma(y)} \right)^2 = \left( \frac{128781,30 - 318,3 \cdot 333,65}{141,59 \cdot 160,67} \right)^2 = 0,985.$$

Значение коэффициента детерминации 0,985 показывает наличие устойчивой функциональной связи между данными динамики температуры, полученными в результате расчета по модели, и данными, полученными в результате экспериментального измерения скорости остывания блока из пеностекла в его центре. Для более детального анализа сходимости расчетных и экспериментальных данных необходимо оценить вероятность, при которой доверительные интервалы экспериментальных измерений обеспечат

принадлежность теоретических данных, полученных на основе разработанной модели.

### **6.3.2 Основной этап оценки адекватности математической модели теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла**

Построение доверительных интервалов для экспериментальных данных температура-время.

Особенностью проверки адекватности результатов моделирования является необходимость комплексной оценки временного ряда температуры с учетом рассеивания данных, т.к. структура экспериментальных данных имеет нелинейный характер, поэтому оценку рассеивание значений будем проводить относительно центра по модели [131]:

$$T = T_{cp} \pm \Delta T. \quad (6.8)$$

Оценку величины интервала данных проведем по следующему методу с использованием критерия Стьюдента [35].

Определим стандартную ошибку данных относительно временной прямой [35]:

$$S_i = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(t_i - t_{cp})^2}{A}}, \quad A = \sum_{i=1}^n (t_i - t_{cp})^2, \quad \text{мин}^2, \quad (6.9)$$

где  $n$  – число точек на временной прямой, в которых производится сопоставление расчетных и экспериментальных данных;  $A$  – промежуточный вычислительный комплекс,  $\text{мин}^2$ ;  $t_i$  – значение времени в  $i$ -ой точке контроля,  $\text{мин}$ .;  $t_{cp}$  – среднее значение времени относительно всех точек контроля экспериментальных данных,  $\text{мин}$ .

Определяем поправочный коэффициент по значению измерений температуры в точках временной прямой проведения эксперимента [35]:

$$K = \sqrt{\frac{B}{n-2}}, \text{ } ^\circ\text{C}, \quad B = \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2, \text{ } ^\circ\text{C}^2, \quad (6.10)$$

где  $B$  – промежуточный вычислительный комплекс,  $^\circ\text{C}^2$ ;  $T_i$  – экспериментальное значение температуры в контролируемой точке,  $^\circ\text{C}$ ;  $T_{cp}$  – среднее экспериментальное значение температуры,  $^\circ\text{C}$ .

Определяем комплексную ошибку данных для зависимости температура-время:

$$Se_i = S_i \cdot K, \text{ } ^\circ\text{C}. \quad (6.11)$$

Определяем величину измерительного интервала в каждой  $i$ -ой точке временной прямой при доверительной вероятности  $P$  и количестве степеней свободы  $k$  на основе критерия Стьюдента по формуле [55]:

$$\Delta T = Se_i \cdot tp(P, k), \text{ } ^\circ\text{C}, \quad (6.12)$$

где  $tp(P, k)$  – табличное значение критерия Стьюдента при доверительной вероятности  $P$  и числе степеней свободы  $k$ .

Тогда нижняя точная граница данных температура-время  $T_{inf}$  определяется по формуле:

$$T_{inf} = T_i - \Delta T_i, \text{ } ^\circ\text{C}. \quad (6.13)$$

А верхняя точная граница данных температура-время  $T_{sup}$  соответственно:

$$T_{sup} = T_i + \Delta T_i, \text{ } ^\circ\text{C}. \quad (6.14)$$

Результаты расчетов по формулам 6.8 – 6.14 показаны в таблице 6.4.

Таблица 6.4 – Основные и дополнительные расчетные значения для показателей температуры на поверхности пеностеклянного блока

t, МИН	T <sub>эксп</sub>	T <sub>расч</sub>	(T <sub>эксп</sub> -T <sub>ср</sub> ) <sup>2</sup>	(t <sub>i</sub> -t <sub>ср</sub> ) <sup>2</sup>	S	Se	ΔT	T <sub>inf</sub>	T <sub>sup</sub>
1	515	584	86553,6	8845,4	0,4282	52,82	70	445	585
10	433	509	45028,8	7233,5	0,3989	49,20	65	368	503
20	378	417	24711,8	5632,5	0,3673	45,31	60	318	443
30	338	361	13735,8	4231,5	0,3374	41,61	55	283	398
40	305	296	7089,6	3030,5	0,3094	38,16	51	254	360
50	276	275	3047,0	2029,5	0,2839	35,02	46	230	327
60	251	245	912,0	1228,5	0,2618	32,29	43	208	298
70	229	223	67,2	627,5	0,2439	30,08	40	189	273
80	210	214	116,6	226,5	0,2311	28,51	38	172	252
90	192	200	829,4	25,5	0,2245	27,69	37	155	233
100	177	188	1918,4	24,5	0,2244	27,68	37	140	218
110	163	183	3340,8	223,5	0,2310	28,50	38	125	205
120	151	173	4872,0	622,5	0,2437	30,06	40	111	195
130	140	165	6528,6	1221,5	0,2616	32,27	43	97	187
140	130	161	8244,6	2020,5	0,2837	34,99	46	84	181
150	121	154	9960,0	3019,5	0,3091	38,13	51	70	176
160	112	147	11837,4	4218,5	0,3371	41,58	55	57	172
170	105	144	13409,6	5617,5	0,3670	45,27	60	45	170
180	98	138	15079,8	7216,5	0,3985	49,16	65	33	168
190	92	133	16589,4	9015,5	0,4312	53,19	71	21	167

Соответственно, n=20, при T<sub>ср</sub>=220,8 °C, t<sub>ср</sub>=95,05 мин., промежуточные

вычислительные комплексы:  $A = \sum_{i=1}^n (T_i - T_{ср})^2 = 273873,2 \text{ } ^\circ\text{C}^2$ ,  $B = \sum_{i=1}^n (t_i - t_{ср})^2 = 66311$ , мин<sup>2</sup>

и коэффициент соответственно  $K = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (T_i - T_{ср})^2} = \sqrt{\frac{273873,2}{20-2}} = 123,35$ , °C.

Критерий Стьюдента при k=n-1=20-1=19 и P=0,2 равен соответственно  $tp(P=0,2, k=19) = 1,33$ .

Значения S<sub>i</sub>, Se<sub>i</sub>, T<sub>inf</sub>, T<sub>sup</sub> представлены в таблице 6.4. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений показаны на рисунке 6.8.

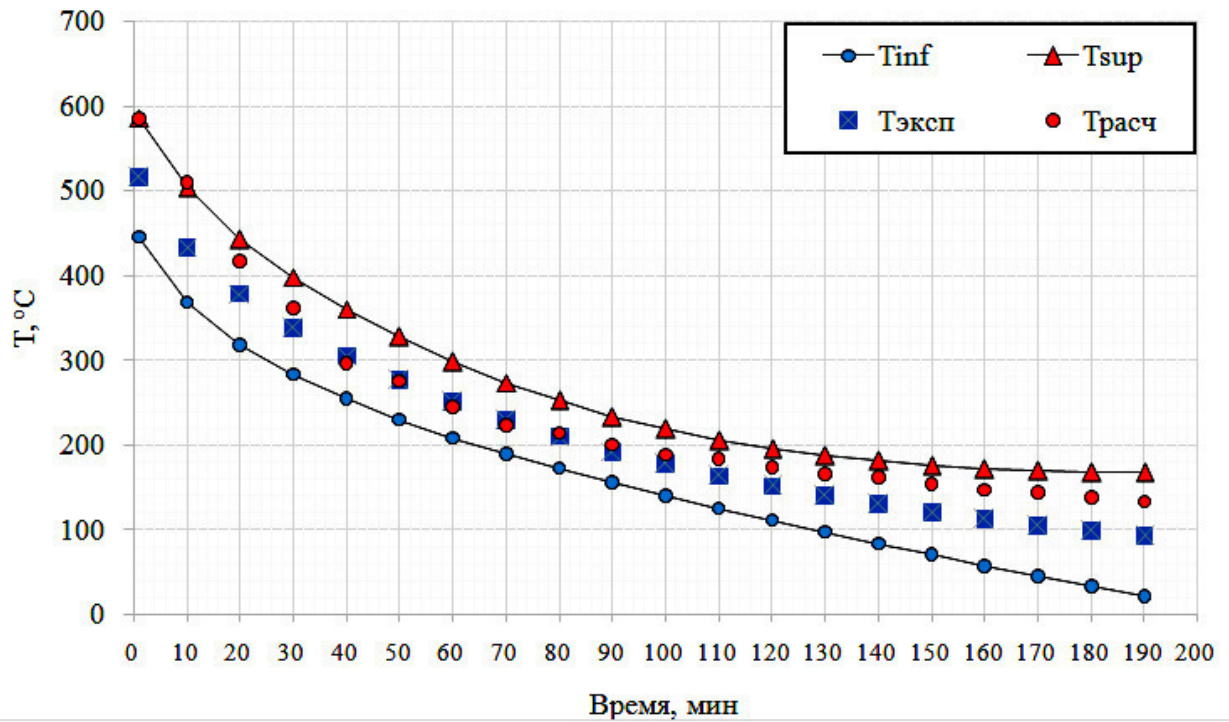


Рисунок 6.8 – Сопоставление расчетных и экспериментальных значений температуры при остывании блока в точке контроля №1

Анализируя данные, представленные на рисунке 6.8, можно сделать следующие выводы:

- расчетные данные по модели близки по значениям средним оценкам экспериментальных данных и по всей временной оси содержатся в доверительном интервале;

- максимальное отклонение расчетных данных наблюдаются в начале и в конце временной оси, что демонстрирует правильный выбор модели рассеивания экспериментальных данных;

- отклонение расчетных данных от экспериментальных направлены в сторону верхней точной границы, что обеспечивает необходимый запас при моделировании процесса остывания пеностекольного блока.

Динамика  $\Delta T$ , иллюстрируемая на рисунке 6.9, построена с учетом значений критерия Стьюдента при максимальной доверительной вероятности.

Аналогично проводим расчет для температур точки контроля №2 блока по формулам 6.8 – 6.14. Результаты расчетов показаны в таблице 6.5.

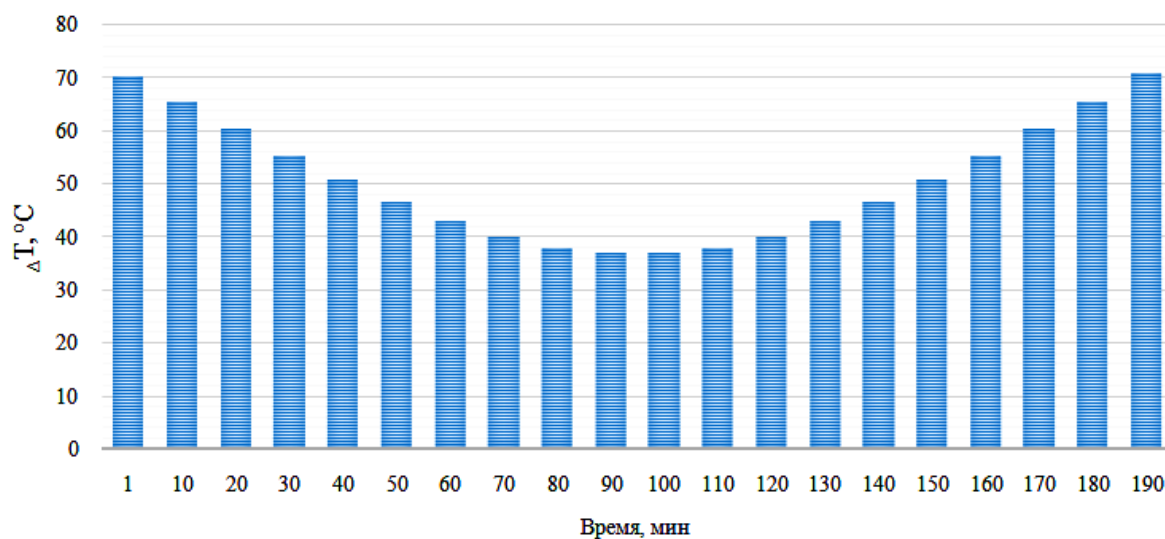


Рисунок 6.9 – Расчетная область доверительных интервалов для значений температур в точке контроля №1

Таблица 6.5 – Основные и дополнительные расчетные значения для температур в точке контроля №1

t, мин.	T <sub>эксп</sub>	T <sub>расч</sub>	(T <sub>эксп</sub> -T <sub>ср</sub> ) <sup>2</sup>	(t <sub>i</sub> -t <sub>ср</sub> ) <sup>2</sup>	S	Se	ΔT	T <sub>inf</sub>	T <sub>sup</sub>
1	597	597	77673,7	8845,4	0,4282	63,91	85	512	682
10	580	595	68486,9	7233,5	0,3989	59,53	79	501	664
20	533	585	46096,1	5632,5	0,3673	54,82	73	460	610
30	484	547	27456,5	4231,5	0,3374	50,35	67	417	555
40	441	500	15055,3	3030,5	0,3094	46,17	61	380	507
50	404	456	7344,5	2029,5	0,2839	42,37	56	348	465
60	371	412	2777,3	1228,5	0,2618	39,07	52	319	427
70	342	380	561,7	627,5	0,2439	36,39	48	294	395
80	316	347	5,3	226,5	0,2311	34,49	46	270	366
90	292	307	691,7	25,5	0,2245	33,50	44	248	341
100	271	283	2237,3	24,5	0,2244	33,50	44	227	320
110	251	258	4529,3	223,5	0,2310	34,48	46	205	301
120	234	237	7106,5	622,5	0,2437	36,37	48	186	287
130	218	217	10060,1	1221,5	0,2616	39,04	52	166	274
140	203	194	13294,1	2020,5	0,2837	42,34	56	147	264
150	189	178	16718,5	3019,5	0,3091	46,13	61	128	255
160	177	164	19965,7	4218,5	0,3371	50,31	67	110	248
170	165	151	23500,9	5617,5	0,3670	54,78	73	92	242
180	154	139	26994,5	7216,5	0,3985	59,48	79	75	237
190	144	126	30380,5	9015,5	0,4312	64,36	85	59	234

Соответственно,  $n=20$ , при  $T_{cp}=318,3$  °С,  $t_{cp}=95,05$  мин., промежуточные

вычислительные комплексы:  $A = \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2 = 400936,2$  °С<sup>2</sup>,  $B = \sum_{i=1}^n (t_i - t_{cp})^2 = 66311$  , мин<sup>2</sup>

и коэффициент соответственно  $K = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2} = \sqrt{\frac{400936,2}{20-2}} = 149,25$  , °С. Критерий Стьюдента при  $k=n-1=20-1=19$  и  $P=0,2$  равен соответственно  $tp(P=0,2, k=19)=1,33$ .

Значения  $S_i$ ,  $Se_i$ ,  $T_{inf}$ ,  $T_{sup}$  представлены в таблице 6.5. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений показано на рисунке 6.10.

Значения  $S_i$ ,  $Se_i$ ,  $T_{inf}$ ,  $T_{sup}$ , сопоставление экспериментальных и расчетных значений для точек контроля №3-8 представлены в приложениях М – Т.

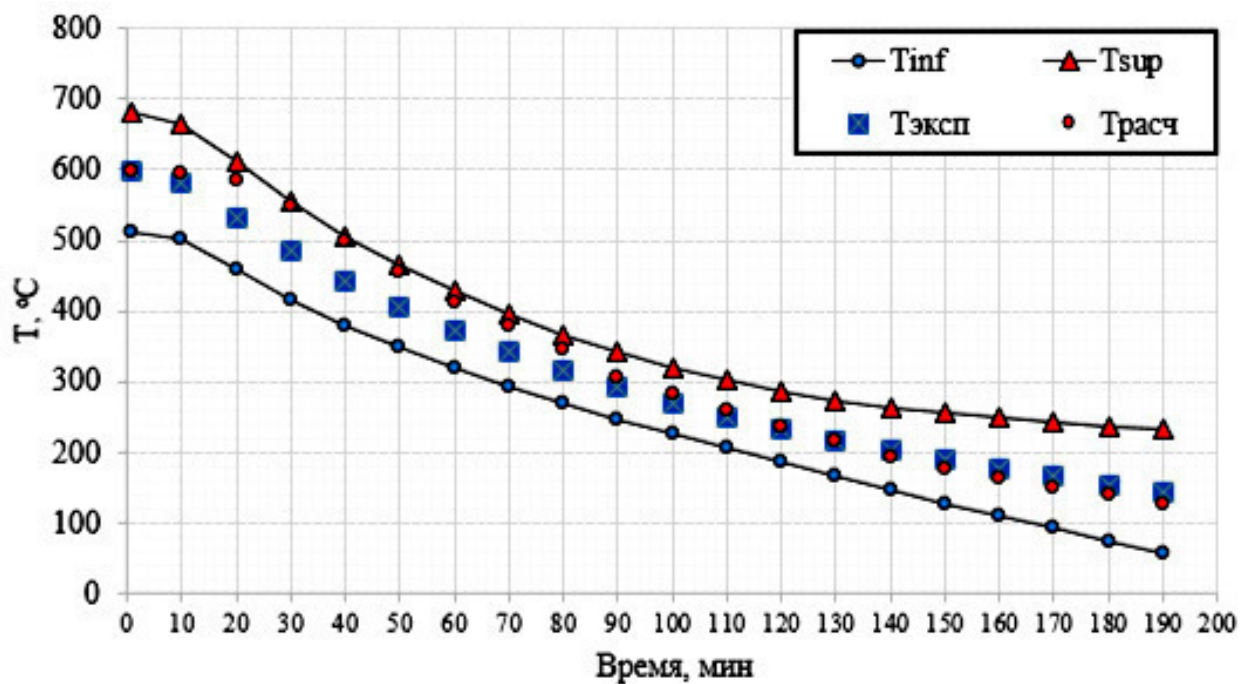


Рисунок 6.10 – Сопоставление расчетных и экспериментальных значений температуры при остывании блока точки контроля №2

Анализ данных, представленных на рисунке 6.10, позволяет сделать следующие выводы:



– расчетные данные по модели близки по значениям средним оценкам экспериментальных данных и по всей временной оси содержатся в доверительном интервале;

– максимальное отклонение расчетных данных наблюдаются в начале временной оси, что аналогично результатам оценки, сделанной ранее в точке контроля №1, что подтверждает правильность выбора модели рассеивания экспериментальных данных;

– отклонение расчетных данных от экспериментальных направлено в сторону верхней точной границы, что обеспечивает необходимый запас при моделировании процесса остывания пеностекольного блока.

На рисунке 6.11 показаны расчетные значения доверительных интервалов, используемых при расчетах.

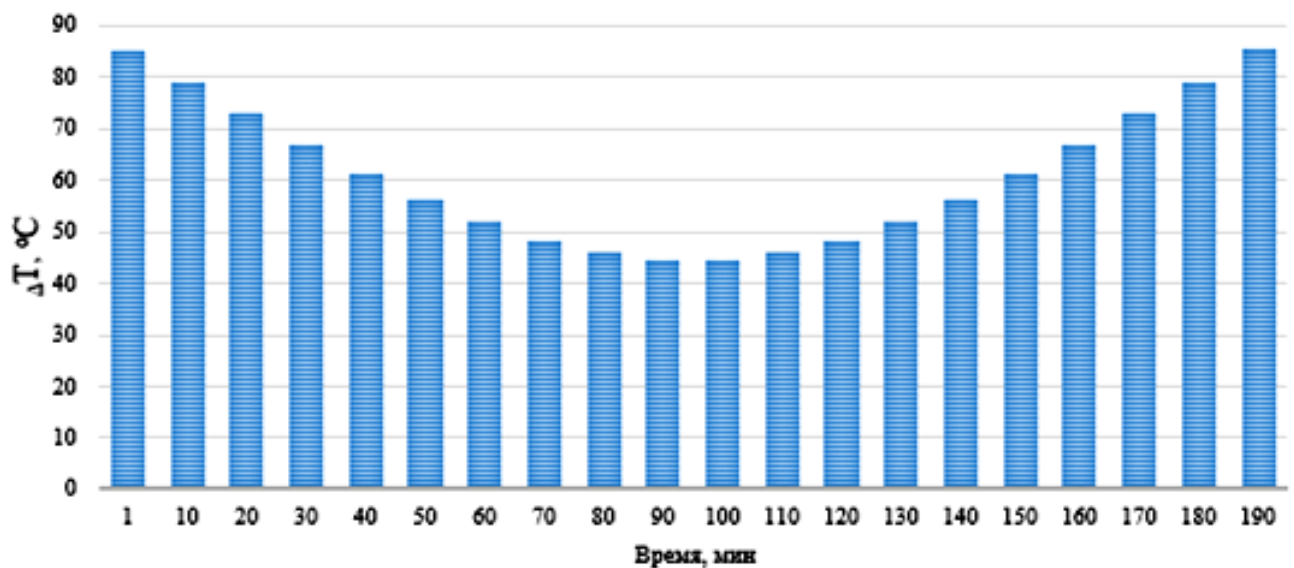


Рисунок 6.11 – Расчетная область доверительных интервалов для значений температур в точке контроля №2

Как видно на рисунке 6.11, динамика  $\Delta T$  имеет большой разброс данных экспериментального временного ряда температуры в сравнении с моделированием в точке контроля №1 пеностекольного блока.

### 6.3.3 Заключительный этап оценки адекватности математической модели теплопереноса при высокотемпературной термической обработке пеностекла

Комплексная оценка адекватности модели проведена на основе обработки экспериментальных данных с использованием критерия Пирсона и критерия Стьюдента с учетом разброса данных относительно центра. Данные для проведения комплексной оценки представлены в таблице 6.6.

Таблица 6.6 – Результаты оценки адекватности математической модели

Точки контроля измерения температуры	ЭТАПЫ ОЦЕНКИ АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ				
	Критерий Пирсона, $R^2$	Критерий Стьюдента, $t_p (P, k)$	Комплексная ошибка данных, $S_{e\max}$	Максимальный разброс экспериментальных данных, $\Delta T_{\max}$	Вывод
№1	$R^2=0,969$	$P=0,2; k=19;$ $t_p =1,33$	$S_{e\max}=52,82\text{ }^\circ\text{C}$ $S_{e\min}=27,68\text{ }^\circ\text{C}$	$\Delta T_{\max}=70\text{ }^\circ\text{C}$ $\Delta T_{\min}=37\text{ }^\circ\text{C}$	адекватно
№2	$R^2=0,985$	$P=0,2; k=19;$ $t_p =1,33$	$S_{e\max}=63,91\text{ }^\circ\text{C}$ $S_{e\min}=33,50\text{ }^\circ\text{C}$	$\Delta T_{\max}=85\text{ }^\circ\text{C}$ $\Delta T_{\min}=44\text{ }^\circ\text{C}$	адекватно

Для оценки интервалов в дальнейших инженерных расчетах необходимо учитывать тот факт, что оценкой экспериментального исследования является верхняя точная грань ( $T_{\text{sup}}$ ) (приложения М – Т).

По данным таблицы 6.6 оценим фактический разброс экспериментальных данных температура-время по формуле  $P_{\text{empir}} = \Delta T_{\max} / T_{\max}$ :

- в точке контроля №1 пеностеклянного блока  $P_{\text{empir}} = \Delta T_{\max} / T_{\max} = 0,13$ ;
- в точке контроля №2 пеностеклянного блока  $P_{\text{empir}} = \Delta T_{\max} / T_{\max} = 0,14$ .

Полученные данные показывают верный выбор доверительной вероятности  $P=0,2$  при оценке квантиля распределения Стьюдента.

С учетом близких к единице значений критерия Пирсона и максимальной доверительной вероятности при расчете критерия Стьюдента можно заключить, что расчетные данные имеют достаточную сходимость с экспериментальными данными и свидетельствуют об адекватности разработанной математической модели.

#### 6.4 Выводы по главе

1. Использование разработанной математической модели по уравнению (6.1) позволило провести исследование особенностей распределения показателей температуры пеностекольного блока и оценить сходимость функциональной зависимости между временем и температурой в заданных точках контроля экспериментальных данных.

2. Предложена схема обработки экспериментальных данных в несколько этапов с применением коэффициента детерминации Пирсона при оценке функциональной зависимости между расчетными и экспериментальными данными и критерия Стьюдента при оценке принадлежности расчетных данных доверительным интервалам, полученным в ходе проведения эксперимента.

3. Полученные расчетные значения коэффициента детерминации Пирсона 0,969 для точки контроля №1 и 0,985 для точки контроля №2 демонстрируют наличие устойчивой функциональной связи между показателями динамики температуры, полученными в результате расчета по модели, и данными, полученными в результате экспериментального измерения показателей температуры с помощью средств контроля.

4. Проведено построение доверительных интервалов экспериментальных данных на основе критерия Стьюдента при доверительной вероятности  $P=0,2$  и числе степеней свободы 19. Показано, что расчетные значения температур в точке контроля №2 и в точке контроля №1 находятся в области допустимых значений экспериментальных данных.

5. Выполнено исследование процесса остывания пеностекольного блока и проведена проверка адекватности математической модели теплопереноса. Доказана высокая сходимость результатов моделирования и экспериментальных измерений показателей температуры в точке контроля №1 образца, а также в точке контроля №2.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе решена важная народно-хозяйственная проблема, заключающаяся в формировании научных основ, методов расчетных и экспериментальных обоснований, технологий обеспечения процессов высокотемпературной термической обработки стеклокристаллических материалов на основе пеностекла с учетом феноменологического подхода и влияния ключевых макрофизических параметров процесса для достижения не только нормативных, но и более высоких эксплуатационных показателей теплоизоляционного пеностекла.

Выявленные механизмы теплопереноса и формирования пористой структуры пеностекла подтвердили возможность рассматривать процесс высокотемпературной термической обработки пеностекла как комплекс временных стадий, характеризующийся временем реализации каждой операции процесса. В результате исследований получены следующие наиболее важные результаты.

1. На основании выполненного обзора и анализа технологических параметров процесса получения пеностекла показано, что наиболее исследованными являются направления, которые отражают физико-химические особенности процессов формирования пористой структуры пеностекла на стадиях термической обработки сырьевой смеси, а также на этапах отжига готового материала, что в значительной степени регулируется режимными параметрами технологического процесса, вместе с тем, при моделировании и расчете процесса, макрофизические параметры принимаются как постоянные величины, что не в полной степени отражает специфику формирования необходимой пористой структуры материала при нестационарных режимах теплопереноса.

2. Разработана математическая модель, описывающая процессы теплопереноса в результате воздействия высокой температуры на сырьевую смесь для получения пеностекла, в частности: разработана модель нестационарного теплопереноса в слое сырьевой смеси для расчета нестационарных температурных полей с учетом циклического изменения температурных условий

в местах контакта металлической формы для вспенивания пеностекла с композитом сырьевой смеси на стадиях нагревания и охлаждения.

3. Разработаны принципы управления процессами высокотемпературной термической обработки технологического процесса производства пеностекла на основе теории теплопереноса с применением метода «микропроцессов», заключающиеся: в представлении совокупности процессов высокотемпературной термической обработки в математической модели в виде временных стадий, формализованных временными масштабами процессов формирования необходимой высокопористой структуры, что позволяет рассмотреть весь цикл термического воздействия как систему с учетом аддитивности временных параметров.

4. На основе разработанной математической модели произведен расчет температурных профилей в материале с учетом эффектов теплопроводности. Установлено, что скорость изменения показателей температуры в центре засыпки сырьевой смеси при  $\lambda=0,047$  Вт/(м·°С),  $\tau = 90$  мин. (5400 с) и  $t = 750$  °С в два раза меньше расчетных показателей на поверхности, что подтверждает предположение об инерционности процесса термической обработки сырьевой смеси для получения пеностекла.

5. Зависимости, полученные при моделировании динамики распределения температурных полей в пеностекле при одномерной постановке задачи, демонстрируют наличие кривых с экстремумами в интервалах показателей температуры от  $750 \pm 20$  °С до  $650 \pm 20$  °С в сторону ее понижения, что объясняется инерционностью процесса теплопереноса в твердых телах. Показано, что, при интенсивном охлаждении сырьевой смеси, участки засыпки, находящиеся на расстоянии от ее граней порядка  $0,03 \pm 0,01$  м, прогретые до температуры выше  $650 \pm 20$  °С, не успевают передать ранее набранное тепло на грани засыпки. Выдержка материала при температурах порядка  $650 \pm 20$  °С более 75 минут (4500 с) нецелесообразна, в виду того, что окончательная стабилизация температуры в центре материала произойдет более чем через 120 минут (7200 с). Предложен принцип циклического термического воздействия на пеностекольную

форму для вспенивания, предусматривающий механизм периодического подвода тепла, что предусматривает минимизацию эффекта неравномерного распределения пор в структуре материала.

6. Разработаны методы математического моделирования и получены номограммы, позволяющие исследовать функциональные зависимости температуры на поверхности тел канонической формы в зависимости от значений чисел Био и Фурье при малых значениях числа Фурье, что способствует исключению ошибок при реализации методов расчета с использованием «зонального» метода и метода «микропроцессов», что позволяет учитывать периодичность воздействия температуры на материал.

7. Разработан новый математический метод определения необходимого времени для формирования заданной пористой структуры, где в качестве описания расплава сырьевой смеси адаптированы уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости (Навье-Стокса) и уравнение неразрывности в сферических координатах, учитывая, что скорость движения жидкости вокруг поры имеет только радиальную составляющую и вследствие сферической симметрии пор зависит только от  $r$  – расстояния от центра пузырька и  $t$  – времени процесса.

8. Показана зависимость разработанного коэффициента активности источника газообразования  $\alpha'$  от массы газообразного продукта и его интенсивности, что отражает физико-химическую картину процесса формирования пористой структуры пеностекла. Установлено, что повышение активности источника газообразования снижает время процесса формирования поры, в соответствии с этим при изменении параметра  $C$  ( $\text{мм}^3/\text{с}^2$ ), который учитывает влияние активности источника газообразования от вязкости расплава сырьевой смеси, изменяется время формирования поры с заданным радиусом. Так при увеличении радиуса поры до 2 мм (0,002 м) необходимо затратить в 8 раз больше времени, чем для формирования поры в 1 мм (0,001 м), а для формирования поры 3 мм (0,003 м) – в 27 раз.

9. Доказана эффективность внедрения на этапе планирования технологического процесса производства пеностекла математического моделирования макрофизических параметров процессов высокотемпературной термической обработки пеностекла, что повышает эффективность всего технологического процесса на 10%. Повышение эффективности процесса получения пеностекла представлено в количественном и качественном виде, где количественный критерий – вероятность отклонения распределения времени работ двух сетевых графиков, а качественный критерий – интервальное значение D-функции Харрингтона.

10. Разработана математическая модель теплопереноса на стадии самопроизвольного остывания пеностекольного блока, которая позволяет провести исследование особенностей распределения показателей температуры блока пеностекла и оценить сходимость функциональной зависимости между временем и температурой в заданных точках контроля по результатам экспериментальных данных, проведено исследование адекватности математической модели и доказана высокая сходимость результатов моделирования и экспериментальных измерений показателей температуры в заданных точках контроля. Полученные расчетные значения коэффициента детерминации Пирсона 0,969 для точки контроля №1 и 0,985 для точки контроля №2 демонстрируют наличие устойчивой функциональной связи между показателями динамики температуры, полученными в результате расчета по разработанной математической модели, и данными, полученными в результате экспериментального измерения показателей температуры с помощью средств контроля.

11. Разработанные в диссертации математические модели и методы моделирования макрофизических параметров процессов высокотемпературной обработки пеностекла, составляющие теоретические основы технологического процесса производства пеностекла, позволяют исследовать широкий класс задач при планировании технологии производства стеклокристаллических материалов на основе пеностекла, так и при прогнозировании конечных свойств готовой

продукции, отвечающей актуальным показателям цены и качества. Практическое применение теоретических результатов в виде компьютерных программ и баз данных позволяет снизить временные затраты при реализации отдельных технологических этапов и повысить оперативность процесса прогнозирования макрофизических параметров технологического процесса производства пеностекла.

Экспериментальные результаты и теоретические рекомендации диссертационной работы *рекомендованы* для внедрения на предприятиях по производству строительных теплоизоляционных и акустических неорганических материалов в различных регионах РФ, а именно на ЗАО «Сланцевский Завод Стальных Конструкций», ООО «Снабарматура СПб», ООО «АТА-Дефи», ООО «Абада Групп». Общим экономическим эффектом свыше 15 млн. руб. в год. Вместе с тем результаты работы могут быть предложены для апробации и внедрения при проектировании композитов для создания комфортной среды обитания человека, в первую очередь, при освоении Севера и Арктики, для строительства объектов МО РФ. Также результаты работы использованы в учебном процессе при подготовке бакалавров и магистров по специальностям и направлениям подготовки «Строительство», «Техника и технология строительства», «Строительство уникальных зданий и сооружений» в ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет» и ФГБОУ ВО «МГУ им. Н.П. Огарева» по учебным дисциплинам «Строительные материалы», «Научные проблемы оптимизации в строительстве», «Современные методы исследования материалов и конструкций», «Механизация и автоматизация в строительстве» и «Технологические процессы в строительстве».

**Перспективы дальнейших исследований** целесообразно рассматривать в направлении: исследование динамики процессов формирования термической деструкции в пеностекле при резком изменении температурного воздействия на материал в процессе термического воздействия; разработка математического описания и аппаратного оформления технологической стадии отжига стеклокристаллических материалов на основе пеностекла с учетом физико-



химического гранулометрического состава материала; разработка технологии импульсного подвода тепла и расчет энергозатрат для ее реализации с учетом различных энергоносителей и конструктивного исполнения печей для термической обработки материала. Разработка математического описания процесса теплопереноса в трехмерных координатах с целью определения напряженно-деформационных состояний в приповерхностных слоях пеностекла.

В заключении выражаю глубокую признательность научному консультанту – Лауреату премии Правительства РФ в области науки и техники, заслуженному деятелю науки РФ, академику РААСН, доктору технических наук, профессору Сергею Викторовичу Федосову, доктору технических наук, профессору Юлии Алексеевне Щепочкиной за определение тематики научных исследований в области получения стеклокристаллических материалов на основе пеностекла, а также доктору технических наук Денису Вячеславовичу Тараканову и всем соавторам исследований, представленных в данной работе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.с. СССР № 1169952. МКИ С 03 С 11/00. Способ получения пеностекла / Б.К. Демидович, Е.С. Новиков, С.С. Иодо, П.В. Шипук; опубл. 30.07.85; Бюл. № 28.
2. Алексеев, С.В. Моделирование отжига пеностекла / С.В. Алексеев, Ю.Л. Белоусов // Передовые технологии в промышленности и строительстве на пороге 21 века: Сб. докл. Междунар. шк.-сем. молод. учен. и асп. – Белгород: изд-во БелГТАСМ, 1998. – С. 202-205.
3. Алоян, Р.М. Теоретические основы математического моделирования механических и тепловых процессов в производстве строительных материалов: монография / Р.М. Алоян, С.В. Федосов, В.Е. Мизонов; М-во образования и науки Российской Федерации, Гос. образовательное учреждение высш. проф. образования «Ивановский гос. архитектурно-строит. ун-т». – Иваново: ИГАСУ, 2011. – 255 с.
4. Английский патент № 1112083. Стекла и огнеупоры (=Verres et réfractaires); заявлен 17/XII 1964, опубл. 1965.
5. Андреев, Н.Х. Новые материалы в технике: Учеб. пособие для втузов / Н.Х. Андреев, А. И. Малахов, Л. С. Фуфаев. – М.: Высш. школа, 1968. – 368 с.
6. Ашпина, О. Стекло и пена / О. Ашпина, П. Степаненко // The Chemical Journal. – 2010. – январь-февраль. – С. 47-49.
7. Баканов, М.О. Моделирование высокотемпературных процессов в технологии пеностекла. Часть 1: Формирование динамики циклических нестационарных двумерных температурных полей / М.О. Баканов // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Сер.: Материалы. Конструкции. Технологии. – 2021. – № 2 (18) – С. 87-102.
8. Баканов, М.О. Моделирование процессов теплообмена при термической обработке пеностекла / М.О. Баканов, С.Н. Никишов // Физика волокнистых материалов: структура, свойства, наукоемкие технологии и материалы (SMARTEX-2015): сборник материалов XVIII Международного

научно-практического форума (26-29 мая 2015 года). – Иваново: ИВГПУ, 2015. – С. 270-273.

9. Баканов, М.О. Моделирование размеров пор при производстве пеностекла / М.О. Баканов, С. Н. Никишов // Наука современности – 2015: сборник материалов международной научной конференции (Москва, 29–30 января 2015 г.) / Под ред. проф. П.М. Саламахина, А.Н. Квитко, Н.А. Алексеевой [и др.]. – Киров: МЦНИЦ, 2015. – С. 94-100.

10. Баканов, М.О. О необходимости комплексного подхода к математическому моделированию процессов термической обработки пеностекляной шихты на всех стадиях его производства / М.О. Баканов, С.Н. Никишов // Интеллектуальные композиты для зеленого строительства: Международная научно-практическая конференция, посвященная 70-летию заслуженного деятеля науки РФ, члена-корреспондента РААСН, доктора технических наук, профессора Валерия Станиславовича Лесовика: сб. докл. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2016. – Ч. 1. – С. 56-60.

11. Баканов, М.О. Определение граничных условий при математическом моделировании процессов термической обработки пористых материалов / М.О. Баканов, С.Н. Никишов // Актуальные вопросы естествознания: материалы II Межвузовской научно-практической конференции (Иваново, 12 апреля 2017 года) / Сост. Н.Е. Егорова. – Иваново: Ивановская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2017. – С. 192-195.

12. Баканов, М.О. Особенности теплообмена в теплоизоляционных материалах / М.О. Баканов, С.Н. Никишов // Актуальные вопросы естествознания: материалы I Межвузовской научно-практической конференции (Иваново, 21 апреля 2016 года) / Сост. Н.Е. Егорова, Д.А. Ульев. – Иваново: ФГБОУ ВО Ивановская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2016. – С. 51-56.

13. Баканов, М.О. Реляционная модель данных экспериментального исследования динамики профиля температуры в блоках пеностекла: Свидетельство о государственной регистрации базы данных № 2013548856 от 10.02.2021 г.

14. Баранов, Е.В. Новый технологический принцип поризации и вспучивания стекла при получении легких заполнителей / Е.В. Баранов, Т.И. Шелковникова, Е.М. Чернышов // Вестник Центрального регионального отделения РААСН. – 2009. – Вып. 8. – С. 95-102.

15. Баранов, Е.В. Технология получения теплоизоляционных материалов на основе использования эффекта вспучивания и поризации обводненного техногенного стекла: диссертация... кандидата технических наук: 05.23.05 / Баранов Евгений Владимирович. – Воронеж, 2006. – 160 с.

16. Бахвалов, Н.С. Численные методы: уч. пособие для вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Наука, 1987. – 598 с.

17. Бегункова, А.Ф. Разработка новых методов определения тепловых сопротивлений тонких слоев термоизоляторов: автореферат дис. ... канд. техн. наук / А. Ф. Бегункова; МВО-СССР. Ленингр. ин-т точной механики и оптики. – Ленинград: [б. и.], 1950. – 17 с.

18. Беляев, Н.М. Методы теории теплопроводности: учеб. пособие для вузов. В 2-х ч. / Н. М. Беляев, А. А. Рядно. – М.: Высш. шк., 1982. – Ч. 2. – 304 с.

19. Берд, Г. Молекулярная газовая динамика / Г. Берд; пер. с англ. А. И. Ерофеева [и др.]. – М.: Мир, 1981. – 319 с.

20. Бирюков, В.А. Отходы стекла – экология, информация, бизнес / В.А. Бирюков // Строительные материалы. – 1998. – № 2. – С. 39.

21. Блох, А.Г. Теплообмен излучением: Справочник / А.Г. Блох, Ю.А. Журавлев, Л. Н. Рыжков. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 431 с.

22. Бовтеев, С.В. Вероятностное планирование строительства объектов / С.В. Бовтеев, Ю.О. Чайка // Мир строительства и недвижимости. – 2006. – № 14. – С. 52-54.

23. Богданов, В.С. Кинематика измельчения материала в вибрационной мельнице / В.С. Богданов, Н.Э. Богданов, А.Ю. Гаврунов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2017. – № 3 (699). – С. 76-83.

24. Богданов, В.С. Кинетика процесса измельчения в вибрационной мельнице / В.С. Богданов, Ю.А. Донцова, Н.Э. Богданов [и др.] //

Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов. Межвузовский сборник научных статей. – Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, 2017. – С. 62-67.

25. Богданов, В.С. Направления совершенствования техники и технологии вибропомола / В.С. Богданов, Ю.А. Донцова, Н.Э. Богданов [и др.] // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов. Межвузовский сборник научных статей. – Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, 2017. – С. 47-52.

26. Богданов, В.С. Основные процессы в производстве строительных материалов: учебник для студентов, обучающихся по направлению 270101 «Строительство» / В.С. Богданов, А.С. Ильин, И.А. Семикопенко. – Белгород: Изд-во БГТУ им. В. Г. Шухова, 2008. – 551 с.

27. Богданов, В.С. Сравнительный анализ параметров зернового состава продуктов помола по различным технологическим схемам измельчения / В.С. Богданов, Д.В. Богданов, Д.М. Анненко [и др.] // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов. Межвузовский сборник научных статей. – Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, 2017. – С. 35-40.

28. Богданов, В.С. Теоретические основы фракционирования сыпучих материалов / В.С. Богданов, О.С. Василенко, В.Б. Пономарев [и др.] // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов. Межвузовский сборник научных статей / Под ред. В.С. Богданова. – Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, 2018. – С. 44-50.

29. Бутаев, А.М. Прочность стекла. Ионнообменные упрочнения / А.М. Бутаев. – Махачкала, 1997. – 254 с.

30. Бутт, Л.М. Перспективы развития производства отделочных и теплозвукоизоляционных материалов / Л.М. Бутт. – М.: [б. и.], 1968. – 23 с.

31. Бутт, Л.М. Производство пеностекла. Труды совещания по расширению производства и ассортимента теплоизоляционных и акустических материалов / Л.М. Бутт. – Рига, 1958. – 398 с.
32. Бутт, Л.М. Технология стекла: Учебник для техникумов пром-сти строит. материалов / Л.М. Бутт, В.В. Полляк. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во лит. по стр-ву, 1971. – 367 с.
33. Бухмиров, В.В. Зональные методы расчета радиационного и сложного теплообмена / В.В. Бухмиров, Ю.С. Солнышкова. – Иваново: ФГБОУ ВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», 2012. – 96 с.
34. Вайсман, Я.И. Научные и технологические аспекты производства пеностекла / Я.И. Вайсман, А.А. Кетов, П.А. Кетов // Физика и химия стекла. – 2015. – Т. 41, № 2. – С. 214-221.
35. Вознесенский, В.А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях / В.А. Вознесенский. – М.: Статистика, 1974. – 192 с.
36. Вознесенский, В.А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях / В.А. Вознесенский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 263 с.
37. Вознесенский, В.А. Статистические решения в технологических задачах / В.А. Вознесенский. – Кишинев: Изд-во «Картямолдовеняскэ», 1969. – 232 с.
38. Гаврилов, В.С. Функции Бесселя в задачах математической физики / В.С. Гаврилов, Н.А. Денисова, А.В. Калинин. – Нижний Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета, 2014. – 40 с.
39. Гаркави, М.С. Влияние технологических параметров подготовки шихты на свойства пеностекла / М.С. Гаркави, О.К. Мельчаева, А.И. Назарова // Стекло и керамика. – 2011. – № 2. – С. 8-10.
40. Гершуни, Г.З. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости / Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий. – М.: Наука, 1972. – 392 с.

41. Гимик, В.В. Разработка экологически безопасных технологий утилизации стеклобоя и отходов металлургических производств: автореферат дис.... кандидата технических наук: 25.00.36 / Гимик Владимир Викторович; Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Нижний Новгород, 2002. – 25 с.
42. Голенко, Д.И. Статистические методы сетевого планирования и управления / Д.И. Голенко. – М.: Наука, 1968. – 400 с.
43. Горлов, Ю.П. Огнеупорные и теплоизоляционные материалы: учеб. пособие для техникумов / Ю. П. Горлов, Н. Ф. Еремин, Б. У. Седунов. – М.: Стройиздат, 1976. – 193 с.
44. Горлов, Ю.П. Технология теплоизоляционных и акустических материалов и изделий: учебник для вузов по спец. «Производство строительных изделий и конструкций» / Ю.П. Горлов. – М.: Высшая школа, 1989. – 384 с.
45. Горлов, Ю.П. Технология теплоизоляционных материалов / Ю.П. Горлов, А.П. Меркин, А.А. Устенко. – М.: Стройиздат, 1980. – 399 с.
46. Городов, Р.В. Математическая модель процесса нагрева шихты при производстве пеностекла / Р.В. Городов, А.В. Кузьмин // Современные техника и технологии: Труды XIV Междунар. Научно-практ. Конф. Молодых ученых. – Томск, 2008. – Т. 3. – С. 356-359.
47. Городов, Р.В. Математическое моделирование цикла тепловой обработки пеностекольной шихты: диссертация... кандидата физико-математических наук: 01.04.14 / Городов Роман Владимирович; [Место защиты: Том. политехн. ун-т]. – Томск, 2009. – 124 с.
48. Городов, Р.В. Оценка конвективной составляющей при нагреве шихты в печи в процессе производства пеностекла / Р.В. Городов, А.В. Кузьмин // Известия Томского политехнического университета. – 2008. – Т. 313, № 4. – С. 18-22.
49. Городов, Р.В. Экспериментальное определение зависимости температуропроводности пеностекольной шихты от температуры / Р.В. Городов // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 314, № 4. – С. 33-37.

50. Горяйнов, К.Э. Технология теплоизоляционных материалов и изделий: учебник для вузов по спец. «Хим. технология керамики и огнеупоров» / К.Э. Горяйнов, С.К. Горяйнова. – М.: Стройиздат, 1982. – 376 с.

51. ГОСТ 10134.1-82. Стекло неорганическое и стеклокристаллические материалы. Методы определения водостойкости. – Москва: ИПК Издательство стандартов, 1983. – 9 с.

52. ГОСТ 17177-94. Материалы и изделия строительные теплоизоляционные. Методы испытаний. – Москва: ИПК Издательство стандартов, 1996. – 59 с.

53. ГОСТ 33949-2016. Изделия из пеностекла теплоизоляционные для зданий и сооружений. Технические условия. – Москва: Стандартинформ, 2017. – 11 с.

54. ГОСТ 7076-99. Материалы и изделия строительные. Метод определения теплопроводности и термического сопротивления при стационарном тепловом режиме. – Москва: Госстрой России, ГУП ЦПП, 2000. – 27 с.

55. Гурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для инженерно-экономических институтов и факультетов / В.Е. Гурман. – М.: «Высшая школа», 1972. – 368 с.

56. Дамдинова, Д.Р. Эффективные пеностекла на основе эффузивных пород и стеклобоя / Д.Р. Дамдинова, П.К. Хардаев, К.К. Константинова. – Улан-Удэ: изд-во ВСГТУ, 2006. – 165 с.

57. Демидович, Б.К. Пеностекло – технология и применение / Б.К. Демидович, Н.П. Садченко. – М.: ВНИИЭСМ, 1990. – 44 с.

58. Демидович, Б.К. Пеностекло / Б.К. Демидович. – Минск: Наука и техника, 1975. – 247 с.

59. Демидович, Б.К. Производство и применение пеностекла / Б.К. Демидович. – Минск: Наука и техника, 1972. – 301 с.

60. Демин, А.М. Математическая модель термической обработки сырца при получении пеностекла: диссертация... кандидата технических наук: 05.13.18 /



Демин Антон Михайлович; [Место защиты: Петерб. гос. ун-т путей сообщ.]. – Санкт-Петербург, 2013. – 117 с.

61. Демин, А.М. Математическое моделирование подогрева сырца в процессе производства пеностекла / А.М. Демин // Вестник гражданских инженеров. – 2013. – № 1. – С. 166-172.

62. Джалурия, И. Естественная конвекция: тепло– и массообмен / Й. Джалурия; пер. с англ. С. Л. Вишневецкого. – М.: Мир, 1983. – 399 с.

63. Дмитриевич, А.Д. Определение теплофизических свойств строительных материалов / А.Д. Дмитриевич – М.: Госстройиздат, 1963. – 204 с.

64. Домнин, Л.Н. Элементы теории графов: учебное пособие / Л.Н. Домнин; Федеральное агентство по образованию, Гос. образовательное учреждение высш. проф. образования «Пензенский гос. ун-т». – Пенза: Изд-во Пензенского гос. ун-та, 2007. – 143 с.

65. Дудеров, И.Г. Общая технология силикатов: учеб. для техникумов пром-сти строит. материалов / И.Г. Дудеров, Г.М. Матвеев, В.Б. Суханова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1987. – 559 с.

66. Емельянов, А.Н. Кинетика синтеза гранулированного пеностекла / А.Н. Емельянов // Химия и химическая технология. – 2006. – Т. 49, № 11. – С. 141-142.

67. Жерновая, Н.Ф. Использование стеклобоя в производстве пористых строительных материалов / Н.Ф. Жерновая, В.И. Онищук // Известия ВУЗов. Строительство. – 1996. – № 10. – С. 99-101.

68. Жерновая, Н.Ф. Физико-химические основы технологии стекла и стеклокристаллических материалов: учебно-практическое пособие / Н.Ф. Жерновая, В.И. Онищук, Н.И. Минько. – Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2001. – 101 с.

69. Зубов, Н.Н. Оптимизация решений методами линейного программирования. Конспект лекций / Н.Н. Зубов, А.И. Кириков. – Калинин: ВКА ПВО, 1987. – 60 с.

70. Зубов, Н.Н. Оптимизация решений методами математического программирования. Учебное пособие / Н.Н. Зубов, Ю.В. Богданов. – Калинин: ВКА ПВО, 1988. – 103 с.

71. Зуховицкий, С.И. Математические методы сетевого планирования / С.И. Зуховицкий, И.А. Радчик; с предисл. Л. А. Люстерника. – М.: Наука, 1965. – 296 с.

72. Использование функции желательности Харрингтона при решении оптимизационных задач химической технологии: учеб.-метод. пособие / М-во образования Рос. Федерации. Рос. химико-технол. ун-т им. Д. И. Менделеева; сост.: С.Л. Ахназарова, Л.С. Гордеев. – М.: Рос. хим.-технол. ун-т им. Д.И. Менделеева, 2003 (Ризограф ун-та). – 76 с.

73. Казанцева, Л.К. Вспененные стеклокерамические теплоизоляционные материалы из природного сырья / Л.К. Казанцева, В.И. Верещагин, Г.И. Овчаренко // Строительные материалы. – 2001. – № 4. – С. 33-34.

74. Казанцева, Л.К. Формирование ячеистой структуры и технология пеноматериалов из цеолитсодержащего сырья: автореферат дис.... доктора технических наук: 05.17.11 / Казанцева Лидия Константиновна; Том. политехн. ун-т. – Томск, 2002. – 42 с.

75. Калиниченко, В.И. Численные решения задач теплопроводности / В.И. Калиниченко, А.Ф. Коший, А.И. Ропавка. – Харьков: Вища шк: Изд-во при Харьк. гос. ун-те, 1987. – 108 с.

76. Каменецкий, С.П. Перлиты: Свойства, технология и применение / Гос. производ. ком. по монтажным и спец. строит. работам СССР. Главтепломонтаж. Всесоюз. науч.-исслед. и проектный ин-т «Теплопроект». – М.: Госстройиздат, 1963. – 280 с.

77. Каммерер, И.С. Термоизоляция в промышленности / И.С. Каммерер, доц. Высш. техн. уч-ща в Берлине; пер. с нем. инж. С. А. Брюля; под ред. инж. Д.Л. Тимрота. – М.; Ленинград: Гос. энергетич. изд-во, 1932 (М.: тип. "Образцовая"). – 264 с.

78. Карташов, Э.М. Аналитические методы теории теплопроводности и ее приложений / Э.М. Карташов, В.А. Кудинов. – Изд. 4-е, перераб. и суц. доп. – М.: URSS: ЛЕНАНД, 2018. – 1078 с.
79. Кафтанова, Ю.В. Специальные функции математической физики. Научно-популярное издание / Ю.В. Кафтанова. – Харьков: ЧП Издательство «Новое слово», 2009. – 596 с.
80. Кетов, А.А. Опыт производства пеностеклянных материалов из стеклобоя / А.А. Кетов, И.С. Пузанов, Д.В. Саулин // Строительные материалы. – 2007. – № 3. – С. 70-72.
81. Кетов, А.А. Тенденции развития технологии пеностекла / А.А. Кетов, А.В. Конев, И.С. Пузанов [и др.] // Строительные материалы. – 2007. – сентябрь. – С. 2-5.
82. Кетов, А.А. Теплоизоляция из пеностекла – воспоминания о будущем с думой о настоящем / А.А. Кетов // Стройкомплекс плюс (Приложение к журналу «Стройкомплекс среднего Урала»). – 2006. – март. – С. 14-21.
83. Кешишян, Т. Н. Технология стекла: учеб. пособие для техникумов / Т.Н. Кешишян, Л. М. Бутт. – М.: Промстройиздат, 1949 (Перово: тип. Изд-ва М-ва коммун. хозяйства РСФСР). – 316 с.
84. Китайгородский, И.И. Пеностекло / И.И. Китайгородский, Т.Н. Кешишян. – М.: Промстройиздат, 1953. – 80 с.
85. Китайгородский, И.И. Пеностекло, его свойства, производство и применение / И.И. Китайгородский, З.А. Михайлова-Богданская. – М.: Промстройиздат, 1956. – 30 с.
86. Китайгородский, И.И. Теория стеклообразования и методы варки стекла / И.И. Китайгородский. – М.; Ленинград: Гизлегпром, 1935. – 185 с.
87. Китайцев, В.А. Технология теплоизоляционных материалов: Учебник для технол. фак. строит. вузов / В.А. Китайцев. – М.: Госстройиздат, 1959. – 350 с.
88. Ковалев, Л.К. К вопросу о применении пеностекла как строительного материала / Л.К. Ковалев, Р.Л. Шустер // Вестник АН КазССР. – 1953. – № 11. – С. 98-103.

89. Ковалев, Л.К. К методике определения температуры начала размягчения стекла / Л.К. Ковалев, Р.Л. Шустер // Вестник АН КазССР. – 1953. – № 1. – С. 81-85.
90. Кофман, А. Сетевые методы планирования: Применение системы ПЕРТ и ее разновидностей при управлении производ. и науч.-исслед. проектами: Пер. с фр. / А. Кофман, Г. Дебазей. – М.: Прогресс, 1968. – 181 с.
91. Краев, О.А. Метод определения зависимости теплопроводности от температуры за один опыт / О.А. Краев // Теплоэнергетика. – 1956. – № 4. – С. 15-18.
92. Краев, О.А. Простой метод измерения теплопроводности теплоизоляторов / О.А. Краев // Теплоэнергетика. – 1958. – № 4. – С. 81-82.
93. Кривилев, М.Д. Нестационарный теплоперенос при фазовых переходах в пористых материалах / М.Д. Кривилев, Г.А. Гордеев, В.Е. Анкудинов [и др.] // Вестник Удмуртского ун-та. Серия: Физика. Химия. – 2010. – Вып. 1. – С. 43-55.
94. Крищер, О. Научные основы техники сушки / О. Крищер; перевод с нем. канд. техн. наук Д. М. Левина; под ред. д-ра техн. наук проф. А. С. Гинзбурга; [Предисл. А. С. Гинзбурга и Д. М. Левина]. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961. – 539 с.
95. Кулаева, Н.С. Технологические параметры брикетирования шихты для получения пеностекла / Н.С. Кулаева, М.С. Гаркави // Стекло и керамика. – 2005. – № 12. – С. 18-19.
96. Кулиниченко, В.Р. Справочник по теплообменным расчетам / В. Р. Кулиниченко. – Киев: Тэхника, 1990. – 163 с.
97. Кутателадзе, С.С. Основы теории теплообмена / С.С. Кутателадзе. – М.: Атомиздат, 1979. – 758 с.
98. Липин, А.А. Моделирование процессов тепломассопереноса при капсулировании гранул в фонтанирующем слое / А.А. Липин, В.О. Небукин, А.Г. Липин // Известия высших учебных заведений. Химия и химическая технология. – 2018. – Т. 61, № 4-5. – С. 98-104.

99. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – Изд. 5, переработанное. – М.: ГРФМЛ изд. Наука, 1978. – 736 с.
100. Лотов, А.В. Многокритериальные задачи принятия решений: учебное пособие / А.В. Лотов, И.И. Поспелова. – М.: Макс-Пресс, 2008. – 196 с.
101. Лотов, В.А. Кинетика процесса формирования пористой структуры пеностекла / В.А. Лотов, Е.В. Кривенкова // Стекло и керамика. – 2002. – № 3. – С. 14-17.
102. Лыков, А.В. Теория тепло– и массопереноса / А.В. Лыков, Ю.А. Михайлов. – М.; Ленинград: Госэнергоиздат, 1963. – 535 с.
103. Лыков, А.В. Теория теплопроводности: учебное пособие для студентов теплотехнических специальностей высших учебных заведений / А.В. Лыков. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
104. Маликов, Ю.К. Расчет угловых коэффициентов излучения методом параллельных плоскостей / Ю.К. Маликов // Теплофизика высоких температур. – 1986. – Т. 24, № 6. – С. 1149-1155.
105. Мамонтов, А.Е. Методы математической физики: учебное пособие / А.Е. Мамонтов. – Новосибирск: НГПУ, 2016. – 129 с.
106. Мандельброт, Б.Б. Фрактальная геометрия природы / Б.Б. Мандельброт. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
107. Маневич, В.Е. Закономерности формирования пеностекла / В.Е. Маневич, К.Ю. Субботин // Стекло и керамика. – 2008. – № 5. – С. 18-20.
108. Мартыненко, О.Г. Свободно-конвективный теплообмен: Справочник / О.Г. Мартыненко, Ю.А. Соковишин. – Минск: Наука и техника, 1982. – 399 с.
109. Мартыненко, О.Г. Теплообмен смешанной конвекцией / О.Г. Мартыненко, Ю.А. Соковишин; под ред. акад. А.В. Лыкова. – Минск: Наука и техника, 1975. – 255 с.
110. Мацевитый, Ю.М. Гибридное моделирование тепловых процессов / Ю.М. Мацевитый, Й. Кунеш; под ред. Ю.М. Мацевитого; АН УССР, Ин-т пробл. машиностроения. – Киев: Наук. думка, 1987. – 266 с.

111. Мелконян, Р.Г. Сбор и переработка отходов стекла / Р.Г. Мелконян // Жилищное и коммунальное хозяйство. – 1995. – № 1. – С. 35-38.
112. Мелконян, Р.Г. Утилизация стеклобоя / Р.Г. Мелконян // Стекло мира. – 1998. – № 1. – С. 27-28.
113. Методы определения теплопроводности и температуропроводности / Под ред. А. В. Лыкова. – М.: Энергия, 1973. – 336 с.
114. Мизонов, В.Е. Моделирование, расчет и оптимизация тепломассообменных процессов в текстильной промышленности / В.Е. Мизонов [и др.]; науч. ред. В.А. Зайцев. – Иваново: ГОУ ВПО Ивановский гос. химико-технологический ун-т, 2010. – 203 с.
115. Минько, Н.И. Пеностекло. Научные основы и технологии / Н.И. Минько, О.В. Пучка, В.С. Бессмертный [и др.]. – Воронеж: Научная книга, 2008. – 168 с.
116. Минько, Н.И. Перспективы развития технологии производства и применения пеностекла / Н.И. Минько, О.В. Пучка, А.А. Кузьменко [и др.] // Стекло мира. – 2006. – № 4. – С. 91-92.
117. Моделирование нестационарного теплопереноса в реакторе гидролиза цианосодержащих полимеров / А.И. Сокольский, С.В. Федосов, В.Н. Кисельников [и др.]; Ивановский химико-технологический институт // Библиогр. указ. ВИНТИ. – 1989. – № 2. – С. 145. – Деп. в НИИТЭХИМ г. Черкассы, № 1076-ХП-88.
118. Наркевич, И.П. Утилизация и ликвидация отходов в технологии неорганических веществ / И. П. Наркевич, В. В. Печковский. – М.: Химия, 1984. – 239 с.
119. Натареев, С.В. Математическое моделирование процесса ионного обмена в комбинированном аппарате / С.В. Натареев, С.В. Федосов, В.Н. Кисельников // Тез. докл. науч.– практ. конф. преп. и сотр. ИХТИ (7–10 февр. 1989 г.). – Иваново, 1989. – С. 42.
120. Общий курс процессов и аппаратов химической технологии: учеб. для студентов вузов, обучающихся по группе специальностей «Хим. Технология»: В 2

кн. / В.Г. Айнштейн, М.К. Захаров, Г.А. Носов [и др.]; под общ. ред. В.Г. Айнштейна. – М.: Химия, 1999. – Кн. 1. – 887 с.

121. Овчинников, Л.Н. Исследование тепломассообмена при конвективной сушке гранул органоминерального удобрения в плотном слое / Л.Н. Овчинников, С.И. Медведев // Известия вузов. Химия и химическая технология. – 2019. – Т. 62, № 6. – С. 91-97.

122. Орехова, Т.Н. Изучение процесса получения сухих строительных смесей / Т.Н. Орехова, И.А. Лымарь, А.М. Раков [и др.] // Энерго-ресурсосберегающие технологии и оборудование в дорожной и строительных отраслях. Материалы Международной научно-практической конференции. – Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, 2018. – С. 146-153.

123. Осипов, В.А. Экспериментальное исследование процессов теплообмена / В.А. Осипов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергия, 1979. – 320 с.

124. Павлов, В.Е. Комплексное использование минерального сырья и стеклобоя при получении пеностекло / В.Е. Павлов, Д.Р. Дамдинова, П.К. Хардаев // Вестник БГУ. – 2005. – № 4. – С. 71-75.

125. Павлов, В.Е. Пеностекло с повышенными конструктивными свойствами на основе эффузивных пород и стеклобоя: диссертация... кандидата технических наук: 05.23.05 / Павлов Виктор Евгеньевич. – Улан-Удэ, 2006. – 162 с.

126. Падохин, В.А. Комплексное математическое описание тепло– и массопереноса в процессе сушки неограниченного тела цилиндрической формы аналитическими методами теории теплопроводности / В.А. Падохин, Г.А. Зуева, Г.Н. Кокурина [и др.] // Теоретические основы химической технологии. – 2015. – Т. 49, № 1. – С. 54-64.

127. Пасконов, В.М. Численное моделирование процессов тепло– и массообмена: учеб. пособие по спец. «Прикл. Математика», «Физика» и «Механика» / В.М. Пасконов, В.И. Полежаев, Л.А. Чудов. – М.: Наука, 1984. – 285 с.

128. Пеннер, С.С. Количественная молекулярная спектроскопия и излучательная способность газов / С.С. Пеннер. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963 – 493 с.
129. Петров, В.А. Перенос энергии в частично прозрачных твердых материалах / В.А. Петров, Н.В. Марченко. – М.: Наука, 1985. – 123 с.
130. Петрова, Г.П. Теория теплового излучения / Г.П. Петрова. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 120 с.
131. Пономарев, В.Б. Математическое моделирование технологических процессов: курс лекций / В.Б. Пономарев, А.Б. Лошкарёв. – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ УПИ, 2006. – 129 с.
132. Попов, Ю.П. Вычислительный эксперимент / Ю.П. Попов, А.А. Самарский. – М.: Знание, 1983. – 64 с.
133. Пыльник, Э.В. Получение теплоизоляционных изделий из расплавов минерального сырья и отходов промышленности / Э.В. Пыльник, Ф.М. Оруджев, С.А. Куприянова // Сборник трудов «Азгоспроекта». – 1982. – Вып. 42. – С. 56-58.
134. Радиационные свойства газов при высоких температурах / В.А. Каменщиков, Ю.А. Пластинин, В.М. Николаев [и др.]. – М.: Машиностроение, 1971. – 440 с.
135. Радиационный теплоперенос в высокотемпературных газах: Справочник / И.Ф. Головнев, В.П. Замураев, С.С. Кацнельсон [и др.]; под ред. Р.И. Солоухина. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 256 с.
136. Романков, П.Г. Массообменные процессы химической технологии: (системы с дисперсной твердой фазой) / П.Г. Романков, В.Ф. Фролов. – Ленинград: Химия: Ленингр. отд-ние, 1990. – 383 с.
137. Россомагина, А.С. Разработка технологии гранулированного пеностекла из стеклобоя: диссертация... канд. техн. наук: 05.23.05 / Россомагина Анна Сергеевна; Юж.-Ур. гос. ун-т. – Челябинск, 2004. – 139 с.
138. Рудобашта, С.П. Диффузия в химико-технологических процессах / С.П. Рудобашта, Э.М. Карташов. – М.: Химия, 2013. – 478 с.



139. Рудобашта, С.П. Исследование массопроводных свойств слоя семян / С.П. Рудобашта, Г.А. Зуева, В.М. Дмитриев // Известия высших учебных заведений. Химия и химическая технология. – 2017. – Т. 60, № 7. – С. 72-77.
140. Рудобашта, С.П. Массоперенос в системах с твердой фазой / С.П. Рудобашта. – М.: Химия, 1980. – 248 с.
141. Рыбьев, И.А. Строительное материаловедение: учеб. пособие для студентов строит. специальностей / И.А. Рыбьев. – М.: Высш. шк., 2002. – 700 с.
142. Себиси, Т. Конвективный теплообмен: Физ. основы и вычисл. методы / Т. Себиси, П. Брэдшоу; перевод с англ. С. С. Ченцова, В. А. Хохрякова; под ред. У. Г. Пирумова. – М.: Мир, 1987. – 590 с.
143. Селиванов, Н.В. Теплообмен высоковязких жидкостей в емкостях: монография / Н.В. Селиванов. – Астрахань: Изд-во АГТУ, 2001. – 231 с.
144. Сиваченко, Л.А. Проблемы создания высокоэффективных технологических комплексов и пути их решения / Л.А. Сиваченко, А.Н. Хустенко, В.С. Богданов [и др.] // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов. межвузовский сборник статей. – Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, 2019. – С. 447-451.
145. Смирнова, Л.Б. Гранулированное пеностекло из боя стекла / Л.Б. Смирнова // Стекло и керамика. – 1990. – № 12. – С. 22-23.
146. Сосунов, Е.О. О преимуществах пеностекла в сравнении с другими теплоизоляционными материалами / Е. Сосунов // Стекло мира. – 2005. – № 3. – С. 90-96.
147. Сосунов, Е.О. Пеностекло. На пути из прошлого в будущее / Е.О. Сосунов // Архитектура и строительство. – 2004. – № 5. – С. 110-111.
148. СП 50.13330.2012. Тепловая защита зданий. Актуализированная редакция СНиП 23–02–2003 (с Изменением №1). – Москва: Минрегион России, 2012. – 95 с.

149. Сперроу, Э.М. Теплообмен излучением / Э. М. Спэрроу, Р. Д. Сесс; пер. с англ. С. З. Сориц и Л. М. Сорокопуда; под ред. А. Г. Блоха. – Ленинград: Энергия. Ленингр. отд-ние, 1971. – 294 с.

150. Спиридонов, Ю.А. Проблемы получения пеностекла / Ю.А. Спиридонов, Л.А. Орлова // Стекло и керамика. – 2003. – № 10. – С. 10-11.

151. Спиридонова, Е.В. Прогнозирование образования твердых растворов в стекле / Е.В. Спиридонова, И.Б. Рожкова // Стекло и керамика. – 1992. – № 2.1. – С. 9-10.

152. Справочник по производству стекла: В 2 т. / Под ред. заслуж. деятеля науки и техники РСФСР д-ра техн. наук проф. И. И. Китайгородского и канд. техн. наук доц. С. И. Сильвестровича. – М.: Госстройиздат, 1963. – Т. 1. – 1028 с.

153. Строительные материалы: Справочник / А.С. Болдырев [и др.]; под ред. А.С. Болдырева, П.П. Золотова. – М.: Стройиздат, 1989. – 567 с.

154. Технология минеральных теплоизоляционных материалов и легких бетонов: Учеб. пособие по специальности «Производство строит. изделий и конструкций» / К.Э. Горяйнов, К.Н. Дубенецкий, С.Г. Васильев [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1976. – 536 с.

155. Технология стекла: Учебник для технол. вузов / И.И. Китайгородский, Н.Н. Качалов, В.В. Варгин [и др.]; под общ. ред. И.И. Китайгородского. – 3-е изд., перераб. – М.: Госстройиздат, 1961. – 623 с.

156. Топольский, Н.Г. Теоретические основы поддержки управления пожарными подразделениями на основе мониторинга динамики пожара в здании: Монография / Н.Г. Топольский, Д.В. Тараканов, Е.А. Михайлов; под общей ред. д-ра техн. наук, профессора Н.Г. Топольского – М.: Академия ГПС МЧС России, 2019. – 320 с.

157. Труды Московского химико-технологического института им. Д.И. Менделеева / М-во высш. образования СССР, Московский химико-технологический ин-т им. Д. И. Менделеева. – М.: [б. и.], 1932-1991. – 21-29 см. – ISSN 0320-3220.

158. Уваров, В.А. Математическое описание процессов, протекающих в пневмосмесителе непрерывного действия / В.А. Уваров, Т.Н. Орехова, А.В. Уральский [и др.] // Энерго-ресурсосберегающие технологии и оборудование в дорожной и строительных отраслях. Материалы Международной научно-практической конференции. – Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, 2017. – С. 313-320.

159. Утеплитель из пеностекла foamglas® [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.foamglas.com/en>.

160. Федосов С.В., Баканов М.О. Моделирование и визуализация динамических процессов термического вспенивания стекольной шихты с целью управления пористостью декоративного пеностекла: Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2014611857 от 12.02.2014 г.

161. Федосов С.В., Баканов М.О. Программное средство для моделирования и расчета процесса термической обработки сырьевой смеси для получения пеностекла: Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019614723 от 10.02.2021 г.

162. Федосов С.В., Баканов М.О., Никишов С.Н. Программное средство для оценки динамики параметров формирования пористой структуры сырьевой смеси для получения пеностекла в процессах высокотемпературной термической обработки: Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018661062 от 31.08.2018 г.

163. Федосов С.В., Баканов М.О., Никишов С.Н. Программное средство для моделирования и расчета температурных полей в твердых пористых теплоизоляционных материалах при различной термической обработки: Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019614723 от 10.04.2019 г.

164. Федосов, С.В. Вариативность подходов к математическому моделированию процессов термической обработки пеностекольной шихты / С.В. Федосов, М.О. Баканов, С.Н. Никишов // Вестник Белгородского

государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. – 2017. – № 11. – С. 110-116.

165. Федосов, С.В. Динамика макрофизических параметров получения пеностекла при высокотемпературной термической обработке / С.В. Федосов, М.О. Баканов, С.Н. Никишов // Современные пожаробезопасные материалы и технологии: сборник материалов Международной научно-практической конференции, посвященной Году культуры безопасности (Иваново, 19 сентября 2018 г.). – Иваново: ФГБОУ ВО Ивановская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2018. – Ч. I. – С. 174-183.

166. Федосов, С.В. Композиционный материал на основе пеностекла с защитно– декоративным покрытием / С.В. Федосов, Ю.А. Щепочкина, М.О. Баканов // Строительство и реконструкция. – 2012. – № 6 (44). – С. 109-114.

167. Федосов, С.В. Математическая модель динамики процесса порообразования при термической обработке пеностекольной шихты / С.В. Федосов, М.О. Баканов, А.В. Волков [и др.] // Известия вузов. Химия и химическая технология. – 2014. – Т. 57, № 3. – С. 73-79.

168. Федосов, С.В. Метод «микропроцессов» при моделировании процессов теплопроводности и диффузии в телах канонической формы. Обобщенные граничные условия III рода / С.В. Федосов, М.О. Баканов // Умные композиты в строительстве. – 2021. – Т. 2, № 2. – С. 7-15.

169. Федосов, С.В. Моделирование процессов теплопроводности и диффузии в телах канонической формы с применением метода «микропроцессов» для области малых значений числа Фурье / С.В. Федосов, М.О. Баканов // Известия вузов. Химия и хим. технология. – 2021. – Т. 63, № 10. – С. 90-95.

170. Федосов, С.В. Моделирование распределения температурных полей пеностекольной шихты в условиях термической обработки пеностекла / С.В. Федосов, М.О. Баканов // Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций. – 2017. – Т. 13, № 3. – С. 112-118.

171. Федосов, С.В. Нестационарный массоперенос в процессах коррозии второго вида цементных бетонов. Малые значения чисел Фурье, с внутренним

источником массы / С.В. Федосов, В.Е. Румянцева, Н.С. Касьяненко [и др.] // Известия вузов. Химия и хим. технология. – 2015. – Т. 58, № 1. – С. 97-99.

172. Федосов, С.В. Основные принципы технологии получения теплоизоляционного пеностекла, подходы к моделированию / С.В. Федосов, М.О. Баканов, С.Н. Никишов // Эффективные строительные композиты: научно-практическая конференция к 85-летию заслуженного деятеля науки РФ, академика РААСН, доктора технических наук Баженова Юрия Михайловича. Сборник трудов. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2015. – С. 690-699.

173. Федосов, С.В. Особенности получения композиционного строительного материала на основе пеностекла с защитно-декоративным покрытием / С.В. Федосов, Ю.А. Щепочкина, М.О. Баканов // Строительство и реконструкция. – 2013. – № 3 (47). – С. 77-80.

174. Федосов, С.В. Пеностекло: особенности производства, моделирование процессов теплопереноса и газообразования / С.В. Федосов, М.О. Баканов // Academia. Архитектура и строительство. – 2015. – № 1. – С. 108-113.

175. Федосов, С.В. Повышение эффективности процесса формирования пор в технологии пеностекла с применением математического моделирования / С.В. Федосов, М.О. Баканов, С.Н. Никишов // Новые материалы и технологии в машиностроении: сборник научных трудов / Под общ. ред. Е.А. Памфилова. – Брянск: БГИТУ, 2018. – Вып. 27. – С. 95-101.

176. Федосов, С.В. Подходы к моделированию процессов термической обработки пеностекольной шихты. Постановка задачи / С.В. Федосов, Н.Л. Федосова, М.О. Баканов [и др.] // Теория и практика технических, организационно-технологических и экономических решений: сб. науч. тр. – Иваново: ИВГПУ, 2015. – Вып. 1. – С. 10-19.

177. Федосов, С.В. Применение метода «микропроцессов» для моделирования процессов теплопроводности и диффузии в телах канонической формы / С.В. Федосов, М.О. Баканов // Известия вузов. Химия и хим. технология. – 2020. – Т. 63, № 10. – С. 90-95.

178. Федосов, С.В. Применение методов теории теплопроводности для моделирования процессов конвективной сушки: монография / С.В. Федосов, В.Н. Кисельников, Т.У. Шертаев; Каз. хим.-технол. ин-т. – Алма-Ата: Гылым, 1992. – 166 с.

179. Федосов, С.В. Разработка комплексного подхода к математическому моделированию процесса термической обработки пеностекольной шихты. Часть 1. физические представления о процессе / С.В. Федосов, М.О. Баканов // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Материалы. Конструкции. Технологии. – 2017. – № 2. – С. 95-100.

180. Федосов, С.В. Разработка комплексного подхода к математическому моделированию процесса термической обработки пеностекольной шихты. Часть 2. Динамика теплопереноса при термической обработке сырьевой смеси / С.В. Федосов, М.О. Баканов, С.Н. Никишов // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Материалы. Конструкции. Технологии. – 2020. – № 2. – С. 20-29.

181. Федосов, С.В. Способы моделирования процессов термической обработки в технологии пеностекла / С.В. Федосов, М.О. Баканов, С.Н. Никишов // Инновационные технологии в архитектуре и дизайне: тезисы докладов II Международной научно-технической конференции / Под общ. ред. д-ра техн. наук В.П. Сопова. – Харьков: ХНУСА, 2018. – С. 117.

182. Федосов, С.В. Тепловые процессы при термической обработке пеностекольной шихты / С.В. Федосов, М.О. Баканов, С.Н. Никишов // Научные перспективы XXI века. Достижения и перспективы нового столетия: сборник материалов XIII международной научно-практической конференции. – Новосибирск: Educatio, 2015. – С. 160-162.

183. Федосов, С.В. Тепломассоперенос в технологических процессах строительной индустрии / С.В. Федосов. – Иваново: ИПК «ПресСто». 2010. – 363 с.

184. Филимонов, С.С. Теплообмен в многослойных и пористых теплоизоляциях / С.С. Филимонов, Б.А. Хрусталева, И.М. Мазилин. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 181 с.

185. Фокин, К.Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий / К.Ф. Фокин, канд. техн. наук. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Гос. изд-во лит. по стр-ву и архитектуре, 1953. – 320 с.

186. Фролов, В.Ф. Исследование тепло- и массообмена в процессах химической технологии с дисперсной твердой фазой: автореферат дис. ... доктора технических наук: 05.17.08 / Фролов Владимир Федорович; Ленингр. технол. ин-т им. Ленсовета. – Ленинград: [б. и.], 1974. – 38 с.

187. Ходыко, Ю.В. Методы расчета излучения молекулярных газов на основе моделирования спектрального состава / Ю.В. Ходыко, Э.И. Виткин, В.П. Кабашников // Инженерно-физический журнал. – 1979. Т. 36, № 2. – С. 204-217.

188. Холодова, С.Е. Специальные функции в задачах математической физики / С.Е. Холодова, С.И. Перегудин. – СПб: НИУ ИТМО, 2012. – 72 с.

189. Черкасов, В.Д. Влияние тонкодисперсных добавок и волокон на удельную ударную вязкость цементных композитов / В.Д. Черкасов, В.И. Бузулуков, А.В. Стешин // БСТ: Бюллетень строительной техники. – 2020. – № 10 (1034). – С. 52-53.

190. Черкасов, В.Д. Изучение влияния различных тонкодисперсных добавок на физико-механические свойства цементных композитов / В.Д. Черкасов, В.И. Бузулуков // Региональная архитектура и строительство. – 2018. – № 3 (36). – С. 62-70.

191. Черкасов, В.Д. Пенообразователь из продуктов микробного синтеза для получения пенобетонов / В.Д. Черкасов, А.И. Емельянов // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2019. – № 12 (732). – С. 24-31.

192. Черкасов, В.Д. Разработка пенобетонов на основе пенообразователя из продуктов микробного синтеза / В.Д. Черкасов, В.И. Бузулуков, А.И. Емельянов [и др.] // Региональная архитектура и строительство. – 2019. – № 4 (41). – С. 27-33.

193. Черняк, Я.Н. Некоторые вопросы теории вспучивания легкоплавких глин и пеностекла / Я.Н. Черняк // Труды НИИСтройкерамика. – 1958. – № 13. – С. 136-154.
194. Черняк, Я.Н. Некоторые вопросы теории процесса вспучивания легкоплавких глин и пеностекла (сообщение 2-е) / Я.Н. Черняк // Труды НИИСтройкерамики. – 1959. – № 14. – С. 46-53.
195. Черняк, Я.Н. О физических основах процесса вспучивания легкоплавких глин и пеностекла / Я.Н. Черняк // Стекло и керамика. – 1958. – № 10. – С. 25-28.
196. Четвериков, Н.А. Разработка рациональных способов получения пеностекла из стекольных суспензий [Электронный ресурс] / Н.А. Четвериков // Альтернатива. – 2006. – Режим доступа: [www.conf.bstu.ru/conf/docs/0037/0986.doc](http://www.conf.bstu.ru/conf/docs/0037/0986.doc)
197. Чудновский, А.Ф. Теплофизические характеристики дисперсных материалов / А.Ф. Чудновский. – М.: Физматгиз, 1962. – 456 с.
198. Шамин, Р.В. Концентрированный курс высшей математики / Р.В. Шамин. – М.: URSS, 2017. – 398 с.
199. Шилл, Ф. Пеностекло / Ф. Шилл. – М.: Стройиздат, 1965. – 307 с.
200. Шулейкин, В.В. Физика моря: монография / В.В. Шулейкин. – Изд. 5-е. – М.: URSS, 2014. – 1082 с.
201. Щепочкина, Ю.А. Технология получения композиционного теплоизоляционного материала с защитно-декоративным покрытием / Ю.А. Щепочкина, М.О. Баканов // Строительство и реконструкция. – 2012. – № 3 (41). – С. 73-76.
202. Эйгенсон, Л.С. Термические основы формования стекла / Л.С. Эйгенсон. – М.: Госстройиздат, 1959. – 268 с.
203. Янкелев, Л.Ф. Термоизоляция и огнеупорная футеровка в нефтяной промышленности / Л.Ф. Янкелев. – М.; Ленинград: Гостоптехиздат, 1947 (Л.: тип. "Кр. печатник"). – 1 т. – 302 с.
204. Яшуркаев, Т.В. Рациональные режимы в технологии пеностекла на основании моделирования процесса термообработки: диссертация... кандидата



технических наук: 05.17.11 / Яшуркаев Тимур Владимирович; Белгород. гос. технол. ун-т им. В.Г. Шухова. – Белгород, 2007. – 183 с.

205. Bogdanov, V.S. Kinematic analysis of a planetary mixer mechanism / V.S. Bogdanov, G.I. Chemerichko, S.I. Anciferov [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. International Conference «High-Tech and Innovations in Research and Manufacturing» HIRM. – 2019. – Vol. 1343, № 1. – P. 012-030.

206. Fedosov, S.V. An integrated model of the raw material mixture hightemperature treatment process to produce foam glass. Problem statement / S.V. Fedosov, M.O. Bakanov, S.N. Nikishov // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 913, № 3. – P. 2-7.

207. Fedosov, S.V. Dynamics of heat and moisture transfer in wooden structures tied with metallic fasteners / S.V. Fedosov, V.G. Kotlov // Journal Drying Technology. – 2020. – Vol. 38, № 1-2. – P. 19-26.

208. Fedosov, S.V. Kinetics of cellular structure formation at thermal treatment processes simulation in the cellular glass technology / S.V. Fedosov, M.O. Bakanov, S.N. Nikishov // Materials Science Forum. – 2018. – Vol. 931. – P. 628-633.

209. Fedosov, S.V. Kinetics of Structural Transformations at Pores Formation During HighTemperature Treatment of Foam Glass / S.V. Fedosov, M.O. Bakanov, S.N. Nikishov // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2018. – Vol. 14, № 2. – P. 158-168.

210. Fedosov, S.V. Modeling of macro-physical parameters of foam glass under exposure of cyclic thermal effects / S.V. Fedosov, M.O. Bakanov, S.N. Nikishov // Materials Science Forum. – 2020. – Vol. 974. – P. 464-470.

211. Fedosov, S.V. Modeling of the heat dissipation process of composite materials during stabilization of the structure using the example of non-autoclaved foam concrete / S.V. Fedosov, K.L. Domnina, M. Soldan [et al.] // MM Science journal. – 2020. – P. 4052-4056.

212. Fedosov, S.V. Modeling of thermal processes in the production of foam glass / S.V. Fedosov, M.O. Bakanov, S.N. Nikishov // Yale Review of Education and Science. – 2015. – Vol. 1, № 16. – P. 752-757.

213. Fedosov, S.V. Parametric optimization of the thermal processing of foam glass on basis of heat transfer models / S.V. Fedosov, M.O. Bakanov, S.N. Nikishov // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 709, № 4. – P. 044-047.

214. Fedosov, S.V. Study and simulation of heat transfer processes during foam glass high temperature processing / S.V. Fedosov, M.O. Bakanov, S.N. Nikishov // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2018. – Vol. 14, № 3. – P. 153-160.

215. Foamglas, the Cellular Glass Insulation for Curtain Wall Construction. – Pittsburg Corning Corp, USA, 1959.

216. Geffken, W. Grundsatzliches uber die chemische Angreifbarkeit von Glasern / W. Geffken, E. Berger // Glastechn. Ber. – 1938. – Bd. 16.

217. Hewitt, D.R. Ultimate regime of high Rayleigh number convection in a porous medium / D.R. Hewitt, J.A. Neufeld, J.R. Lister // Physical Review Letters. – 2012. – Vol. 108, № 22. – P. 224503.

218. Lozovaya, S.Yu. Experimental testing of load kinematics in mixers with deformable chambers and vertical working tools / S.Yu. Lozovaya, N.M. Lozovoy, V.A. Uvarov [et al.] // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – P. 012075.

219. Mizonov, V. Theoretical study of sheet construction materials drying with reversible supply of drying gas / V. Mizonov, N. Yelin, A. Kotkov [et al.] // JP journal of heat and mass transfer. – 2017. – Vol. 14, № 3. – P. 411-420.

220. Nakashima, T. Effect of surfactant on production of monodispersed O/W emulsion in membrane emulsification / T. Nakashima, M. Shimizu, M. Kukizaki // Kagaku kōgaku ronbunshū. – 1993. – Vol. 19, № 6. – P. 991-997.

221. Oliver, W. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments / W. Oliver, G. Pharr // J. Mater. Res. – 1992. – Vol. 7, № 6. – P. 1564-1583.

222. O'toole, J.L. Correlations of convective heat transfer in confined horizontal layers / J.L. O'toole, P.L. Silveston // *AIChE Chemical Engineering Progress Symposium Series*. – 1961. – Vol. 57, № 32. – P. 81-86.

223. Plesset, M.S. The dynamics of cavitation bubbles / M.S. Plesset // *Journal of Applied Mechanics*. – 1949. – Vol. 16. – P. 228-231.

224. Pye, L.D. Introduction to glass science / Eds.: L.D. Pye, H.J. Stevens, W.C. LaCourse. – Plenum Press, New York, 1972. – 722 p.

225. Rayleigh, L. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity / L. Rayleigh // *Philosophical Magazine and Journal of Science*. – 1917. – Vol. 34, № 6. – P. 94-98.

226. Rudobashta, S. Drying of seeds through oscillating infrared heating / S. Rudobashta, G. Zueva // *Drying Technology*. – 2016. – Vol. 34, № 5. – P. 505-515.

227. Rudobashta, S. Mathematical modeling and numerical simulation of seeds drying under oscillating infrared irradiation / S. Rudobashta, G. Zueva, N. Zuev // *Drying Technology*. – 2014. – Vol. 32, № 11. – P. 1352-1359.

228. Rudobashta, S.P. On-farm heat pump-assisted fluidized bed dryer and its kinetics calculation / S.P. Rudobashta, G.A. Zueva // *Drying Technology*. – 2020. – Vol. 38, № 1-2. – P. 6-18.

229. Schulte-Zurhausen, M. Organisation / M. Schulte-Zurhausen. – 3 Auflage. – Verlag Franz Vahlen, München, 2002. – 579 p. – ISBN 3-8006-2825-2.

230. Steiner, A.C. Foam glass production from vitrified municipal waste fly ashes. Proefschrift / A.C. Steiner. – Eindhoven, 2006. – 222 p.

231. Uvarov, V.A. Mathematical modeling of one-dimensional air movement with dispersed particles in a continuously working pneumatic mixer / V.A. Uvarov, T.N. Orekhova, E.I. Chekhovskoy [et al.] // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2021. – P. 012014.

## Приложение А

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

RU

2018661062

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ  
(12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства):

[2018661062](#)

Дата регистрации: 31.08.2018

Номер и дата поступления заявки:

2018618396 31.07.2018

Дата публикации: [31.08.2018](#)

Авторы:

**Федосов Сергей Викторович (RU),  
Баканов Максим Олегович (RU),  
Никишов Сергей Николаевич (RU)**

Правообладатели:

**Федосов Сергей Викторович (RU)  
Баканов Максим Олегович (RU)  
Никишов Сергей Николаевич (RU)**

Название программы для ЭВМ:

**Программное средство для оценки динамики параметров формирования пористой структуры сырьевой смеси для получения пеностекла в процессах высокотемпературной термической обработки**

**Реферат:**

Программа предназначена для аналитической обработки и визуализации динамики макрофизических параметров сырьевой смеси для получения пеностекла с учетом роста внешней границы радиуса пор. Область применения: планирование и наладка технологических циклов термической обработки при производстве пеностекла. Функциональные возможности: программа позволяет осуществлять расчет необходимого радиуса пор конечного продукта (пеностекла) варьируя макрофизические параметры технологического процесса термической обработки.

**Язык программирования:** HTML; CSS; JavaScript

**Объем программы для ЭВМ:** 6 Мб

## Приложение Б

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

RU

2014611857

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ  
(12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства): <a href="#">2014611857</a>	Авторы: <b>Федосов Сергей Викторович (RU),</b> <b>Баканов Максим Олегович (RU)</b>
Дата регистрации: <b>12.02.2014</b>	Правообладатели: <b>Федосов Сергей Викторович (RU)</b> <b>Баканов Максим Олегович (RU)</b>
Номер и дата поступления заявки: <b>2013661909 16.12.2013</b>	
Дата публикации: <a href="#">20.03.2014</a>	

Название программы для ЭВМ:

**Моделирование и визуализация динамических процессов термического вспенивания стекольной шихты с целью управления пористостью декоративного пеностекла**

**Реферат:**

Программа разработана с целью управления пористостью декоративного пеностекла за счет моделирования динамических процессов термического вспенивания стекольной шихты. Предложено аналитическое решение модели изменения во времени радиуса пор при расплаве пеностекольной шихты, которое позволяет предсказать значение радиуса пор при выбранных температурно-временных режимах, а также определять по истечению какого времени в материале сформируется заданная поровая структура.

**Тип реализующей ЭВМ:** IBM PC-совмест. ПК

**Язык программирования:** Java

**Вид и версия операционной системы:** Windows 2000/XP/Vista/7

**Объем программы для ЭВМ:** 15 Мб

## Приложение В

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

RU

2021618301

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ  
(12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства): <a href="#">2021618301</a>	Авторы: <b>Баканов Максим Олегович (RU), Федосов Сергей Викторович (RU)</b>
Дата регистрации: <b>25.05.2021</b>	Правообладатели: <b>Баканов Максим Олегович (RU) Федосов Сергей Викторович (RU)</b>
Номер и дата поступления заявки: <b>2021614421 23.03.2021</b>	
Дата публикации: <a href="#">25.05.2021</a>	

Название программы для ЭВМ:

**Моделирование и расчет процессов высокотемпературной термической обработки пористых стеклокристаллических материалов**

**Реферат:**

Программа предназначена для оценки динамики температурных полей при нестационарном температурном поле в структуре пеностекла с учетом масштабирования показателей числа Фурье и Био. Область применения: планирование и наладка технологических циклов термической обработки при производстве пеностекла. Функциональные возможности: программа позволяет осуществлять расчет динамики температурных полей при нестационарном температурном поле в структуре пеностекла на различных стадиях высокотемпературной термической обработки. Тип ЭВМ: IBM PC-совмест. ПК, ОС: Windows 8.

**Язык программирования:** HTML, CSS, JavaScript

**Объем программы для ЭВМ:** 6 МБ

## Приложение Г

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

RU

2021620664

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ  
(12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ БАЗЫ ДАННЫХ

Номер регистрации (свидетельства): <a href="#">2021620664</a>	Автор: <b>Баканов Максим Олегович (RU)</b>
Дата регистрации: <b>07.04.2021</b>	Правообладатель: <b>Баканов Максим Олегович (RU)</b>
Номер и дата поступления заявки: <b>2021620531 23.03.2021</b>	
Дата публикации: <a href="#">07.04.2021</a>	
Контактные реквизиты: <b>нет</b>	

Название базы данных:

**Реляционная модель данных экспериментального исследования динамики профиля температуры в блоках пеностекла**

**Реферат:**

Назначение: база данных содержит дискретную информацию показателей параметров распределения профиля температуры в зависимости от времени на поверхности и в центре образца блока пеностекла. Совокупность дискретных данных объединена по характеру динамики распределения температуры в зависимости от расположения точек контроля две группы (центр и поверхность) с делением на двенадцать уровней в зависимости от запрашиваемого времени проведения эксперимента. Область применения: позволяет оперативно извлекать структурированную информацию и в совокупности с системой моделирования процесса теплопереноса в структуре пеностекла используется для информационной поддержки исследователя в процессе принятия решений по выбору наиболее рациональных режимов высокотемпературной термической обработки. Функциональные возможности: позволяет на этапе планирования эксперимента совершить оптимальный выбор температурно-временных параметров высокотемпературной обработки пеностекла, тем самым повысить эффективность обработки текущих характеристик процесса и параметров идентификации модели. ОС: Windows 10.

**Вид и версия системы управления базой данных:** Access 2019

**Объем базы данных:** 309 МБ

## Приложение Д

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

RU

**2019614723**

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ  
(12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства):

[2019614723](#)

Дата регистрации: **10.04.2019**

Номер и дата поступления заявки:

**2019612716 28.03.2019**

Дата публикации: [10.04.2019](#)

Контактные реквизиты:

нет

Авторы:

**Федосов Сергей Викторович (RU),  
Баканов Максим Олегович (RU),  
Никишов Сергей Николаевич (RU)**

Правообладатели:

**Федосов Сергей Викторович (RU)  
Баканов Максим Олегович (RU)  
Никишов Сергей Николаевич (RU)**

Название программы для ЭВМ:

**Программное средство для моделирования и расчета температурных полей в твердых пористых теплоизоляционных материалах при различных режимах термической обработки**

**Реферат:**

Программа предназначена для аналитической обработки и визуализации динамики распределения температурных полей в твердых материалах при различных режимах термической обработки. Область применения: планирование и наладка технологических циклов термической обработки при производстве твердых пористых теплоизоляционных материалов, в том числе пеностекла. Программа позволяет осуществлять расчет необходимого времени для равномерно нагрева твердого теплоизоляционного материала, при подборе рационального технологического процесса термической обработки.

**Язык программирования:** HTML, CSS, JavaScript

**Объем программы для ЭВМ:** 25 Кб



## Приложение Е



ЗАО «Сланцевский Завод Стальных Конструкций»  
188560, Ленинградская обл., г. Сланцы, ул. Ремонтников д.1.  
Строительное проектирование, изготовление и монтаж стальных  
конструкций и изделий. Металлообработка.

ИНН 4707034890, ОКПО 38549450, р/с 40702810255300076701 в Северо-западный банк ОАО Сбербанк  
России г. С-Петербург, к/с 30101810500000000653, БИК 044030653

Утверждаю

Генеральный директор

ЗАО «Сланцевский завод стальных конструкций»

Рыбин А.Е.

### АКТ

#### о внедрении результатов диссертационной работы Баканова Максима Олеговича

Ведущими специалистами нашей организации были изучены и внедрены результаты диссертационного исследования Баканова Максима Олеговича при оптимизации процессов высокотемпературной обработки сырьевых материалов. Предложенная в работе оптимизационная модель позволяет определить наиболее эффективные температурные режимы тепловой обработки изоляционных материалов применяемых в строительстве быстровозводимых зданий и сооружений.

Главный инженер  
ЗАО «Сланцевский Завод  
Стальных Конструкций»



А.Н. Терешкин

## Приложение Ж

# DEFI

ООО «АТА-Дефи» ИНН/КПП 7816713432 / 781601001 40702810255000086020 в ПАО Сбербанк,  
г. Санкт-Петербург к/с 30101810500000000653 БИК 044030653 Юр. адрес: 192236 Г САНКТ-  
ПЕТЕРБУРГ ул. Софийская 8, корп 1, стр 1. Помещение 19-Н.  
*Строительное проектирование. Металлообработка.*

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель производства

ООО «АТА-Дефи»

Петренко Т.В.

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы

Баканова Максима Олеговича

Настоящим Актом удостоверяется, что результаты диссертационного исследования Баканова М.О., были рассмотрены и внедрены в повседневную деятельность ООО «АТА-Дефи» при проведении теплотехнических расчетов строительных конструкций с пористыми стеклокристаллическими теплоизоляционными материалами.

Главный инженер ООО «АТА-Дефи»

А.В. Тихонов



## Приложение 3



АКТ  
о внедрении результатов диссертационной работы  
Баканова Максима Олеговича

Настоящим Актом удостоверяется, что результаты диссертационного исследования Баканова М.О. были изучены. "Программное средство для моделирования и расчета температурных полей в твердых пористых теплоизоляционных материалах при различных режимах термической обработки" (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019614723 от 10.04.2019 года) внедрено в производство и используется при выполнении теплотехнических расчетов изоляционных материалов.

Генеральный директор  
ООО "Снабарматура СПб"



П.С. Запатрин

## Приложение И



ООО «Абада Групп»  
 127247 Дмитровское ш дом 100, строение 2, офис 2104  
 р/с 40702810638040115528, ИНН/КПП 7713609655/771301001  
[www.abada.ru](http://www.abada.ru) тел +7(495)729-56-95, 662-53-92

### АКТ О ВНЕДРЕНИИ

научных и практических результатов  
 диссертационных исследований Баканова Максима Олеговича

г.Москва

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 года

Научные и практические результаты диссертационной работы Баканова М.О. использованы ООО «Абада Групп» при проектировании теплофизических параметров пористых теплоизоляционных материалов.

Объектами внедрения являются:

- Программное средство для моделирования и расчета процесса термической обработки сырьевой смеси для получения пеностекла;
- Программное средство для моделирования и расчета температурных полей в твердых пористых теплоизоляционных материалах при различных условиях термической обработки;
- Программное средство для оценки динамики параметров формирования пористой структуры сырьевой смеси для получения пеностекла в процессах высокотемпературной термической обработки.

Генеральный директор ООО «Абада Групп»



О.Г.Фатеев

## Приложение К

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«Поволжский государственный  
технологический университет»  
(ФГБОУ ВО «ПГТУ»)

пл. Ленина, д. 3, г. Йошкар-Ола,  
Республика Марий Эл, 424000

Телефон (8362) 68-68-70, факс (8362) 41-08-72

E-mail: [info@volgatech.net](mailto:info@volgatech.net), <http://www.volgatech.net/>

ИНН/КПП 1215021281/121501001,

№ \_\_\_\_\_  
На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_



УТВЕРЖДАЮ:

Директор департамента  
образовательной деятельности  
ФГБОУ ВО «ПГТУ»

/ Л.А. Стешина /

«16» июня 2021 г.

## А К Т

об использовании результатов научных исследований  
Баканова Максима Олеговича  
в учебном процессе ПГТУ

Научно-техническая комиссия в составе: председателя к.т.н., доцента, директора ИСА  
Котлова В. Г. и членов комиссии:

к.т.н., доцент, зав. кафедрой Поздеев В.М.

к.т.н., доцент, Актуганов А.Н.

составила настоящий акт о том, что материалы и результаты научных исследований \_\_\_\_\_  
Баканова М.О. на тему «Теоретические и прикладные основы процессов высокотемпературной термической обработки и особенности технологии при производстве теплоизоляционного пеностекла» использованы в учебном процессе для подготовки обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 - Строительство, по специальности 08.05.01 - Строительство уникальных зданий и сооружений, по программе подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре, направление подготовки 08.06.01 - Техника и технология строительства, направленность «Строительные конструкции, зданий и сооружений» в следующих формах:

№	Результат исследования	Учебная дисциплина	Форма использования
1	Математическая модель нестационарного теплопереноса в слое сырьевой смеси для расчёта двумерных нестационарных температурных полей с учётом изменения температурных условий в местах контакта металлической формы для вспенивания пеностекла с композитом сырьевой смеси на стадиях нагревания и охлаждения	«Строительные материалы», «Технологические процессы в строительстве»	Включен в программу преподавания учебных дисциплин
2	Логико-математическое описание технологического процесса производства	«Механизация и автоматизация в строительстве»	Включен в программу преподавания учебных дисциплин

	пеностекла на основе методов сетевого моделирования		
3	Математическая модель роста единичной поры в расплаве сырьевой смеси для получения пеностекла на основе уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости (Навье–Стокса) и уравнение неразрывности в сферических координатах	«Современные методы исследования материалов и конструкций»	Включен в программу преподавания учебных дисциплин

Материалы обсуждены и одобрены на заседании кафедры

СКиВ

(наименование кафедры)

«04» 06 2021 г.

Председатель комиссии:



/В.Г.Котлов

Члены комиссии:



/В.М. Поздеев



/А.Н.Актуганов

Заведующий кафедрой:



/ В.М. Поздеев

**Приложение Л**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе  
ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва»

А.Ю. Маслова

2021 г.

**СПРАВКА**

**о внедрении результатов диссертационной работы  
Баканова Максима Олеговича  
на тему: «Теоретические и прикладные основы процессов  
высокотемпературной термической обработки и особенности технологии при  
производстве теплоизоляционного пеностекла»  
в учебный процесс**

Результаты диссертационной работы Баканова Максима Олеговича на тему: «Теоретические и прикладные основы процессов высокотемпературной термической обработки и особенности технологии при производстве теплоизоляционного пеностекла» используются в учебном процессе на Архитектурно-строительном факультете ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» при подготовке бакалавров, специалистов и магистров.

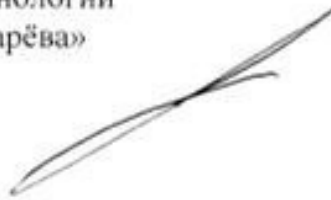
Рассматриваются следующие конкретные результаты, полученные в диссертации при организации и проведении учебных занятий:

1) Результаты исследования физико-механических свойств теплоизоляционных материалов из пеностекла включены в программу преподавания дисциплины «Строительные материалы» (специальность 08.05.01 - Строительство уникальных зданий и сооружений, специализация «Строительство высотных и большепролетных зданий и сооружений»). Наименование раздела дисциплины: «Теплоизоляционные и акустические материалы».

2) Методы сетевого моделирования процесса производства пеностекла включены в программу преподавания дисциплины «Научные проблемы оптимизации в строительстве» (направление подготовки 08.04.01 - Строительство, профиль «Технология строительных материалов, изделий и конструкций»). Наименование раздела дисциплины: «Повышение эффективности строительства за счет оптимизации технологии производства материалов и изделий».

3) Результаты исследования процессов высокотемпературной термообработки в технологии пеностекла включены в программу преподавания дисциплины «Строительные материалы» (направление подготовки 08.03.01 - Строительство, профиль «Промышленное и гражданское строительство»). Наименование раздела дисциплины: «Строительные материалы, получаемые термической обработкой».

Заместитель заведующего кафедрой  
строительных материалов и технологий  
ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва»  
канд. техн. наук, доцент



С.А. Молодых





## Приложение М

Таблица М.1 – Результаты измерения температуры в различных точках контроля блока пеностекла

Время, мин.	Показания термодатчиков, °С							
	№1 (-10 см) верх блока	№2 (-2 см) верх блока	№3 (-2 см) торец по длине	№4 (-10 см) верх блока	№5 (-2 см) торец по ширине	№6 (-10 см) верх блока	№7 (-2 см) дно блока	№8 (-2 см) торец по длине
1	597	515	448	591	405	584	454	409
2	599	513	440	596	400	593	432	382
3	599	501	424	598	384	594	413	362
4	598	489	408	598	369	593	397	345
5	596	477	394	597	355	591	383	331
6	594	467	381	595	343	588	371	319
7	591	457	369	593	332	585	360	308
8	588	449	359	591	322	582	350	298
9	584	440	349	588	313	578	342	290
10	580	433	340	585	305	574	334	282
11	576	426	331	581	297	570	327	274
12	571	420	323	577	290	566	321	267
13	567	414	315	573	284	561	315	260
14	562	408	308	569	277	557	309	254
15	557	402	301	565	271	552	304	248
16	552	397	295	560	265	548	300	242
17	547	392	289	556	260	543	295	237
18	542	387	283	551	254	538	290	233
19	537	383	277	546	249	533	286	228
20	533	378	272	541	244	529	282	223
21	527	374	267	536	240	524	278	218
22	522	369	262	531	235	519	274	214
23	517	365	257	526	231	514	271	209

Время, мин.	Показания термодатчиков, °С							
	№1 (-10 см) верх блока	№2 (-2 см) верх блока	№3 (-2 см) торец по длине	№4 (-10 см) верх блока	№5 (-2 см) торец по ширине	№6 (-10 см) верх блока	№7 (-2 см) дно блока	№8 (-2 см) торец по длине
24	513	361	252	521	226	509	267	205
25	508	357	247	516	222	504	264	201
26	503	353	243	511	218	500	261	197
27	498	349	239	505	215	495	257	194
28	493	346	235	500	211	491	254	190
29	489	342	231	496	207	486	251	187
30	484	338	227	491	204	481	248	184
31	480	335	223	486	200	476	246	180
32	475	331	219	481	197	472	243	177
33	471	328	215	476	194	467	240	174
34	466	324	212	472	191	463	237	171
35	462	321	209	467	188	459	235	169
36	458	318	205	462	185	454	232	167
37	454	314	202	458	183	450	230	163
38	449	311	199	453	180	445	227	161
39	445	308	196	449	177	441	225	159
40	441	305	193	445	175	437	222	156
41	437	302	190	440	172	433	220	153
42	433	299	187	436	170	429	218	151
43	430	296	185	432	167	425	215	149
44	426	293	182	428	165	421	213	147
45	422	290	180	424	163	417	211	145
46	418	287	177	420	160	413	209	143
47	415	284	174	416	158	409	206	141
48	411	282	172	412	156	405	204	139
49	407	279	170	408	154	402	202	137
50	404	276	168	404	152	398	200	134
51	400	274	165	401	149	394	198	133

Время, мин.	Показания термодатчиков, °С							
	№1 (-10 см) верх блока	№2 (-2 см) верх блока	№3 (-2 см) торец по длине	№4 (-10 см) верх блока	№5 (-2 см) торец по ширине	№6 (-10 см) верх блока	№7 (-2 см) дно блока	№8 (-2 см) торец по длине
52	397	271	163	397	148	391	196	131
53	394	268	161	393	146	387	194	129
54	390	266	159	390	144	384	193	127
55	387	263	157	386	142	380	191	125
56	384	261	154	383	140	377	189	124
57	380	258	152	379	138	373	187	123
58	377	256	150	376	137	370	185	121
59	374	254	148	372	135	367	183	120
60	371	251	147	369	133	364	182	118
61	368	249	145	366	132	360	180	117
62	365	247	143	363	130	357	178	115
63	362	244	141	359	129	354	176	114
64	359	242	140	356	127	351	175	112
65	356	240	138	353	126	348	173	111
66	353	238	136	350	125	345	171	110
67	350	236	135	347	123	342	170	108
68	347	233	133	344	122	339	168	107
69	345	231	131	341	120	336	167	106
70	342	229	130	338	119	333	165	105
71	339	227	128	335	117	330	164	104
72	336	225	127	332	116	327	162	103
73	334	223	126	329	115	325	161	101
74	331	221	124	326	114	322	159	100
75	328	219	123	324	112	319	158	99
76	326	217	121	321	111	316	156	98
77	323	215	120	318	110	314	155	97
78	321	213	119	315	109	311	153	96
79	318	212	118	313	108	309	152	95

Время, мин.	Показания термодатчиков, °С							
	№1 (-10 см) верх блока	№2 (-2 см) верх блока	№3 (-2 см) торец по длине	№4 (-10 см) верх блока	№5 (-2 см) торец по ширине	№6 (-10 см) верх блока	№7 (-2 см) дно блока	№8 (-2 см) торец по длине
80	316	210	116	310	107	306	151	94
81	313	208	115	307	105	303	149	93
82	311	206	114	305	104	301	148	92
83	308	204	113	302	103	299	147	91
84	306	203	111	300	102	296	145	90
85	303	201	110	297	101	294	144	89
86	301	199	109	295	100	291	143	88
87	299	197	108	292	99	289	142	88
88	297	196	107	290	98	286	140	87
89	294	194	106	288	97	284	139	86
90	292	192	105	285	96	282	138	85
91	290	191	104	283	96	280	137	84
92	288	189	103	281	95	277	136	84
93	285	187	102	278	94	275	134	83
94	283	186	101	276	93	273	133	82
95	281	184	100	274	92	271	132	81
96	279	183	99	272	91	269	131	81
97	277	181	98	270	90	266	130	80
98	275	180	97	267	90	264	129	79
99	273	178	96	265	89	262	128	78
100	271	177	95	263	88	260	127	78
101	269	175	95	261	87	258	126	77
102	267	174	94	259	86	256	125	77
103	265	173	93	257	86	254	124	76
104	263	171	92	255	85	252	123	75
105	261	170	91	253	84	250	122	75
106	259	169	90	251	84	248	121	74
107	257	167	90	249	83	246	120	74

Время, мин.	Показания термодатчиков, °С							
	№1 (-10 см) верх блока	№2 (-2 см) верх блока	№3 (-2 см) торец по длине	№4 (-10 см) верх блока	№5 (-2 см) торец по ширине	№6 (-10 см) верх блока	№7 (-2 см) дно блока	№8 (-2 см) торец по длине
108	255	166	89	247	82	244	119	73
109	253	165	88	245	82	242	118	73
110	251	163	87	243	81	240	117	72
111	250	162	87	241	80	239	116	71
112	248	160	86	239	80	237	115	71
113	246	159	85	237	79	235	114	70
114	244	158	85	236	79	233	114	70
115	242	157	84	234	78	231	113	69
116	241	156	83	232	77	230	112	69
117	239	154	83	230	77	228	111	68
118	237	153	82	228	76	226	110	67
119	236	152	81	227	76	224	109	67
120	234	151	81	225	75	223	109	67
121	232	150	80	223	75	221	108	66
122	230	148	79	221	74	219	107	66
123	229	147	79	220	73	218	106	65
124	227	146	78	218	73	216	105	65
125	226	145	78	216	72	214	105	64
126	224	144	77	215	72	213	104	64
127	222	143	76	213	71	211	103	63
128	221	142	76	211	71	209	102	63
129	219	141	75	210	70	208	102	62
130	218	140	75	208	70	206	101	62
131	216	138	74	207	69	205	100	61
132	214	137	74	205	69	203	99	61
133	213	137	73	204	68	202	99	61
134	212	135	73	202	68	200	98	60
135	210	134	72	200	67	199	97	60

Время, мин.	Показания термодатчиков, °С							
	№1 (-10 см) верх блока	№2 (-2 см) верх блока	№3 (-2 см) торец по длине	№4 (-10 см) верх блока	№5 (-2 см) торец по ширине	№6 (-10 см) верх блока	№7 (-2 см) дно блока	№8 (-2 см) торец по длине
136	209	133	72	199	67	197	97	59
137	207	132	71	197	66	196	96	59
138	206	131	71	196	66	194	95	59
139	204	131	70	195	66	193	95	58
140	203	130	70	193	65	192	94	58
141	201	129	69	192	65	190	93	58
142	200	128	69	190	64	189	93	57
143	199	127	68	189	64	187	92	57
144	197	126	68	187	64	186	92	57
145	196	125	67	186	63	185	91	56
146	195	124	67	185	63	183	90	56
147	193	123	66	183	63	182	90	56
148	192	122	66	182	62	181	89	55
149	191	121	66	181	62	179	89	55
150	189	121	65	179	61	178	88	55
151	188	120	65	178	61	177	87	54
152	187	119	64	177	61	175	87	54
153	186	118	64	175	60	174	86	54
154	184	117	64	174	60	173	86	53
155	183	116	63	173	60	172	85	53
156	182	116	63	171	59	170	85	53
157	180	115	62	170	59	169	84	53
158	179	114	62	169	58	168	84	52
159	178	113	62	168	58	167	83	52
160	177	112	61	166	58	166	83	52
161	176	112	61	165	57	164	82	51
162	174	111	61	164	57	163	81	51
163	173	110	60	163	57	162	81	51

Время, мин.	Показания термодатчиков, °С							
	№1 (-10 см) верх блока	№2 (-2 см) верх блока	№3 (-2 см) торец по длине	№4 (-10 см) верх блока	№5 (-2 см) торец по ширине	№6 (-10 см) верх блока	№7 (-2 см) дно блока	№8 (-2 см) торец по длине
164	172	109	60	162	57	161	81	51
165	171	109	59	160	56	160	80	50
166	170	108	59	159	56	159	79	50
167	169	107	59	158	55	157	79	50
168	167	106	58	157	55	156	79	50
169	166	106	58	156	55	155	78	49
170	165	105	58	155	55	154	78	49
171	164	104	57	153	54	153	77	49
172	163	104	57	152	54	152	77	49
173	162	103	57	151	54	151	76	48
174	161	102	56	150	53	150	76	48
175	160	102	56	149	53	149	75	48
176	159	101	56	148	53	148	75	48
177	157	100	56	147	53	147	75	47
178	156	100	55	146	53	146	74	47
179	155	99	55	145	52	145	74	47
180	154	98	55	144	52	144	73	47
181	153	98	54	143	52	143	73	47
182	152	97	54	142	52	142	72	46
183	151	97	54	141	51	141	72	46
184	150	96	53	140	51	140	72	46
185	149	95	53	139	51	139	71	46
186	148	95	53	138	51	138	71	46
187	147	94	53	137	50	137	70	45
188	146	94	52	136	50	136	70	45
189	145	93	52	135	50	135	70	45
190	144	92	52	134	50	134	69	45
191	143	92	52	133	49	133	69	45

Время, мин.	Показания термомпар, °С							
	№1 (-10 см) верх блока	№2 (-2 см) верх блока	№3 (-2 см) торец по длине	№4 (-10 см) верх блока	№5 (-2 см) торец по ширине	№6 (-10 см) верх блока	№7 (-2 см) дно блока	№8 (-2 см) торец по длине
192	142	91	51	132	49	132	69	45
193	141	91	51	131	49	131	68	44



## Приложение Н

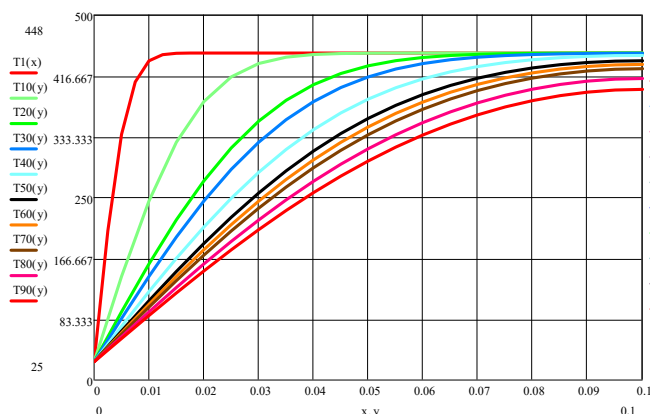


Рисунок Н.1 – Расчетные значения показателей температуры для точки контроля №3 (1-90 мин.)

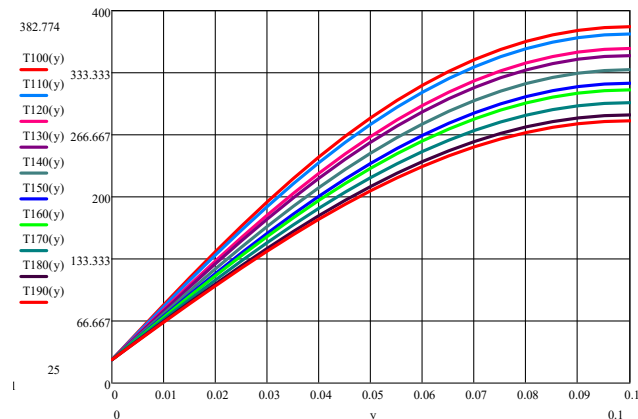


Рисунок Н.2 – Расчетные значения показателей температуры для точки контроля №3 (100-190 мин.)

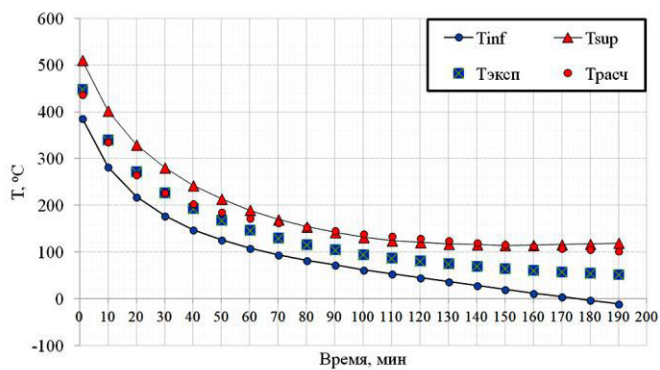


Рисунок Н.3 – Сопоставление расчетных и экспериментальных значений температуры

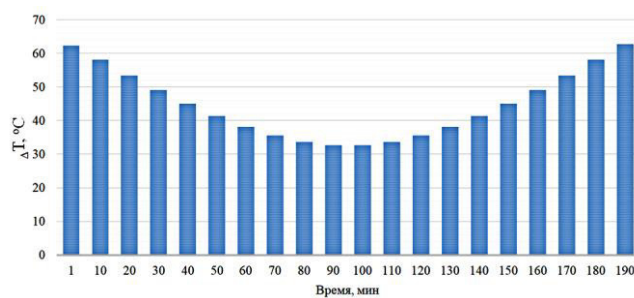


Рисунок Н.4 – Расчетная область доверительных интервалов для значений температур в точке контроля №3

Соответственно  $n=20$ , при  $T_{cp}=142,25$  °C,  $t_{cp}=95,05$  мин., промежуточные

вычислительные комплексы:

$$A = \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2 = 215297,8 \text{ } ^\circ\text{C}^2, \quad B = \sum_{i=1}^n (t_i - t_{cp})^2 = 66311, \text{ мин}^2$$

и коэффициент соответственно  $K = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2} = 109,62, \text{ } ^\circ\text{C}$ .

Критерий Стьюдента при  $k=n-1=20-1=19$  и  $P=0,2$  равен соответственно  $tp(P=0,2, k=19) = 1,33$ .

Таблица Н.1 – Основные и дополнительные расчетные значения для показателей температуры в точке контроля №3

t, мин	T <sub>эсп</sub>	T <sub>расч</sub>	(T <sub>эсп</sub> -T <sub>cp</sub> ) <sup>2</sup>	(t <sub>i</sub> -t <sub>cp</sub> ) <sup>2</sup>	S	Se	ΔT	T <sub>inf</sub>	T <sub>sup</sub>
1	448	437	93483,1	8845,4	0,4282	46,94	62	386	510
10	340	336	39105,1	7233,5	0,3989	43,72	58	282	403
20	272	266	16835,1	5632,5	0,3673	40,27	53	219	330
30	227	228	7182,6	4231,5	0,3374	36,98	49	178	281
40	193	204	2575,6	3030,5	0,3094	33,91	45	148	243
50	168	186	663,1	2029,5	0,2839	31,12	41	127	214
60	147	173	22,6	1228,5	0,2618	28,70	38	109	190
70	130	163	150,1	627,5	0,2439	26,73	35	95	170
80	116	154	689,1	226,5	0,2311	25,34	34	82	154
90	105	147	1387,6	25,5	0,2245	24,61	33	72	142
100	95	140	2232,6	24,5	0,2244	24,60	33	62	132
110	87	135	3052,6	223,5	0,2310	25,32	34	53	125
120	81	130	3751,6	622,5	0,2437	26,71	35	46	121
130	75	125	4522,6	1221,5	0,2616	28,67	38	37	118
140	70	121	5220,1	2020,5	0,2837	31,10	41	29	116
150	65	117	5967,6	3019,5	0,3091	33,88	45	20	114
160	61	113	6601,6	4218,5	0,3371	36,95	49	12	115
170	58	109	7098,1	5617,5	0,3670	40,23	53	5	116
180	55	106	7612,6	7216,5	0,3985	43,69	58	-3	118
190	52	103	8145,1	9015,5	0,4312	47,27	63	-11	119

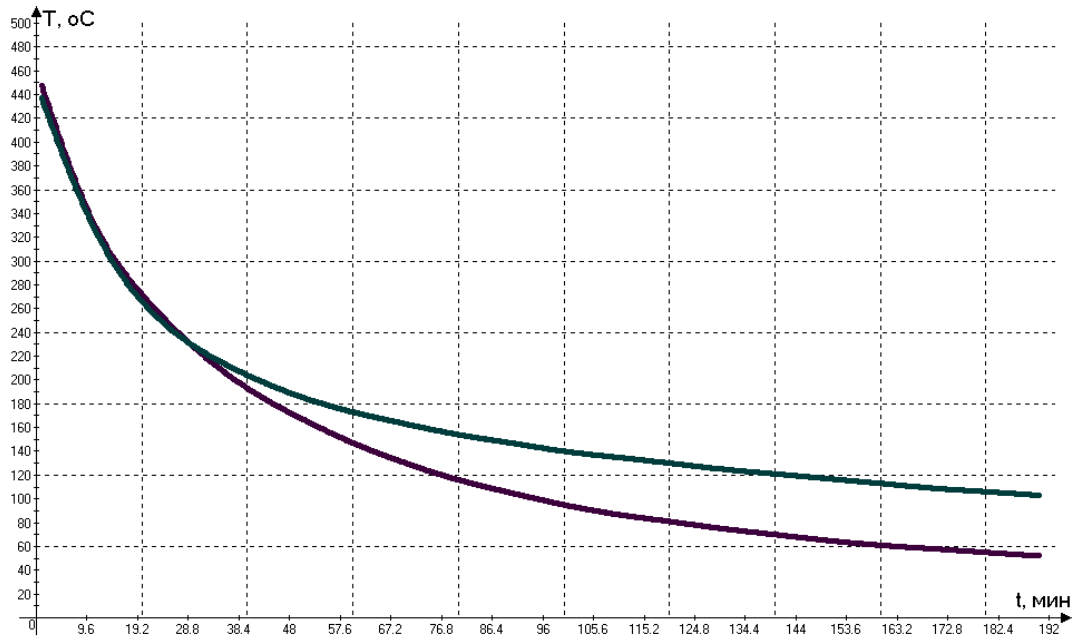


Рисунок Н.5 – График изменения расчетных и экспериментальных значений показателей температуры при остывании блока в точке контроля №3 в течение 190 мин.

## Приложение О

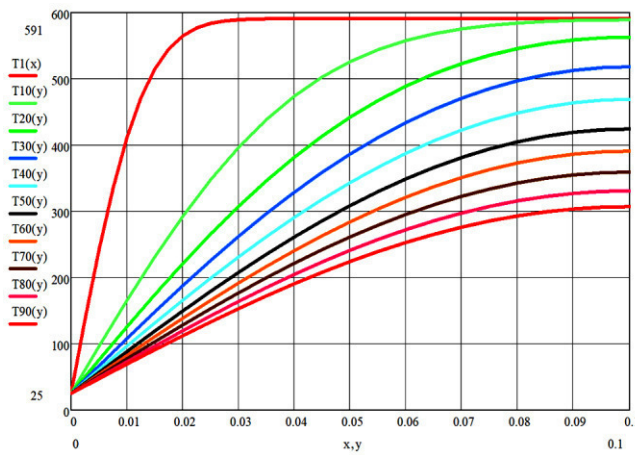


Рисунок О.1 – Расчетные значения показателей температуры для точки контроля №4 (1-90 мин.)

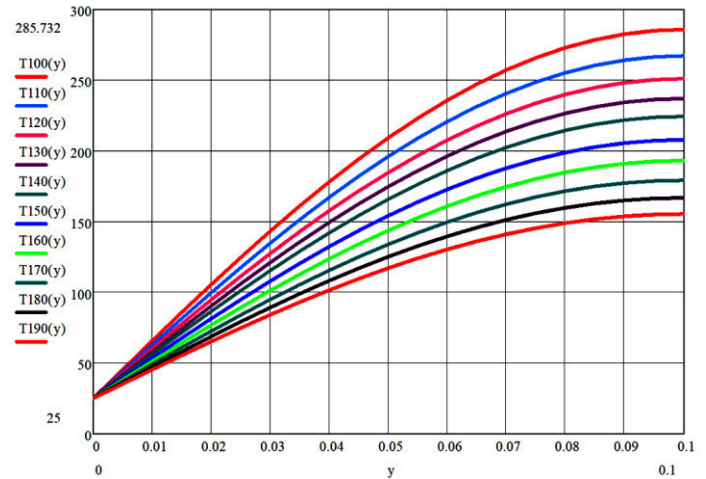


Рисунок О.2 – Расчетные значения показателей температуры для точки контроля №4 (100-190 мин.)

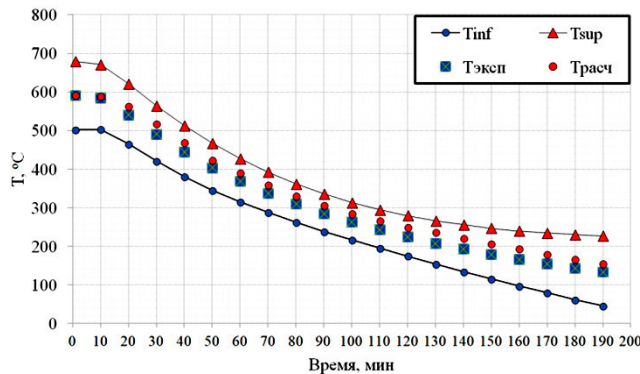


Рисунок О.3 – Сопоставление расчетных и экспериментальных значений температуры в точке контроля №4

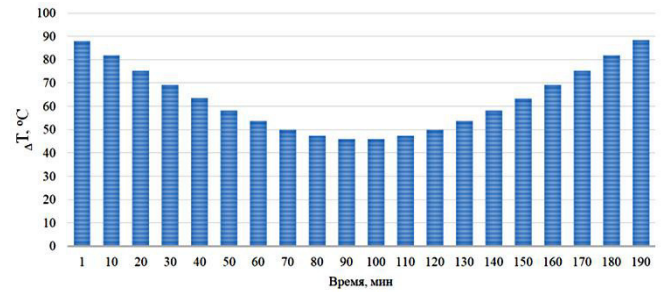


Рисунок О.4 – Расчетная область доверительных интервалов для значений температур в точке контроля №4

Соответственно  $n=20$ , при  $T_{cp}=313,45$  °С,  $t_{cp}=95,05$  мин., промежуточные

вычислительные комплексы:  $A = \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2 = 430891$  °С<sup>2</sup>,  $B = \sum_{i=1}^n (t_i - t_{cp})^2 =$

$66311$ , мин.<sup>2</sup> и коэффициент соответственно  $K = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2} = 154,72$  °С.

Критерий Стьюдента при  $k=n - 1 = 20 - 1 = 19$  и  $P=0,2$  равен соответственно  $tp(P = 0,2, k = 19) = 1,33$ .

Таблица О.1 – Основные и дополнительные расчетные значения для показателей температуры в точке контроля №4

t, мин.	T <sub>эксп</sub>	T <sub>расч</sub>	(T <sub>эксп</sub> -T <sub>cp</sub> ) <sup>2</sup>	(t <sub>i</sub> -t <sub>cp</sub> ) <sup>2</sup>	S	Se	ΔT	T <sub>inf</sub>	T <sub>sup</sub>
1	591	591	77034,0	8845,4	0,4282	66,26	88	503	679
10	585	589	73739,4	7233,5	0,3989	61,71	82	503	671
20	541	563	51779,0	5632,5	0,3673	56,84	75	466	621
30	491	518	31524,0	4231,5	0,3374	52,20	69	422	565
40	445	469	17305,4	3030,5	0,3094	47,86	64	381	513
50	404	424	8199,3	2029,5	0,2839	43,93	58	346	467
60	369	390	3085,8	1228,5	0,2618	40,50	54	315	427
70	338	359	602,7	627,5	0,2439	37,73	50	288	393
80	310	331	11,9	226,5	0,2311	35,76	47	263	362
90	285	307	809,4	25,5	0,2245	34,73	46	239	336
100	263	285	2545,2	24,5	0,2244	34,72	46	217	314
110	243	267	4963,2	223,5	0,2310	35,74	47	196	295
120	225	250	7823,4	622,5	0,2437	37,70	50	175	280
130	208	236	11119,7	1221,5	0,2616	40,47	54	154	266
140	193	221	14508,2	2020,5	0,2837	43,89	58	135	256
150	179	207	18076,8	3019,5	0,3091	47,82	63	116	247
160	166	193	21741,5	4218,5	0,3371	52,15	69	97	240
170	155	179	25106,4	5617,5	0,3670	56,79	75	80	235
180	144	166	28713,3	7216,5	0,3985	61,66	82	62	230
190	134	155	32202,3	9015,5	0,4312	66,72	89	45	227

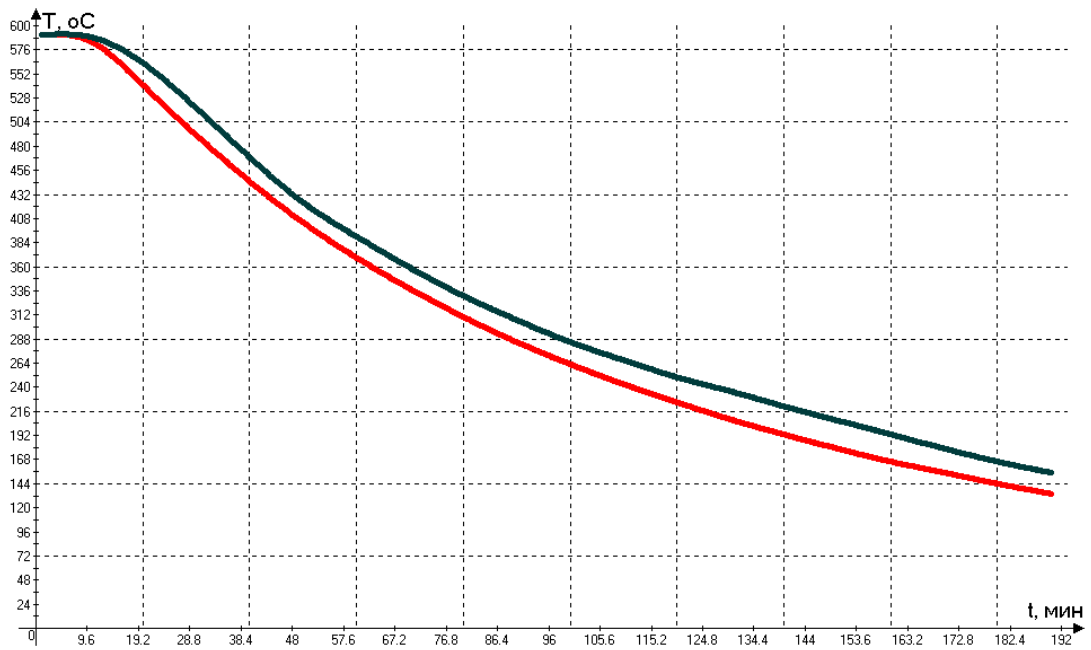


Рисунок О.5 – График изменения расчетных и экспериментальных значений показателей температуры при остывании блока в точке контроля №4 в течение 190 мин.

## Приложение П

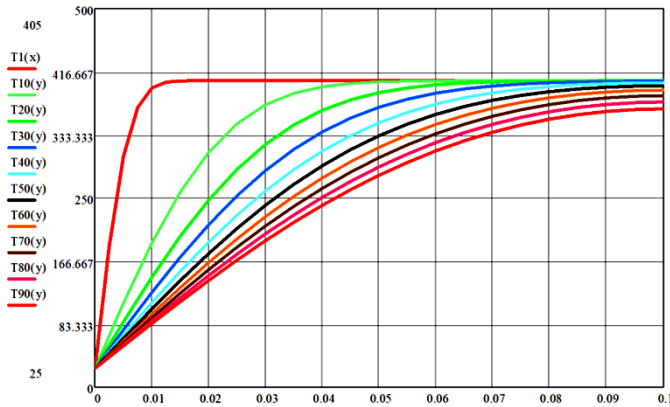


Рисунок П.1 – Расчетные значения показателей температуры для точки контроля №5 (1-90 мин.)

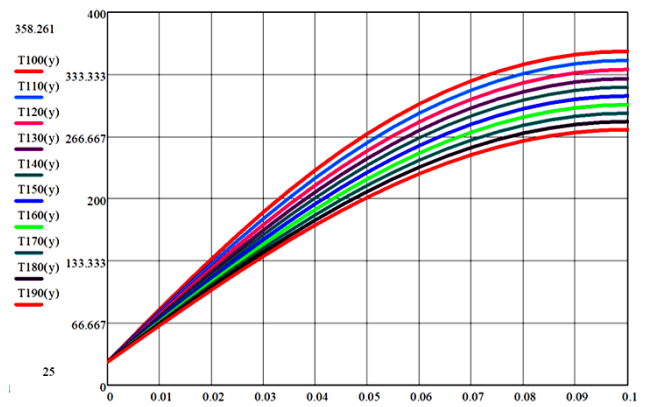


Рисунок П.2 – Расчетные значения показателей температуры для точки контроля №5 (100-190 мин.)

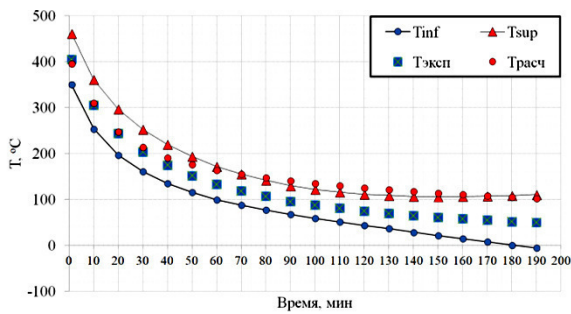


Рисунок П.3 – Сопоставление расчетных и экспериментальных значений температуры в точке контроля №5

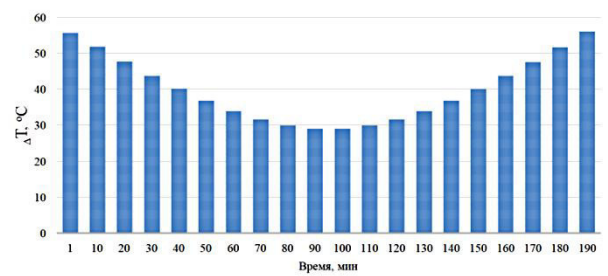


Рисунок П.4 – Расчетная область доверительных интервалов для значений температур в точке контроля №5

Соответственно  $n=20$ , при  $T_{cp}=129,75$  °С,  $t_{cp}=95,05$  мин., промежуточные

вычислительные комплексы:

$$A = \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2 = 172113,8 \text{ } ^\circ\text{C}^2, \quad B = \sum_{i=1}^n (t_i - t_{cp})^2 = 66311, \text{ мин.}^2$$

и коэффициент соответственно  $K = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2} = 97,78$  °С.

Критерий Стьюдента при  $k=n-1=20-1=19$  и  $P=0,2$  равен соответственно  $tp(P=0,2, k=19) = 1,33$ .

Таблица П.1 – Основные и дополнительные расчетные значения для показателей температуры в точке контроля №5

t, мин.	$T_{\text{эксп}}$	$T_{\text{расч}}$	$(T_{\text{эксп}} - T_{cp})^2$	$(t_i - t_{cp})^2$	S	Se	$\Delta T$	$T_{\text{inf}}$	$T_{\text{sup}}$
1	405	395	75762,6	8845,4	0,4282	41,88	56	349	461
10	305	310	30712,6	7233,5	0,3989	39,00	52	253	361
20	244	247	13053,1	5632,5	0,3673	35,92	48	196	296
30	204	214	5513,1	4231,5	0,3374	32,99	44	160	252
40	175	191	2047,6	3030,5	0,3094	30,25	40	135	220
50	152	176	495,1	2029,5	0,2839	27,76	37	115	193
60	133	164	10,6	1228,5	0,2618	25,60	34	99	171
70	119	155	115,6	627,5	0,2439	23,84	32	87	155
80	107	147	517,6	226,5	0,2311	22,60	30	77	142
90	96	141	1139,1	25,5	0,2245	21,95	29	67	130
100	88	135	1743,1	24,5	0,2244	21,95	29	59	122
110	81	130	2376,6	223,5	0,2310	22,59	30	51	115
120	75	125	2997,6	622,5	0,2437	23,83	32	43	111
130	70	121	3570,1	1221,5	0,2616	25,58	34	36	108
140	65	118	4192,6	2020,5	0,2837	27,74	37	28	106
150	61	114	4726,6	3019,5	0,3091	30,22	40	21	106
160	58	111	5148,1	4218,5	0,3371	32,96	44	14	106
170	55	108	5587,6	5617,5	0,3670	35,89	48	7	107
180	52	105	6045,1	7216,5	0,3985	38,97	52	0	108
190	50	102	6360,1	9015,5	0,4312	42,17	56	-6	110



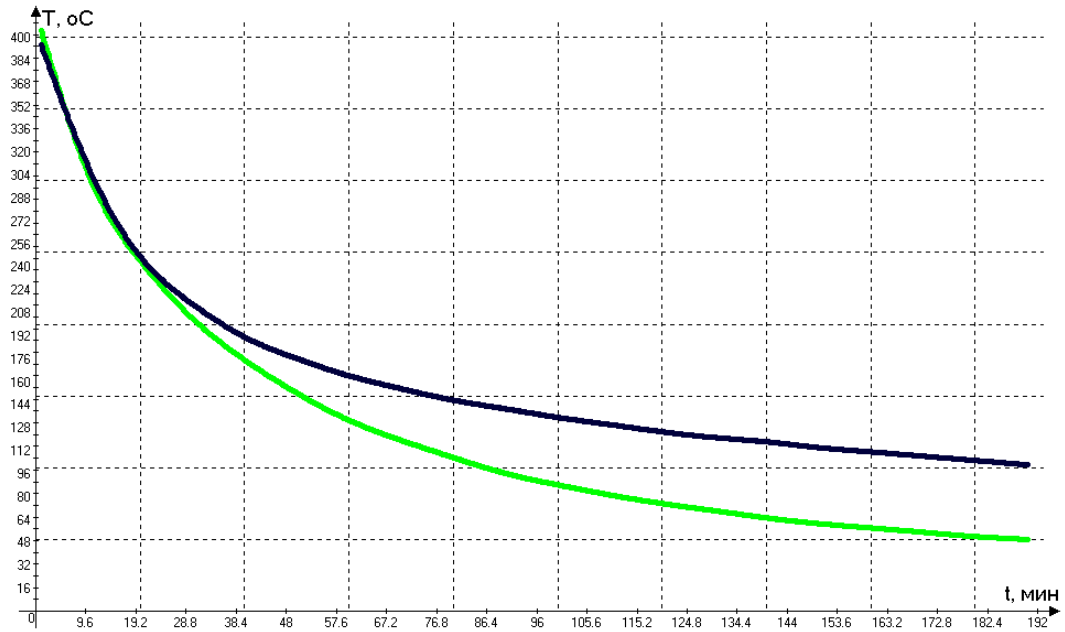


Рисунок П.5 – График изменения расчетных и экспериментальных значений показателей температуры при остывании блока в точке контроля №5 в течение 190 мин.

## Приложение Р

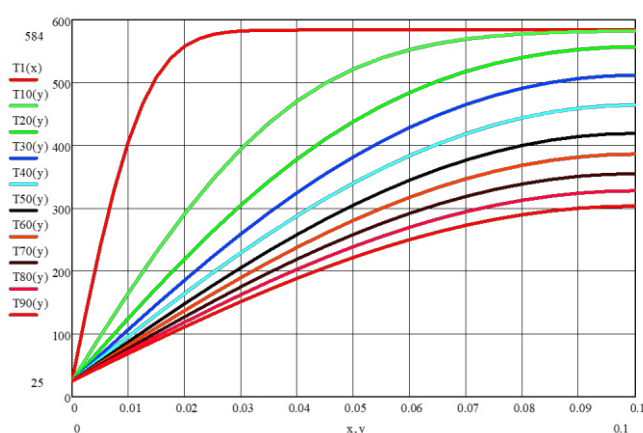


Рисунок Р.1 – Расчетные значения показателей температуры для точки контроля №6 (1–90 мин.)

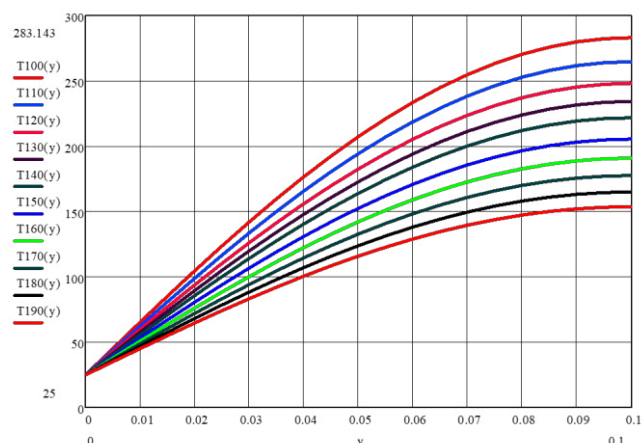


Рисунок Р.2 – Расчетные значения показателей температуры для точки контроля №6 (100–190 мин.)

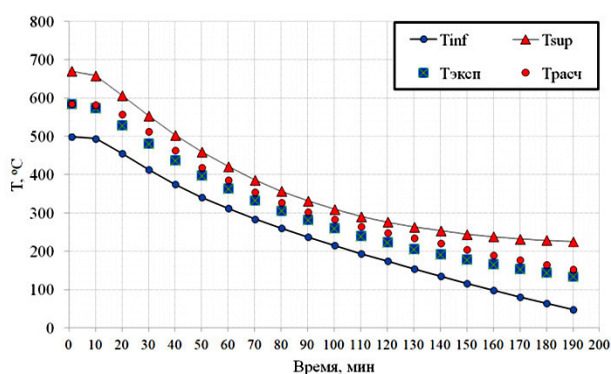


Рисунок Р.3 – Сопоставление расчетных и экспериментальных значений температуры в точке контроля №6

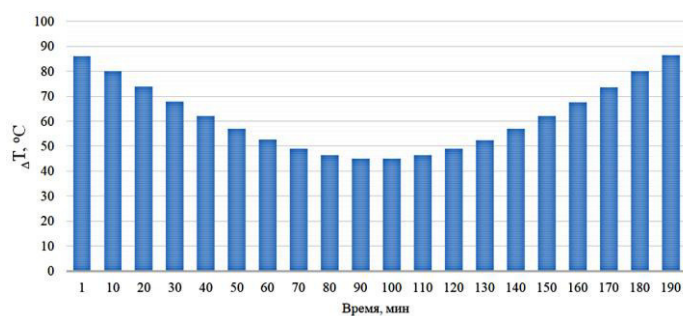


Рисунок Р.4 – Расчетная область доверительных интервалов для значений температур в точке контроля №6

Соответственно  $n=20$ , при  $T_{cp}=309,25$  °С,  $t_{cp}=95,05$  мин., промежуточные

вычислительные комплексы:

$$A = \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2 = 410817,8 \text{ } ^\circ\text{C}^2, \quad B = \sum_{i=1}^n (t_i - t_{cp})^2 =$$

$$66311, \text{ мин.}^2 \text{ и коэффициент соответственно } K = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2} = 151,07 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Критерий Стьюдента при  $k=n-1=20-1=19$  и  $P=0,2$  равен соответственно  $tp(P=0,2, k=19)=1,33$ .

Таблица Р.1 – Основные и дополнительные расчетные значения для показателей температуры в точке контроля №6

t, мин.	$T_{\text{эксп}}$	$T_{\text{расч}}$	$(T_{\text{эксп}}-T_{cp})^2$	$(t_i-t_{cp})^2$	S	Se	$\Delta T$	$T_{\text{inf}}$	$T_{\text{sup}}$
1	584	584	75487,6	8845,4	0,4282	64,70	86	498	670
10	574	582	70092,6	7233,5	0,3989	60,26	80	494	659
20	529	557	48290,1	5632,5	0,3673	55,50	74	455	607
30	481	512	29498,1	4231,5	0,3374	50,97	68	413	553
40	437	464	16320,1	3030,5	0,3094	46,74	62	375	504
50	398	419	7876,6	2029,5	0,2839	42,89	57	341	459
60	364	386	2997,6	1228,5	0,2618	39,55	53	311	421
70	333	355	564,1	627,5	0,2439	36,84	49	284	386
80	306	327	10,6	226,5	0,2311	34,92	46	260	357
90	282	303	742,6	25,5	0,2245	33,91	45	237	332
100	260	283	2425,6	24,5	0,2244	33,91	45	215	310
110	240	264	4795,6	223,5	0,2310	34,90	46	194	291
120	223	248	7439,1	622,5	0,2437	36,82	49	174	276
130	206	234	10660,6	1221,5	0,2616	39,52	52	154	263
140	192	221	13747,6	2020,5	0,2837	42,86	57	135	253
150	178	205	17226,6	3019,5	0,3091	46,70	62	116	244
160	166	190	20520,6	4218,5	0,3371	50,92	68	98	238
170	154	177	24102,6	5617,5	0,3670	55,45	74	80	232
180	144	165	27307,6	7216,5	0,3985	60,21	80	64	228
190	134	153	30712,6	9015,5	0,4312	65,15	86	48	225

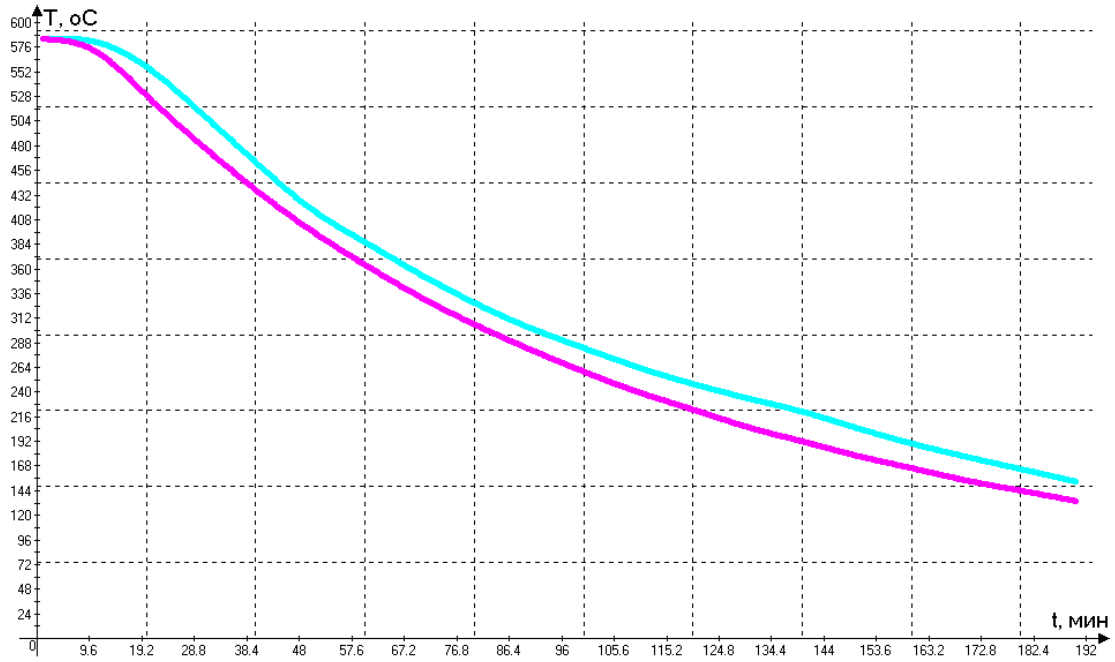


Рисунок Р.5 – График изменения расчетных и экспериментальных значений показателей температуры при остывании блока в точке контроля №6 в течение 190 мин.

## Приложение С

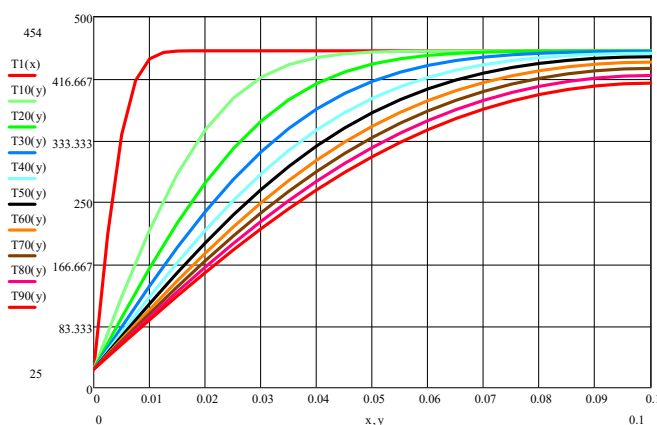


Рисунок С.1 – Расчетные значения показателей температуры для точки контроля №7 (1-90 мин.)

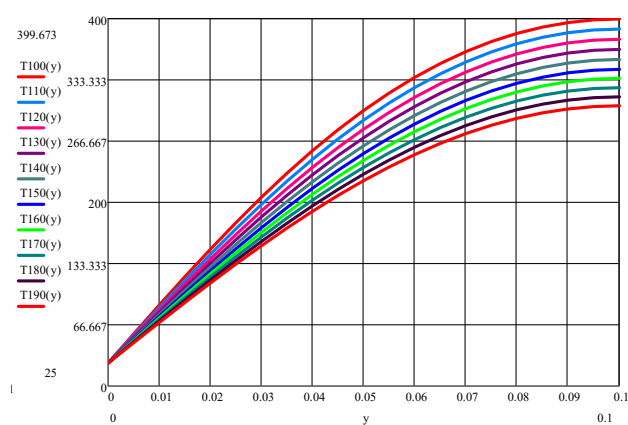


Рисунок С.2 – Расчетные значения показателей температуры для точки контроля №7 (100-190 мин.)

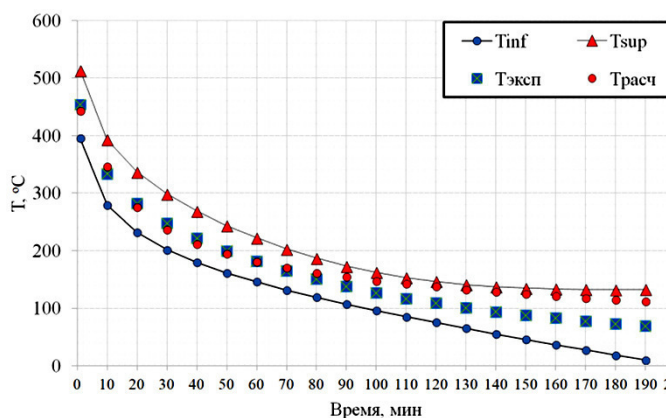


Рисунок С.3 – Сопоставление расчетных и экспериментальных значений температуры в точке контроля №7

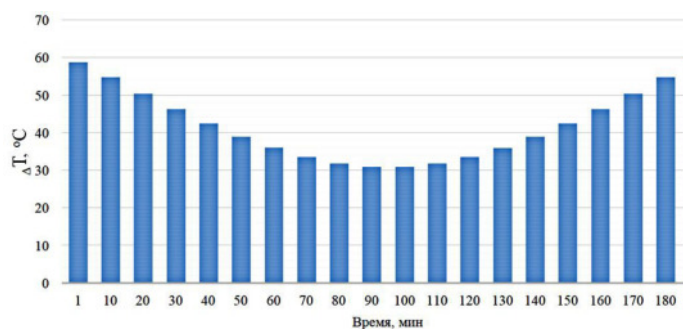


Рисунок С.4 – Расчетная область доверительных интервалов для значений температур в точке контроля №7

Соответственно  $n=20$ , при  $T_{cp}=165,75$  °С,  $t_{cp}=95,05$  мин., промежуточные

вычислительные комплексы:

$$A = \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2 = 192259,8 \text{ } ^\circ\text{C}^2, \quad B = \sum_{i=1}^n (t_i - t_{cp})^2 =$$

$$66311, \text{ мин.}^2 \text{ и коэффициент соответственно } K = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2} = 103,35 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Критерий Стьюдента при  $k=n-1=20-1=19$  и  $P=0,2$  равен соответственно  $tp(P=0,2, k=19)=1,33$ .

Таблица С.1 – Основные и дополнительные расчетные значения для показателей температуры в точке контроля №7

t, мин.	$T_{\text{эксп}}$	$T_{\text{расч}}$	$(T_{\text{эксп}} - T_{cp})^2$	$(t_i - t_{cp})^2$	S	Se	$\Delta T$	$T_{\text{inf}}$	$T_{\text{sup}}$
1	454	443	83088,1	8845,4	0,4282	44,26	59	395	513
10	334	347	28308,1	7233,5	0,3989	41,22	55	279	393
20	282	276	13514,1	5632,5	0,3673	37,96	50	232	337
30	248	237	6765,1	4231,5	0,3374	34,87	46	202	299
40	222	212	3164,1	3030,5	0,3094	31,97	42	180	269
50	200	195	1173,1	2029,5	0,2839	29,34	39	161	243
60	182	181	264,1	1228,5	0,2618	27,05	36	146	222
70	165	171	0,6	627,5	0,2439	25,20	33	132	203
80	151	162	217,6	226,5	0,2311	23,89	32	119	187
90	138	155	770,1	25,5	0,2245	23,20	31	107	173
100	127	148	1501,6	24,5	0,2244	23,19	31	96	162
110	117	143	2376,6	223,5	0,2310	23,88	32	85	153
120	109	138	3220,6	622,5	0,2437	25,19	33	76	147
130	101	133	4192,6	1221,5	0,2616	27,03	36	65	141
140	94	129	5148,1	2020,5	0,2837	29,32	39	55	137
150	88	125	6045,1	3019,5	0,3091	31,94	42	46	135
160	83	122	6847,6	4218,5	0,3371	34,84	46	37	134
170	78	118	7700,1	5617,5	0,3670	37,93	50	28	133
180	73	115	8602,6	7216,5	0,3985	41,19	55	18	132
190	69	112	9360,6	9015,5	0,4312	44,57	59	10	133

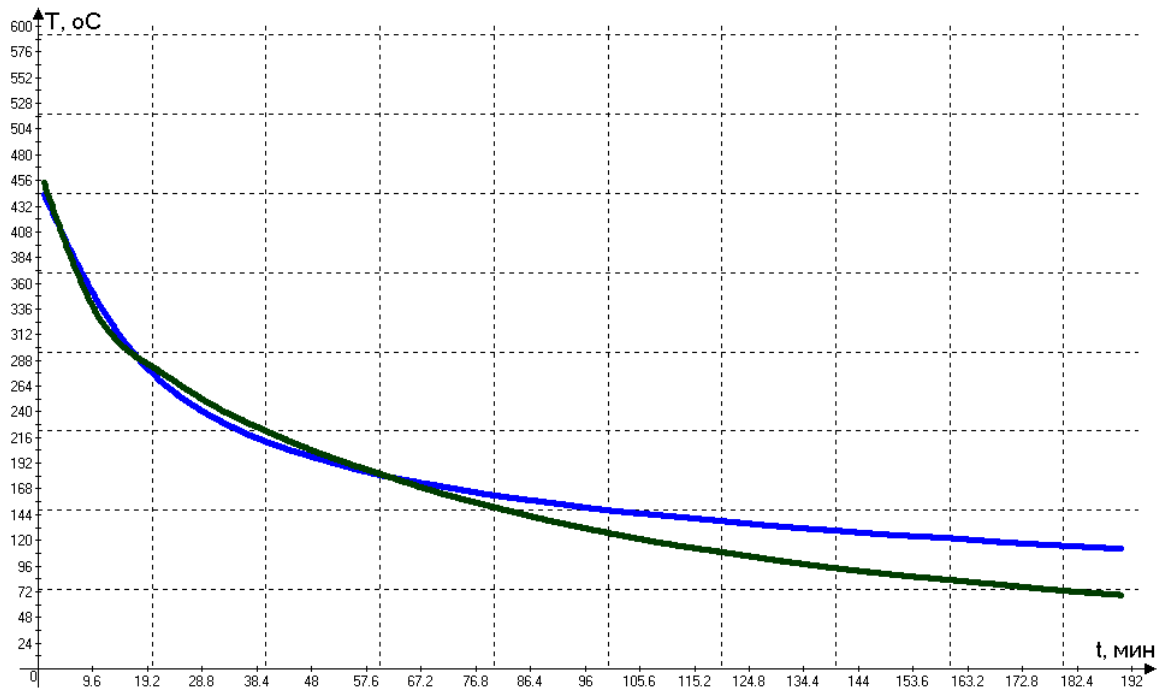


Рисунок С.5 – График изменения расчетных и экспериментальных значений показателей температуры при остывании блока в точке контроля №7 в течение 190 мин.

## Приложение Т

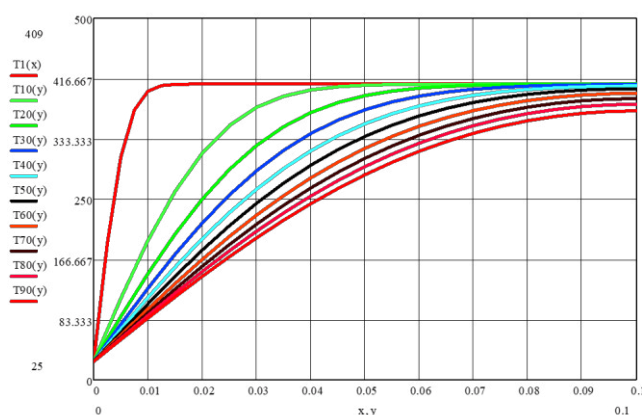


Рисунок Т.1 – Расчетные значения показателей температуры для точки контроля №8 (1-90 мин.)

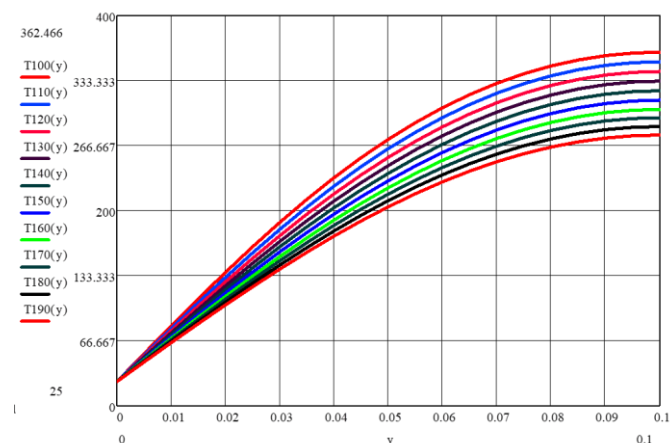


Рисунок Т.2 – Расчетные значения показателей температуры для точки контроля №8 (100-190 мин.)

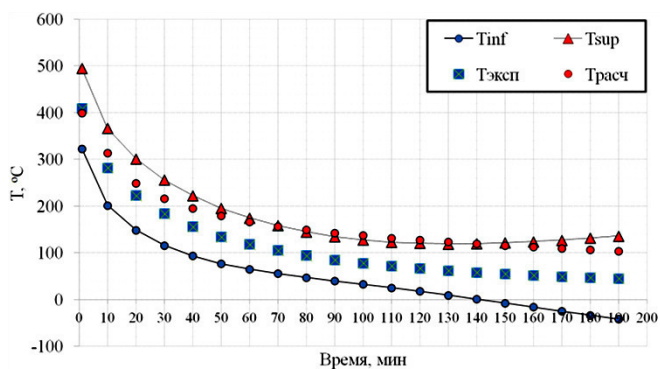


Рисунок Т.3 – Сопоставление расчетных и экспериментальных значений температуры в точке контроля №8

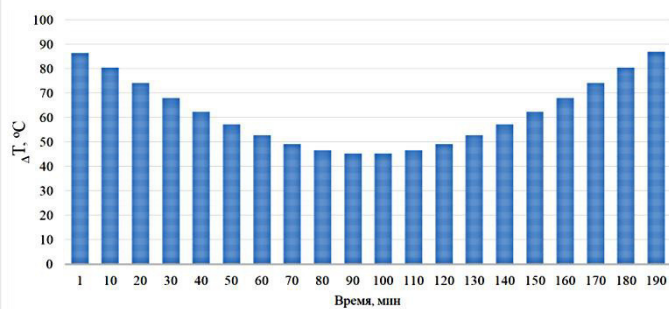


Рисунок Т.4 – Расчетная область доверительных интервалов для значений температур в точке контроля №8



Соответственно  $n=20$ , при  $T_{cp}=118,75$  °С,  $t_{cp}=95,05$  мин., промежуточные

вычислительные комплексы:

$$A = \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2 = 166989,8 \text{ } ^\circ\text{C}^2, \quad B = \sum_{i=1}^n (t_i - t_{cp})^2 = 66311, \text{ мин.}^2$$

и коэффициент соответственно  $K = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (T_i - T_{cp})^2} = 96,32$  °С.

Критерий Стьюдента при  $k=n-1=20-1=19$  и  $P=0,2$  равен соответственно  $tp(P=0,2, k=19)=1,33$ .

Таблица Т.1 – Основные и дополнительные расчетные значения для показателей температуры в точке контроля №8

t, мин.	$T_{\text{эксп}}$	$T_{\text{расч}}$	$(T_{\text{эксп}} - T_{cp})^2$	$(t_i - t_{cp})^2$	S	Se	$\Delta T$	$T_{\text{inf}}$	$T_{\text{sup}}$
1	409	399	84245,1	8845,4	0,4282	41,25	86	323	495
10	282	313	26650,6	7233,5	0,3989	38,42	80	202	367
20	223	249	10868,1	5632,5	0,3673	35,38	74	149	302
30	184	216	4257,6	4231,5	0,3374	32,49	68	116	257
40	156	195	1387,6	3030,5	0,3094	29,80	62	94	223
50	134	179	232,6	2029,5	0,2839	27,35	57	77	196
60	118	166	0,6	1228,5	0,2618	25,21	53	65	175
70	105	156	189,1	627,5	0,2439	23,49	49	56	159
80	94	149	612,6	226,5	0,2311	22,26	47	47	145
90	85	142	1139,1	25,5	0,2245	21,62	45	40	135
100	78	137	1660,6	24,5	0,2244	21,62	45	33	128
110	72	131	2185,6	223,5	0,2310	22,25	47	25	123
120	67	127	2678,1	622,5	0,2437	23,47	49	18	121
130	62	123	3220,6	1221,5	0,2616	25,19	53	9	119
140	58	119	3690,6	2020,5	0,2837	27,32	57	1	120
150	55	115	4064,1	3019,5	0,3091	29,77	62	-7	122
160	52	112	4455,6	4218,5	0,3371	32,47	68	-16	124
170	49	109	4865,1	5617,5	0,3670	35,35	74	-25	127
180	47	106	5148,1	7216,5	0,3985	38,39	80	-33	132
190	45	103	5439,1	9015,5	0,4312	41,54	87	-42	136

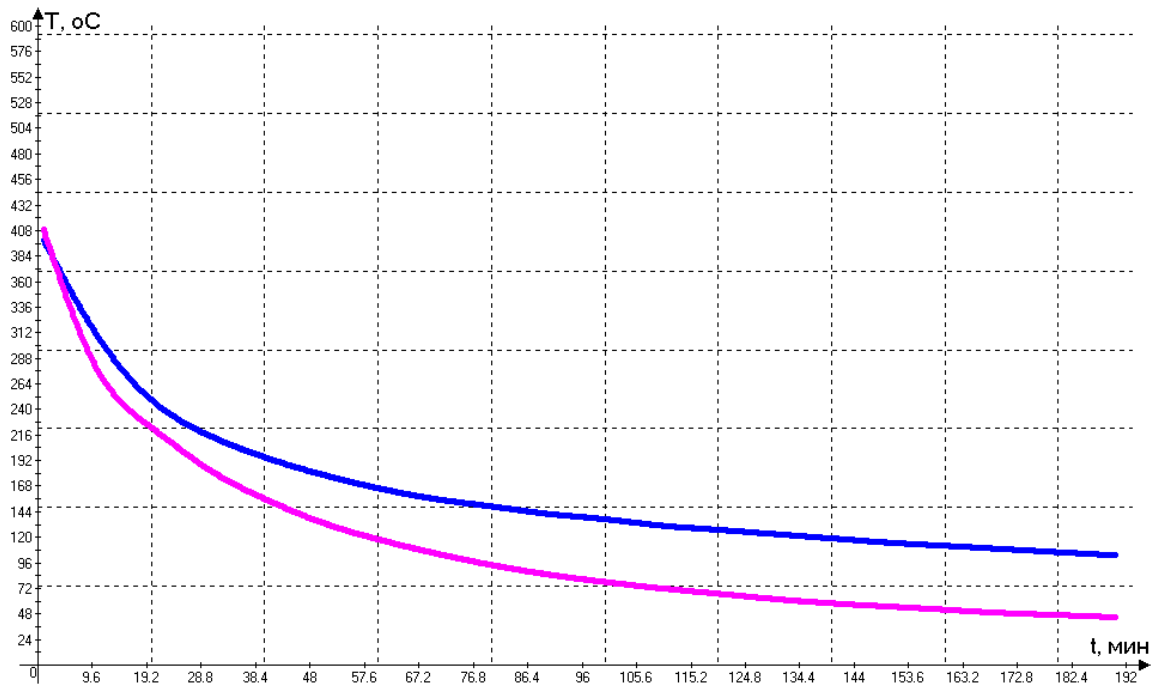


Рисунок Т.5 – График изменения расчетных и экспериментальных значений показателей температуры при остывании блока в точке контроля №8 в течение 190 мин.